

修士論文

# Characteristics 法を用いた動特性計算に関する研究

名古屋大学大学院  
工学研究科博士課程 (前期課程)  
マテリアル理工学専攻  
量子エネルギー工学分野  
量子エネルギーシステム工学講座  
エネルギー量子制御工学グループ  
辻田浩介  
平成 25 年 2 月



## 目次

第 1 章 序論.....	1
1.1. 背景.....	1
1.1.1. 炉心安全解析.....	1
1.1.2. 設計時の安全裕度及びその適正化.....	2
1.1.3. 現行の炉心計算における動特性計算手法の現状.....	4
1.2. 本研究の目的.....	5
1.3. 本論文の構成.....	7
1.4. 参考文献.....	7
第 2 章 定常状態の炉心計算手法.....	9
2.1. 本章の概要.....	9
2.2. 中性子輸送方程式及び拡散方程式.....	9
2.2.1. 中性子輸送方程式.....	9
2.2.2. 拡散方程式.....	10
2.3. Characteristics 法を用いた中性子輸送方程式の数値解法.....	13
2.3.1. Characteristics 法の基礎式導出.....	13
2.3.2. Ray tracing の方法と境界面における角度中性子束の連続性.....	19
2.3.3. 極角及び方位角分点.....	35
2.3.4. 計算フロー.....	37
2.4. 拡散方程式の数値解法.....	46
2.4.1. 空間離散化.....	46
2.4.2. 有限差分式の数値解法.....	53
2.5. 加速法.....	59
2.5.1. Coarse Mesh Finite Difference 法.....	59
2.5.2. Simplified Fixed Source Scaling Factor 法.....	66
2.5.3. Successive Over Relaxation 法.....	67
2.6. 本章のまとめ.....	68
2.7. 参考文献.....	68
第 3 章 従来の動特性計算手法.....	70
3.1. 本章の概要.....	70
3.2. 空間依存動特性方程式.....	70
3.2.1. 時間依存輸送方程式.....	70
3.2.2. 時間依存拡散方程式.....	71
3.2.3. 一点炉動特性方程式.....	72
3.3. 時間依存拡散方程式の数値解法.....	77
3.3.1. $\theta$ 法.....	77
3.3.2. 周波数変換法.....	81
3.3.3. 改良準静近似法.....	85
3.3.4. Multigrid Amplitude Function 法.....	90

3.4. 遅発中性子先行核密度の計算方法 .....	101
3.4.1. $\theta$ 法 .....	102
3.4.2. 核分裂源の時間変化を関数近似した解法.....	103
3.4.3. 振幅関数を用いた遅発中性子先行核密度の計算方法.....	104
3.5. Characteristics 法を用いた時間依存輸送方程式の数値解法.....	106
3.5.1. Straightforward 法.....	107
3.5.2. 等方近似法 .....	114
3.6. 本章のまとめ .....	118
3.7. 参考文献 .....	118
第 4 章 時間依存輸送方程式の新しい数値解析手法.....	120
4.1. 本章の概要 .....	120
4.2. 時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法.....	120
4.2.1. 本手法の概要 .....	120
4.2.2. 時空座標系上における中性子挙動の定式化.....	122
4.2.3. 計算フロー .....	127
4.2.4. 時空間における均質化誤差及びその低減方法.....	129
4.2.5. 二次元／三次元体系への拡張性 .....	130
4.3. On-flight 法 .....	130
4.3.1. 本手法の概要 .....	130
4.3.2. 基礎理論 .....	132
4.3.3. 本手法の厳密性 .....	137
4.3.4. 所要メモリ量及び計算コスト .....	140
4.4. 時間依存輸送方程式に対する MAF 法の適用.....	141
4.4.1. 等方近似法に対する MAF 法の適用.....	141
4.4.2. Straightforward 法に対する MAF 法の適用.....	149
4.5. 本章のまとめ .....	152
4.6. 参考文献 .....	152
第 5 章 検証計算 .....	154
5.1. 本章の概要 .....	154
5.2. 時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法の検証.....	154
5.2.1. 無限均質体系における検証 .....	154
5.2.2. 一次元平板体系における検証 .....	157
5.3. On-flight 法の検証 .....	160
5.3.1. C5G7 ベンチマーク問題.....	160
5.3.2. TWIGL ベンチマーク問題.....	165
5.3.3. LRA ベンチマーク問題 .....	174
5.4. MAF 法の検証.....	183
5.4.1. 等方近似法に対する MAF 法の適用.....	183
5.4.2. Straightforward 法に対する MAF 法の適用.....	192
5.5. 本章のまとめ .....	195

5.6. 参考文献.....	197
第 6 章 結論.....	198
6.1. 結論.....	198
6.2. 今後の課題.....	200
謝辞.....	201
A. Characteristics 法を用いた動特性計算における Null Transient 問題.....	202
A.1 本章の概要.....	202
A.2 Null transient 問題.....	202
A.3 検証計算.....	205
A.4 本章のまとめ.....	209
A.5 参考文献.....	209
B. Multigrid Amplitude Function 法における問題点.....	210
B.1 本章の概要.....	210
B.2 MAF 法における問題点.....	210
B.3 検証計算.....	212
B.4 本章のまとめ.....	215
B.5 参考文献.....	216
C. Characteristics 法を用いた中性子輸送計算における並列計算手法.....	217
C.1 本章の概要.....	217
C.2 中性子の飛行方向に関する並列計算手法.....	217
C.3 検証計算.....	224
C.4 本章のまとめ.....	227
C.5 参考文献.....	227
D. 拡散計算と輸送計算の差異.....	228
D.1 本章の概要.....	228
D.2 拡散計算コードの検証.....	228
D.3 拡散計算と輸送計算の差異.....	233
D.4 本章のまとめ.....	239
D.5 参考文献.....	240
E. 各種ベンチマーク問題における解析結果.....	241
E.1 本章の概要.....	241
E.2 TWIGL ベンチマーク問題の解析結果.....	241
E.3 LRA ベンチマーク問題の解析結果.....	246
E.4 本章のまとめ.....	251
E.5 参考文献.....	251
公刊論文リスト.....	252

## 記号表

$\vec{r}$	: 位置	$\vec{\Omega}$	: 飛行方向	$E$	: エネルギー
$t$	: 時間	$\theta$	: 極角	$\varphi$	: 方位角
$v$	: 中性子速度	$\Sigma_t$	: 巨視的全断面積	$\Sigma_s$	: 巨視的散乱断面積
$v\Sigma_f$	: 巨視的生成断面積	$\Sigma_f$	: 巨視的核分裂断面積	$\Sigma_r$	: 巨視的除去断面積
$\chi$	: 核分裂スペクトル	$D$	: 拡散係数	$\psi$	: 角度中性子束
$\phi$	: 全中性子束	$C$	: 先行核密度	$J$	: 中性子流
$Q$	: 中性子源	$S$	: 外部中性子源	$T$	: 温度
$k_{eff}$	: 実効増倍率	$B^2$	: バックリング	$\lambda$	: 崩壊定数
$\beta$	: 遅発中性子割合	$A$	: 中性子世代時間	$p$	: 即発中性子
$d$	: 遅発中性子	$\kappa$	: 核分裂一回当たりの発生エネルギー		
$amp$	: 振幅関数	$shape$	: 形状関数		

# 第1章 序論

## 1.1. 背景

### 1.1.1. 炉心安全解析

原子炉の安全な運転において、原子炉の過渡事象の解析は極めて重要な役割を占める。特に軽水炉の安全評価においては、運転時の異常な過渡変化や事故について代表的な事象を選定した上で、これらの事象一つ一つに対し炉心を含むプラント全体の挙動が評価され、安全性の確認が行われている。以上の安全性の確認を行なうための安全解析は原子炉の設置及び主要設備変更の際に主に実施され、運転時の異常な過渡変化と事故の 2 種類を評価しなければならないことが原子炉の安全設計審査指針の中で明記されている[1]。

特に運転時の異常な過渡変化は、原子炉の運転中において、原子炉施設の寿命期間中に想定される単一の故障もしくは誤動作または運転員の単一の誤操作、及びこれらと類似の頻度で発生すると予想される外乱によって生ずる異常な状態に至る事象を指す。具体的には、加圧水型軽水炉(PWR : Pressurized Water Reactor)、沸騰水型軽水炉(BWR : Boiling Water Reactor)共に以下のような事象が選定されている[1]。

- 炉心内の反応度または出力分布の異常な変化
- 炉心内の熱発生または熱除去の異常な変化
- 原子炉冷却材圧力または原子炉冷却材保有量の異常な変化
- その他原子炉施設の設計により必要と認められる事象

安全解析は、以上の事象が生じた場合、炉心は損傷に至ることなくかつ原子炉施設は通常運転に復帰できる状態で事象が収束することを確認するものである。この時の判断基準は以下の通りである[1]。

- 最小限界熱流束比(DNBR : Departure from Nuclear Boiling Ratio)または最小限界出力比(MCPR : Minimum Critical Power Ratio)が許容限界値を超えないこと
- 燃料被覆管は機械的に破損しないこと
- 燃料エンタルピーの最大値が許容限界値を超えないこと
- 原子炉冷却材圧力バウンダリにかかる圧力は最高使用圧力の 1.1 倍以下であること

安全解析では、以上の各種制限値が全て満たされることを、プラント挙動の解析、伝熱計算、熱水力計算を通して確認することで、運転時の以上な過渡変化時における炉心及び燃料の健全性を担保している。

一方、事故は運転時の異常な過渡変化を超える異常な状態であり、発生する頻度は稀であるが、発生した場合は原子炉施設からの放射性物質の放出の可能性がある事象とされている。評価すべき事象としては、事故が発生した場合における工学的安全施設等、主として事故の影響を緩和する系に属する構築物、系統及び機器の設計の妥当性を確認する観点から、以下が想定されている[1]。

- 原子炉冷却材の喪失または炉心冷却能力の著しい変化
- 反応度の異常な投入又は原子炉出力の急激な変化
- 環境への放射性物質の異常な放出
- 原子炉格納容器内圧力、雰囲気等の異常な変化
- その他原子炉施設の設計により必要と認められる事象

また、この時の安全性に関する判断基準は以下の通りである[1, 2]。

- 炉心は著しい損傷に至ることなく、かつ十分な冷却が可能であること
- 燃料エンタルピーは制限値(230 cal/gUO<sub>2</sub>)を超えないこと
- 原子炉冷却材圧力バウンダリにかかる圧力は、最高使用圧力の 1.2 倍以下であること
- 原子炉格納容器バウンダリにかかる圧力は、最高使用圧力以下であること
- 周辺の公衆に対し、著しい放射線被曝のリスクを与えないこと

以上のように安全解析には様々な制約条件があり、これらの制約条件に対し、炉心が健全性を担保できることを確認する必要がある。

### 1.1.2. 設計時の安全裕度及びその適正化

前項では、原子炉の設置時に確認する必要がある各種事象及び評価項目について述べた。ただし現行の安全解析では、計算機能力の制限等から、簡略化された物理モデルを用いた複数の解析コードを組み合わせた評価が行われている。よって安全解析においては、計算の不確定性、設計上の工学的不確定性、運転の自由度等を考慮した上で、必要な安全余裕を確保するために、核計算コードにおける物理モデル及び解析条件には各々保守性を考慮している。Fig. 1.1.2.1 に、運転時の異常な過渡変化に対する現行の安全解析フローを示す[3]。

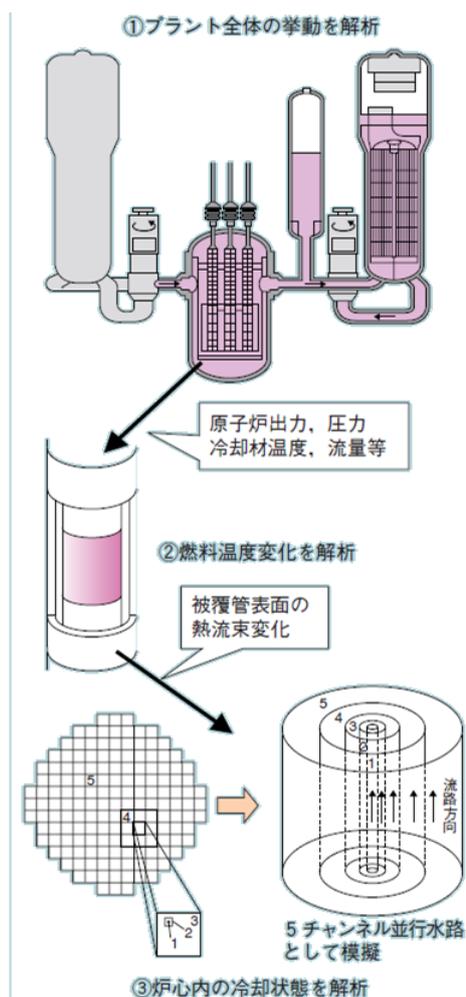


Fig. 1.1.2.1 運転時の異常な過渡変化に対する現行の安全解析フローの例 [3]

Fig. 1.1.2.1 に示すように、現行の安全解析では、まずプラント全体の挙動をプラント解析コードで解析し、原子炉の平均的な出力、圧力、冷却材温度及び流量の時間変化を得る。そして、これらの値を境界条件として、熱点(炉心内で最高温度となる点)及び平均点の燃料棒に対し、燃料ペレット、被覆管、冷却材間の伝熱計算を行なう。最後に、熱点及び平均点の被覆管表面の熱流束変化を用いて、燃料棒表面の冷却状態を計算し、安全解析における判断基準となる最小 DNBR 等を評価する。ただしこの時、個々の解析コードでは、以下のような保守性を考慮する。例としてプラント解析では、プラントの初期条件を保守的な値に設定(炉心出力 102%、流量 90%)し、炉心の出力分布が通常運転時の出力から変化しないとして保守性を考慮している。また、燃料温度の解析では、炉心の平均出力を 1 とした時の燃料棒の出力比である出力ピーキング係数に保守的な値を設定し、過渡時は一定と仮定している。また、熱水力計算では、サブクールボイド生成が大きくなる物理モデル及び相関式を用いることで被覆管からの除熱を保守的に扱い扱い、さらに保守的に設定した出力分布が過渡時に変化しないとしている。

しかし実際の軽水型原子炉プラントで何らかの異常の発生により炉心出力が上昇するような過渡変化が生じた場合、まず燃料温度が上昇し、冷却材温度(減速材温度)が上昇する。原子炉は運転中の減速材温度係数が負となるように設計されているため、減速材温度が上昇するような異常な過渡変化が生じた場合、フィードバック効果により炉心には負の反応度が投入される。ゆえに減速材温度を上昇させるような出力上昇が起きた位置には、出力上昇を抑制する機能が働く。以上を踏まえると、過渡時及び事故時に複数のパラメータが独立して悪い状況にあることは現実的には起こりにくい。例として出力ピーキング係数が大きい出力が高い位置にて、フィードバック効果があるにも関わらず絶えず主力が高い状態が続いていることは考え辛い。ゆえにこれらの過度な保守性を適正化することが可能なより説明性の高い安全解析手法の開発が求められている。

一方、近年の著しい計算機技術及び数値解析技術の進歩により、実際の原子炉プラント挙動を詳細にモデル化し、核特性、熱流動特性及びプラント特性を同時に取り扱い可能なシミュレーションが可能となってきている。Fig. 1.1.2.2 にはその実例として、三次元核熱結合コード SPARKLE の概要を示す[3]。

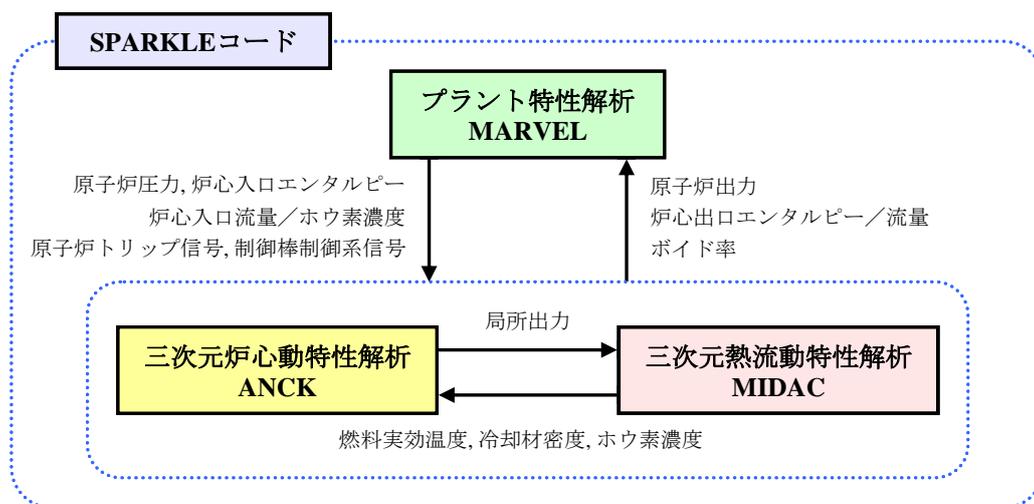


Fig. 1.1.2.2 SPARKLE コードの概要 [3]

Fig. 1.1.2.2 に示すように SPARKLE コードでは、プラント特性計算コード MARVEL、三次元炉心

動特性計算コード ANCK、三次元熱流動計算コード MIDAC が結合された解析コードとなっており、ANCK コードと MIDAC コードで核計算及び熱流動計算を相互にカップリングすることで炉心の核熱相互作用を考慮し、ANCK/MIDAC コードと MARVEL コードを相互にカップリングすることで、最終的にプラント特性も含めた炉内の各種相互作用を計算する。このように核特性、熱流動特性及びプラント特性を同時に取り扱うことで、より実現象に近い評価を実現することができる。

これらの研究は米国でも盛んに進められており、特に CASL プロジェクト(CASL : The Consortium for Advanced Simulation of Light Water Reactors)では、大規模数値シミュレーションによる計算機での仮想的な原子炉プラント(VR : Virtual Reactor)の模擬が進められている[4]。特に三次元体系における核熱結合中性子輸送計算や Computational Fluid Dynamics (CFD)を用いた熱流動計算に加え、物質の化学的・機械的挙動を含めたマルチフィジクス計算の導入の試みは、数値シミュレーション技術の最先端と言える。

また、これらの最適評価モデルを用いて合理的に原子炉の安全評価に保守性を考慮する方法として、統計的安全評価手法(CSAU : Code Scaling, Applicability and Uncertainty Methodology)を米国原子力規制委員会が提案している[5]。現行安全評価手法と統計的安全評価手法の概要は Table 1.1.2.1 に示す通りである[6]。

Table 1.1.2.1 現行安全評価手法と統計的安全評価手法の比較 [6]

	現行安全評価手法	統計的安全評価手法
評価対象事象	指針等で定義される以上な過渡変化及び事故 (Design Base Event)	
評価シナリオ	評価すべき事柄の前提、仮定、その他の条件は予め定めて解決する(決定論的) ※設計の妥当性を担保するために保守的に設定 (例 : 単一故障等)	
入力値	保守的に設定 (包絡条件を設定)	現実的に設定 (解析モデル、コード実機運転経験や試験など 知見レベルに基づき不確かさを考慮)
解析コード	不確かさの度合いが必ずしも定量的に 把握されていないコードを採用	不確かさが定量的に把握された 最適評価コードを採用
統計処理	なし	評価手法における不確かさ及び安全評価値を 決定するため、統計処理を実施

また、統計的安全評価手法を安全解析に対し適用することで、参考文献[3]に示すように現行の安全解析の安全余裕を適正化できることも報告されている。

### 1.1.3. 現行の炉心計算における動特性計算手法の現状

前項までは、炉心の過渡計算の対象となる現象及びその動向について述べた。本項では、これらの過渡計算を実施する際の核計算において、現行の動特性計算コードがどのような計算手法を用いて実装されているかを示す。

まず Table 1.1.3.1 に動特性計算機能を有する現在及び次世代炉心計算コードで実装されている計算方法を示す。なお、各種計算手法については 2 章及び 3 章で述べる。

Table 1.1.3.1 炉心解析コードで実装されている計算手法 [7-13]

Code system	SIMULATE-3K	SKETCH-N	SPANDEX	ANCK
Developer	Studvik	JNES/JAEA/TIT	GE	WH/MHI
Model	Diffusion	Diffusion	Diffusion	Diffusion
Space discretization <sup>†</sup>	NEM	NEM	NEM	NEM
Time integration <sup>§</sup>	FT/FI	FI	Runge-Kutta	SCM
No. of energy groups	2	2	-	2
Code system	SCOPE2	PARCS	DeCART	
Developer	NFI	Purdue Univ.	Seoul Univ. / KAERI	
Model	Diffusion/SP3	Diffusion/SP3	Method of Characteristics	
Space discretization <sup>†</sup>	SANM	ANM/NEM	-	
Time integration <sup>§</sup>	FT/Theta	FT/Theta	Theta	
No. of energy groups	Multi	Multi	Multi	

<sup>†</sup> NEM : 近代ノード法 (Nodal Expansion Method), SANM : 多項式解析的ノード法, ANM : 解析的ノード法

<sup>§</sup> FI : 完全陰解法(Fully Implicit), Theta :  $\theta$ 法, FT : 周波数変換法(Frequency Transform), SCM : Stiffness Confinement Method

Table 1.1.3.1 に示すように、現行の炉心計算コードでは拡散計算と近代ノード法を組合せ、時間積分方法としては周波数変換法や $\theta$ 法を採用しているものが多い。ただし、SCOPE2 コードや PARCS コードのように、拡散計算よりも上位の中性子輸送計算手法である SP3 法が適用されているものも存在する。また、DeCART コードのように Characteristics 法(MOC : Method of Characteristics)を動特性計算に適用している例もある。特に前項で述べた CASL プロジェクトでは、三次元体系における中性子輸送計算に DeCART を用いることができるよう、計算環境の整備及び熱流動解析コードとカップリングが進められている。また、 $S_N$ 法を用いた輸送計算コード Denovo[14]を用いて、動特性計算の実施を試みる研究もある[15]。以上を踏まえると、過渡計算に実装する核計算は、拡散計算から徐々に SP3 法、 $S_N$ 法、Characteristics 法のような中性子輸送計算にシフトしていると言える。特に近年 Characteristics 法を用いた動特性計算コード DeCART は時間依存の中性子輸送方程式を最も近似することなく、決定論的に解析することができる手法として注目されており、NEA 主催の PWR/MOX UO<sub>2</sub> Core Transient Benchmark では、DeCART コードを参照解として核熱結合三次元動特性計算コードの検証(Verification)が行われている[16]。

## 1.2. 本研究の目的

前項では、現行の炉心計算における動特性計算手法の現状について述べた。本項では本研究の目的について述べる。

前項で述べた通り、次世代の炉心計算において、動特性計算は時間依存の拡散計算から SP3 法、 $S_N$ 法、Characteristics 法を用いた時間依存の中性子輸送計算に徐々にシフトしていると言える。ただし、従来の動特性計算において拡散計算が用いられていた理由の1つでもあるが、一般に中性子輸送計算は拡散計算よりも計算コストが大きく、計算の実現には膨大な計算時間を要する。特に DeCART コードで採用されている Characteristics 法は、燃料棒の幾何形状等を均質化することなく厳密に取り扱うことができると共に、中性子輸送方程式に対する近似も極めて少ない手法であるものの、計算の実現に多くの計算時間がかかる。ゆえに今後の動特性計算コードの開発においては、Characteristics 法に代表される中性子輸送計算手法においても実機の安全解析を実施可能な高速な動特性計算手法が求められる。

また、Characteristics 法を用いた動特性計算は時間依存の中性子輸送計算に対する近似が最も少ない動特性計算手法であるが、DeCART コードで採用されている Characteristics 法を用いた動特性計算

が核計算の観点から見た際に最も厳密な決定論的動特性計算手法であるわけではない。つまり、現在動特性計算の観点から最も厳密と考えられる DeCART コードですら、計算の実現のために近似を用いている。具体的には、本来 Characteristics 法を用いた動特性計算コードで解くべき時間依存中性子輸送方程式は(1.2.1)式に示すように角度中性子束の時間微分項が現れるのに対し、DeCART コードでは角度中性子束の時間微分項が等方であると仮定し、全中性子束の時間微分項しか現れない(1.2.2)式を解いている[13]。

$$\frac{1}{v(E)} \frac{\partial \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E, t) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (1.2.1)$$

$$\frac{1}{4\pi} \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E, t) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (1.2.2)$$

詳細は3章で述べるが、これは(1.2.1)式を用いて Characteristics 法を用いた動特性計算を実施する場合、計算自体に膨大なメモリ量を要することが原因であり、(1.2.1)式から(1.2.2)式への近似は、所要メモリ量を低減するために導入されている近似である。このような近似は計算結果に与える影響が十分小さいことを定量的に把握した上で導入すべきであるものの、角度中性子の時間微分項に対する等方近似の近似誤差はこれまで定量的に議論されて来なかった。つまり上述の等方近似に起因する計算結果の不確かさの大きさは依然として不明である。よって現在考えられる中で最も厳密な Characteristics 法を用いた動特性計算の信頼性をより高める意味でも、①角度中性子束時間微分項に対する等方近似の近似誤差が無視できるほど小さいか否か、②等方近似によって計算結果が常に過小評価／過大評価されるような事例はないかを確認することは重要である。また、等方近似による近似誤差の定量化により、次世代の動特性計算コード開発の方向性を判断する上での判断材料を提供できる。

以上をまとめると、現段階で Characteristics 法を用いた動特性計算が抱える問題点は、以下の2点に帰着する。

- ① Characteristics 法を用いた動特性計算が膨大な計算コスト(メモリ量／計算量)を要する。
- ② 膨大な所要メモリ量を低減するために、角度中性子時間微分項の非等方性を無視し、等方としているが、この近似に対する定量的な議論がなされておらず、等方近似に起因する計算結果の不確かさが不明である。また、計算結果の保守性が担保されるかも不明である。

よって本研究では、上記2点の問題点に対し、まず角度中性子束時間微分項に対する等方近似の影響の定量的評価を実施することを目的とする。ただし、(1.2.1)式を直接用いる Characteristics 法を用いた動特性計算手法は前述の通り膨大なメモリ量を要するため、一般に大規模なメモリ量を要する大型体系に対し(1.2.1)式を適用して動特性計算を行い、(1.2.2)式を用いた動特性との比較の結果から等方近似の影響を定量化することは困難である。ゆえに本研究では、従来の Characteristics 法を用いた動特性計算理論に対し、理論的観点及び工学的観点、2つの観点から従来の Characteristics 法を用いた動特性計算理論に対する改善を試みる。その後、本研究の中で新たに開発した新手法を用いて、従来の等方近似の定量的な評価を実施する。

また、Characteristics 法を用いた動特性計算が膨大な計算時間を要することも大きな問題であり、Characteristics 法を用いた動特性計算を実際に商用炉の安全解析に用いるには、計算精度の悪化を抑えつつ高速な動特性計算を実施可能な計算手法も必要である。ゆえに本研究では主に計算理論の観点から、より高速な Characteristics 法を用いた動特性計算手法の提案を行なう。

### 1.3. 本論文の構成

本論文は全6章構成であり、本章では本研究の背景及び目的について述べた。次章以降では、本研究で用いる計算理論について言及する。具体的に、2章では炉心計算の基礎となる定常状態炉心の解析手法について述べる。3章では従来の動特性計算手法及びその問題点、4章では従来の Characteristics 法を用いた動特性計算手法が抱えている問題点の解決方法として、本研究で新たに開発した動特性計算手法の計算理論について述べる。そして、5章では、本研究で新たに開発した動特性計算手法の有用性及び妥当性に関する検証について述べる。最後に、6章で本研究の結論を述べる。

### 1.4. 参考文献

- [1] 原子力安全委員会, “発電用軽水炉原子炉施設の安全評価に関する審査指針”, 原子力安全委員会 (2001).
- [2] 原子力安全委員会, “発電用軽水炉施設の反応度投入事象に関する評価”, 原子力安全委員会, (1990).
- [3] 寺前哲也, 坂場弘, 西浦雅詞, 小川純人, 青木繁明, 末村高幸, “より高性能に, より安全に—安全解析の最新技術”, 三菱重工技報 43 (2006), pp. 25-31.
- [4] P. Turinsky, “Activities of the consortium for advanced simulation of LWRs,” MeV Summer School Presentation, Argonne National Laboratory, July 19-26, 2011, (2011).
- [5] P. Yarsky, “Regulatory perspective on advanced tool validation,” MeV Summer School Presentation, Argonne National Laboratory, July 19-26, 2011, (2011).
- [6] 三島嘉一郎, “計算結果の信頼性 (1) 統計的安全評価手法について—安全解析としての信頼性確保の方法—”, AESJ-2008, Osaka, Japan, March 26-28, 2008, 計算科学技術部企画セッション (2008).
- [7] G. M. Grandi and K. S. Smith, “BWR stability analysis with SIMULATE-3K,” *Proc. International Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2002)*, Seoul, Korea, Oct. 7-10, 2002, (2002). [CD-ROM].
- [8] V. G. Zimin and H. Ninokata, “Nodal neutron kinetics model based on nonlinear iteration procedure for LWR analysis,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 25 (2003), pp. 507-528.
- [9] T. M. Sutton and B. N. Aviles, “Diffusion theory methods for spatial kinetics calculation,” *Prog. Nucl. Energy* 30 (1996), pp. 119-182.
- [10] S. Aoki, T. Suemura, J. Ogawa and T. Takeda, “The Verification of 3 dimensional nodal kinetics code ANCK using transient benchmark problems,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 44 (2007), pp. 862-868.
- [11] T. Endo and M. Tatsumi, “Study on kinetic transport solvers for pin-by-pin core Calculation,” *Proc. International Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2008)*, Switzerland, Sept. 14-19, 2008, (2008). [CD-ROM].
- [12] T. Downar, D. Lee, Y. Xu and T. Kozlowski, “PARCS v2.6, U.S. NRC core neutronics simulator, Theory manual,” Purdue University (2004).
- [13] M. Hursin, T. J. Downar and J. Thomas, “PWR control rod ejection analysis with the method of characteristic code DeCART,” *Proc. International Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2008)*, Switzerland, Sept. 14-19, 2008, (2008).

- [14] T. M. Evans, A. S. Stafford, R. N. Slaybaugh and K. T. Clarno, “Denovo – A New Three-Dimensional Parallel Discrete Ordinates Code in SCALE,” *Nuclear Technology* 171 (2010), pp. 171–200.
- [15] J. E. Banfield, S. P. Hamilton, K. T. Clarno and G. I. Maldonado, “A new semi-implicit direct kinetics method with analytical representation of delayed neutrons,” *Trans. Am. Nucl. Soc.* 107 (2012), pp. 1111-1114. [CD-ROM].
- [16] NEA Nuclear Science Committee, “PWR MOX/UO<sub>2</sub> core transient benchmark final report,” (2007), ISBN 9264023305.

## 第2章 定常状態の炉心計算手法

### 2.1. 本章の概要

炉心の核特性を支配する中性子束は、**Boltzmann** 輸送方程式を解くことで予測することが可能である。ゆえに定常状態の炉心においても、過渡状態の炉心においても、**Boltzmann** 輸送方程式を如何に精度良く解くかが問題となる。そこで本章では、炉心計算の基礎となる定常状態の炉心の数値解析手法について述べる。詳細は次章で述べるが、動特性計算も最終的に用いる方程式は定常状態の方程式と同形に帰着するため、定常状態の炉心の数値解析手法は炉心計算の重要な根幹となる。

2.2 節では、炉心の核特性に対する支配方程式である **Boltzmann** 輸送方程式、及び現行の炉心計算で幅広く用いられている拡散方程式の導出を示す。そして、2.3 節では中性子輸送方程式の厳密解法の1つであり、炉心計算や動特性計算への応用も進められている **Characteristics** 法の数値解析理論について述べる。しかし、一般に **Characteristics** 法に代表される中性子輸送計算は拡散計算よりも反復計算の収束性が悪いため、現行の輸送計算コードでは反復計算の収束性を改善するために拡散計算を利用した非線形加速が多く用いられる。よって、2.4 節ではその基盤となる拡散計算の基礎として、拡散方程式の数値解析理論について述べ、2.5 節では各種加速法について述べる。最後に 2.6 節で本章をまとめる。

### 2.2. 中性子輸送方程式及び拡散方程式

#### 2.2.1. 中性子輸送方程式

前節で述べたように、炉心の核特性を支配する中性子束は、**Boltzmann** 輸送方程式を解くことで予測することが可能である。ゆえに、実際の炉心計算では、**Boltzmann** 輸送方程式を如何に精度良く計算するかが重要となる。

**Boltzmann** 輸送方程式は元来、気体分子の速度分布を記述するために導出されたものであるが、現在は炉内を運動する中性子についても適用されている。まず中性子は電氣的に中性であるため電磁気力は無視でき、核力のみが働くことができる。また、炉内での中性子の数密度は  $10^{10}$  個/cm<sup>3</sup> 程度であるのに対し媒質の原子核は  $10^{23}$  個/cm<sup>3</sup> 程度であるため、中性子同士の衝突はほぼ無視できる。ゆえに、中性子の挙動を気体分子と同様に、統計的に扱うことが可能である[1]。定常状態における中性子に関する **Boltzmann** 輸送方程式は(2.2.1.1)式で表される。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.2.1.1)$$

ここで(2.2.1.1)式の左辺第一項は中性子の漏洩項、左辺第二項は中性子の吸収項である。また、右辺第一項は散乱、核分裂、外部中性子源に関する中性子源項であり、(2.2.1.2)式で表される。

$$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\Omega' \\ + \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_0^{4\pi} \int_0^\infty \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\Omega' + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.2.1.2)$$

つまり、定常状態の **Boltzmann** 方程式は中性子の生成と消滅のバランスが釣り合った状態として記述できる。ただし(2.2.1.1)式の **Boltzmann** 輸送方程式には、空間に関する変数が3つ、飛行方向に関する変数が2つ、エネルギーに関する変数が1つ、計6つの変数含まれており、(2.2.1.1)式を代数的に解くのは困難である。ゆえに実際の炉心計算では、(2.2.1.1)式に対し近似を加え、数値計算によ

て Boltzmann 輸送方程式の解析を行う。加える近似の内容は計算手法にも依存するが、主に①エネルギーの離散化、②空間の離散化、③中性子の飛行方向の離散化もしくは関数展開の3つがある。

まずエネルギーの離散化では、中性子のエネルギーを複数の群に分け、エネルギー群毎に断面積及び中性子束を平均化する。つまり、エネルギーに対し連続的な値を持つ断面積を  $G$  個のエネルギー群に分け、 $E_g \leq E \leq E_{g-1}$  のエネルギーに対する断面積  $\Sigma_g$  を定義する。これを多群近似と呼ぶ。

$$\Sigma_g = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\vec{r}, E) dE}, \quad \phi(\vec{r}, E) = \int_0^{4\pi} \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega \quad (2.2.1.3)$$

多群近似を加えることで、(2.2.1.1)式のエネルギーの変数を排除でき、Boltzmann 輸送方程式を(2.2.1.4)式に示すように、 $G$  個の連立微分方程式の形に書き直すことができる。ただし、(2.2.1.4)式では  $g = 1 \sim G$  である。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.2.1.4)$$

次に、空間の離散化では、連続的に広がる空間を、中性子束等の各種パラメータが十分一定であると見なせる詳細なメッシュに分割する。この際、空間に連続的に分布している物理量は、メッシュ毎の離散点で近似する。

最後に飛行方向については、中性子が飛行している方向をいくつかの代表的な方向に離散化するか、角度中性子束の角度分布を関数展開するのが一般的である。特に、中性子の飛行方向を代表点で離散化する手法としては、Characteristics 法、 $S_N$  法があり、角度中性子束の角度分布を高次の球面調和関数で展開する手法として  $P_N$  法等がある。

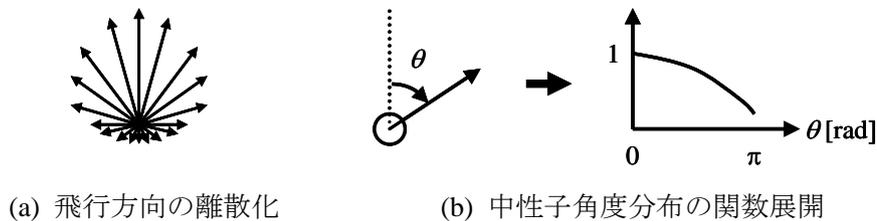


Fig. 2.2.1.1 飛行方向の離散化／関数展開

### 2.2.2. 拡散方程式

前節では、炉内の中性子の挙動を厳密に表現可能な中性子輸送方程式について述べた。しかし、原子炉のような巨大な計算体系において中性子輸送方程式を数値的に解くことは、現在の計算機を用いても非常に膨大な計算時間を必要とする。そこで現行の多くの炉心計算コードでは拡散方程式が用いられる。また、中性子輸送方程式の解析を行う際にも、拡散方程式を用いた加速計算が用いられるため、拡散理論は中性子輸送方程式の解析においても重要な基盤である。よって本項では、拡散理論の基礎と限界を示す意味でも、拡散方程式の導出を示す。なお、以下では簡略のため、次元の輸送方程式から次元の拡散方程式を導出する。

まず、次元の輸送方程式を記述するために、極角及び方位角を Fig. 2.2.2.1 のように定義する。また、次元体系を考慮する際には、Fig. 2.2.2.1(b)に示すように  $z$  軸方向の次元体系を考えるものとする。

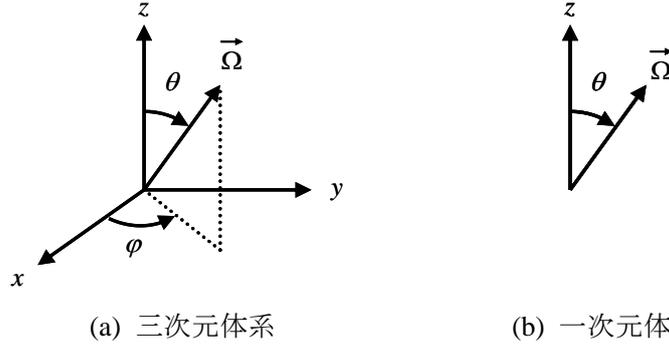


Fig. 2.2.2.1 三次元体系と一次元体系における極角  $\theta$  及び方位角  $\varphi$  の定義

ここで、中性子の飛行方向に関する単位方向ベクトルは、(2.2.2.1)式で表される。

$$\vec{\Omega} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \quad (2.2.2.1)$$

また、本導出では  $z$  軸方向の一次元体系を考慮しているため、 $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$  である。よって、(2.2.1.4)式より、一次元の輸送方程式は(2.2.2.2)式で表される。

$$\mu \frac{d\psi_g(z, \mu)}{dz} + \Sigma_{t,g}(z)\psi_g(z, \mu) = Q_g(z, \mu) \quad (2.2.2.2)$$

ただし、(2.2.2.2)式中の  $\mu$  は極角方向余弦であり、 $\mu = \cos \theta$  である。(2.2.2.2)式から拡散方程式を導出する際には、角度中性子束と中性子源を(2.2.2.3)、(2.2.2.4)式のように Legendre 関数  $P_l(\mu)$  で展開する。

$$\psi_g(z, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \psi_{g,l}(z) P_l(\mu) \quad (2.2.2.3)$$

$$Q_g(z, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} Q_{g,l}(z) P_l(\mu) \quad (2.2.2.4)$$

ここで、(2.2.2.3)、(2.2.2.4)式中の各変数は以下の通りである。ただし、Legendre 関数は(2.2.2.5)式に示す直交関係を有することから、飛行方向に対する積分を行った際の整合性を保つため、右辺に規格化因子を掛けている。

$\psi_{g,l}(z)$  :  $l$  次の Legendre 関数に対応する角度中性子束の展開係数

$Q_{g,l}(z)$  :  $l$  次の Legendre 関数に対応する中性子源の展開係数

$P_l(\mu)$  :  $l$  次の Legendre 関数

$$\int_{-1}^1 P_l(\mu) P_{l'}(\mu) d\mu = \begin{cases} 0 & (l \neq l') \\ \frac{2}{2l+1} & (l = l') \end{cases} \quad (2.2.2.5)$$

(2.2.2.3)、(2.2.2.4)式は、角度中性子束を直交完備な Legendre 関数で無限大まで展開しているのに、近似は入っていない。しかし拡散理論では、(2.2.2.3)、(2.2.2.4)式の展開次数を  $l=1$  までの展開で近似する。つまり、(2.2.2.3)、(2.2.2.4)式を(2.2.2.6)、(2.2.2.7)式のように近似する。

$$\psi_g(z, \mu) \approx \frac{1}{2} \psi_{g,0}(z) P_0(\mu) + \frac{3}{2} \psi_{g,1}(z) P_1(\mu) \quad (2.2.2.6)$$

$$Q_g(z, \mu) \approx \frac{1}{2} Q_{g,0}(z) P_0(\mu) + \frac{3}{2} Q_{g,1}(z) P_1(\mu) \quad (2.2.2.7)$$

ここで、(2.2.2.2)式の両辺に  $P_0(\mu)$  と  $P_1(\mu)$  を掛け、両辺を角度に関して積分する。

$$\frac{d}{dz} \int_{-1}^1 \mu P_0(\mu) \psi_g(z, \mu) d\mu + \Sigma_{t,g}(z) \int_{-1}^1 P_0(\mu) \psi_g(z, \mu) d\mu = \int_{-1}^1 P_0(\mu) Q_g(z, \mu) d\mu \quad (2.2.2.8)$$

$$\frac{d}{dz} \int_{-1}^1 \mu P_1(\mu) \psi_g(z, \mu) d\mu + \Sigma_{t,g}(z) \int_{-1}^1 P_1(\mu) \psi_g(z, \mu) d\mu = \int_{-1}^1 P_1(\mu) Q_g(z, \mu) d\mu \quad (2.2.2.9)$$

さらに 0~2 次の Legendre 関数はそれぞれ(2.2.2.10)式で表されることから、(2.2.2.6)、(2.2.2.7)式を(2.2.2.8)式に代入し、Legendre 関数の直交関係を用いると、(2.2.2.11)式が導出される。

$$P_0(\mu) = 1, \quad P_1(\mu) = \mu, \quad P_2(\mu) = \frac{3\mu^2 - 1}{2} \quad (2.2.2.10)$$

$$\frac{d\psi_{g,1}(z)}{dz} + \Sigma_{t,g}(z) \psi_{g,0}(z) = Q_{g,0}(z) \quad (2.2.2.11)$$

(2.2.2.9)式についても同様に、(2.2.2.12)式が導出される。

$$\frac{1}{3} \frac{d\psi_{g,0}(z)}{dz} + \Sigma_{t,g}(z) \psi_{g,1}(z) = Q_{g,1}(z) \quad (2.2.2.12)$$

ここで、(2.2.2.12)式の右辺は Legendre 関数の 1 次の項で表すことができる中性子源項の非等方成分である。今、中性子源項の非等方成分が 0 であると近似すると、(2.2.2.12)式より、(2.2.2.13)式を得る。

$$\psi_{g,1}(z) = -\frac{1}{3\Sigma_{t,g}(z)} \frac{d\psi_{g,0}(z)}{dz} \quad (2.2.2.13)$$

(2.2.2.13)式を(2.2.2.11)式に代入すると、(2.2.2.14)式を得る。

$$-\frac{d}{dz} \left\{ D_g(z) \frac{d\psi_{g,0}(z)}{dz} \right\} + \Sigma_{t,g}(z) \psi_{g,0}(z) = Q_{g,0}(z) \quad (2.2.2.14)$$

ただし、(2.2.2.14)式中の  $D_g(z)$  は拡散係数であり、(2.2.2.15)式で表される。

$$D_g(z) = \frac{1}{3\Sigma_{t,g}(z)} \quad (2.2.2.15)$$

なお、0 次の Legendre 関数に対応する角度中性子束の展開係数は、(2.2.2.16)式に示すように角度中性子束の全立体角積分と等価となるため、全中性子束と呼ばれる。以下では全中性子束を  $\phi$  で表す。

$$\psi_{g,0}(z) = \int_{-1}^1 \psi_g(z, \mu) P_0(\mu) d\mu = \int_{-1}^1 \psi_g(z, \mu) d\mu = \phi_g(z) \quad (2.2.2.16)$$

また、(2.2.2.17)式に示すように 1 次の Legendre 関数に対応する角度中性子束の展開係数は、ある位置  $z$  における正味の中性子数である。ゆえに中性子流と呼ばれ、一次元体系の場合、(2.2.2.17)式で表される。

$$\psi_{g,1}(z) = \int_{-1}^1 \psi_g(z, \mu) P_1(\mu) d\mu = \int_{-1}^1 \psi_g(z, \mu) \mu d\mu = J_g(z) \quad (2.2.2.17)$$

以上をまとめると、一次元の拡散方程式は、(2.2.2.18)式で表される。

$$\frac{dJ_g(z)}{dz} + \Sigma_{t,g}(z) \phi_g(z) = Q_g(z) \quad , \quad J_g(z) = -D_g(z) \frac{d\phi_g(z)}{dz} \quad (2.2.2.18)$$

以上の導出は一次元方向での拡散方程式の導出であるため、考慮すべき中性子の飛行方向は、極角方向のみであった。しかし、二次元体系以上では方位角方向についても関数展開を行う必要がある

ため、球面調和関数を用いて角度中性子束の展開が行われる。多次元体系における拡散方程式は最終的に(2.2.2.19)式で表される。

$$\nabla \cdot \vec{J}_g(\vec{r}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r})\phi_g(\vec{r}) = Q_g(\vec{r}) \quad , \quad \vec{J}_g(\vec{r}) = -D_g(\vec{r})\nabla\phi_g(\vec{r}) \quad (2.2.2.19)$$

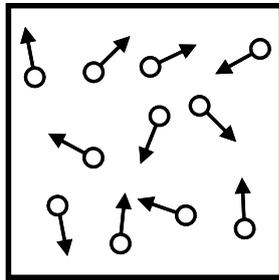
ただし拡散方程式は、上述の通り、中性子の角度分布を大幅に簡略化して取り扱っている。この時の近似誤差は軽水炉の炉心解析では大きな影響を及ぼすことは少ないが、角度中性子束の角度分布に大きな偏りがある場所(炉心外周部や制御棒周辺部)では、メッシュ境界面での中性子流を補正する不連続因子等を導入しない限り、拡散計算で輸送計算の結果を再現することはできない。また、真空中に近い領域や炉心からの中性子漏洩が大きな小型炉心では、角度中性子束の角度分布の取り扱いが特に重要となるため、拡散計算に限界が生じる場合もある[2]。

### 2.3. Characteristics 法を用いた中性子輸送方程式の数値解法

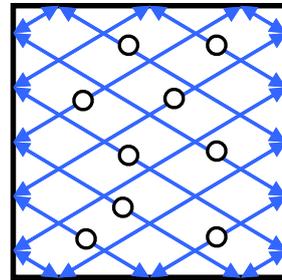
前節では、炉心計算を行う上で重要となる基礎式として、輸送方程式と拡散方程式の2つを示した。本節では Characteristics 法を用いた輸送方程式の数値解法について述べる。

#### 2.3.1. Characteristics 法の基礎式導出

炉心内では中性子がランダムに飛行しているが、Characteristics 法では、炉内を飛行する中性子の飛行パスを直線で代表し、Fig. 2.3.1.1 に示すように飛行直線上のみを中性子が飛行していると仮定する。



(a) 実際の中性子の飛行状態



(b) 飛行方向の離散化と中性子パス

Fig. 2.3.1.1 Characteristics 法における中性子の飛行

Fig. 2.3.1.1 において、中性子の飛行方向を代表する直線は Characteristics Line と呼ばれ、Characteristics 法では、体系内に無数に引いた Characteristics Line 上の角度中性子束の収支から、体系内の中性子束分布を求める。本項では Characteristics 法の基礎理論について述べる。

まず、定常状態における多群中性子輸送方程式は(2.3.1.1)式で表される。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r})\psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.3.1.1)$$

ここで、中性子の飛行方向は(2.3.1.2)式で表されることから、任意の位置 $(x_0, y_0, z_0)$ から Characteristics Line に沿って  $s$  だけ移動した位置 $(x, y, z)$ は(2.3.1.3)式で表される。

$$\vec{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \quad (2.3.1.2)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} \quad (2.3.1.3)$$

(2.3.1.2)、(2.3.1.3)式より、(2.3.1.1)式の左辺第一項の漏洩項は、(2.3.1.4)式で表される。

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \Omega_x \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial y} + \Omega_z \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial z} \\ &= \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial z} \frac{dz}{ds} \\ &= \frac{\partial \psi_g(s, \vec{\Omega})}{\partial s} \end{aligned} \quad (2.3.1.4)$$

ゆえに、(2.3.1.1)式は、(2.3.1.5)式で表される。

$$\frac{\partial \psi_g(s, \vec{\Omega})}{\partial s} + \Sigma_{t,g}(s) \psi_g(s, \vec{\Omega}) = Q_g(s, \vec{\Omega}) \quad (2.3.1.5)$$

最後に、(2.3.1.5)式を角度に関して離散化すると、(2.3.1.6)式が導出できる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g}(s) \psi_{g,m,k}(s) = Q_{g,m}(s) \quad (2.3.1.6)$$

(2.3.1.6)式では、 $m$  は飛行方向を表す飛行方向番号、 $k$  は炉心内に無数に引いた Characteristics Line を識別するための番号である。

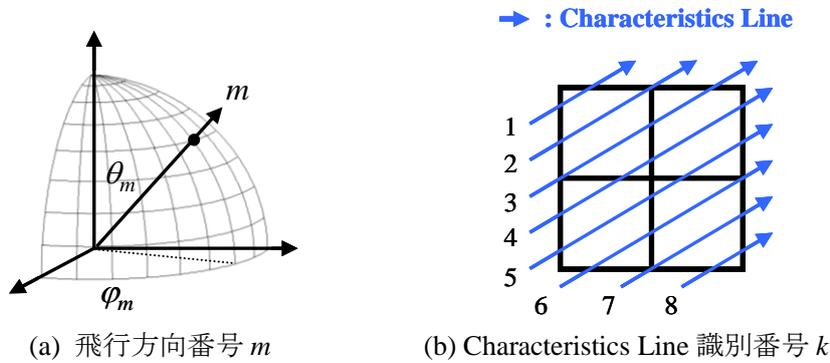


Fig. 2.3.1.2 中性子の飛行方向と Characteristics Line

Fig. 2.3.1.2 で Characteristics Line は直線で示しているが、個々の Characteristics Line は空間的にある範囲を代表しており、Characteristics Line が代表する範囲を strip と呼ぶ。二次元体系における strip の例を Fig. 2.3.1.3 に示すが、青線で示す Characteristics Line は網掛け部分の空間を代表しており、Fig. 2.3.1.3 の網掛け部分が strip となる。



Fig. 2.3.1.3 Characteristics Line の strip

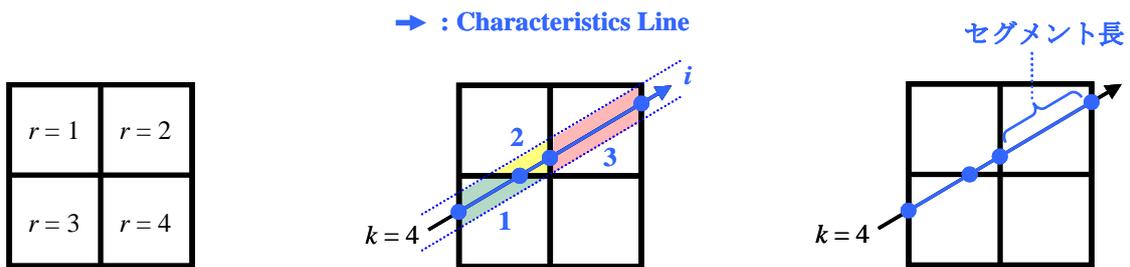
ここで、断面積及び中性子源項が着目領域内で一定であれば、(2.3.1.6)式の解は解析的に求められることとなる。つまり  $m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line、領域  $r$  に入射する Characteristics Line 上の角度中性子束のバランス式は(2.3.1.7)式で表される。

$$\frac{d\psi_{g,m,k}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g,r}\psi_{g,m,k}(s) = Q_{g,m,r} \quad (2.3.1.7)$$

中性子源項は一般に核分裂源や散乱源を含んでおり、等方散乱を仮定した場合、中性子源項は(2.3.1.8)式のように全中性子束を用いて計算されることから、上述の仮定は全中性子束が着目領域内で一定であることを意味する。一般に断面積が一定であると仮定した領域を **Material region**、全中性子束が一定であると仮定される領域を **Flat flux region** と呼ぶ。

$$Q_{g,m,r} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',r} \phi_{g',r} + \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r} \phi_{g',r} \right) \quad (2.3.1.8)$$

また、Flat flux region の幾何形状と strip によって切り取られた空間をセグメントと呼び、Flat flux region の幾何学的な形状によって切り取られた Characteristics Line の長さはセグメント長と呼ばれる。個々のセグメントは、体系への Characteristics Line の入射位置から順に連続した番号  $i$  によって識別する。



(a) Flat flux region 番号  $r$

(b) セグメント番号  $i$

(c) セグメント長

Fig. 2.3.1.4 Flat flux region 番号  $r$  とセグメント番号  $i$

以上の条件の下、 $m$  番目の飛行方向から入射する  $k$  番目の Characteristics Line において、 $i$  番目のセグメント内の角度中性子束の空間分布は、(2.3.1.7)式の解析解である(2.3.1.9)式によって与えられる。

$$\psi_{g,m,k,i}(s) = C \exp(-\Sigma_{t,g,r}s) + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \quad (C: \text{積分定数}, i \in \text{region } r) \quad (2.3.1.9)$$

さらに、 $i$  番目のセグメント領域の入射位置を  $s=0$  として定義し、 $s=0$  における角度中性子束を入

射角度中性子束  $\psi^{in}$  として定義すると、(2.3.1.9)式中の積分定数は(2.3.1.10)式で与えられる。

$$\psi_{g,m,k,i}^{in} = \psi_{g,m,k,i}^{in}(0) = C + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \rightarrow C = \psi_{g,m,k,i}^{in} - \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \quad (2.3.1.10)$$

(2.3.1.10)式を(2.3.1.9)式に代入すると、(2.3.1.11)式を得る。

$$\psi_{g,m,k,i}(s) = \psi_{g,m,k,i}^{in} \exp(-\Sigma_{t,g,r}s) + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} [1 - \exp(-\Sigma_{t,g,r}s)] \quad (i \in \text{region } r) \quad (2.3.1.11)$$

よって  $i$  番目のセグメントからの放出角度中性子束は、セグメント長  $s_{m,k,i}$  を(2.3.1.11)式に代入し、(2.3.1.12)式で求められる。なお、二次元体系で **Characteristics** 法を用いて炉心計算を行う場合には、事前に二次元平面内で **Ray tracing** と呼ばれる操作を行い、セグメント長  $s_{m,k,i}$  を求めておく。

$$\psi_{g,m,k,i}^{out} = \psi_{g,m,k,i}^{in} \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right)\right] \quad (2.3.1.12)$$

ただし(2.3.1.12)式中の  $\sin \theta_m$  は極角方向の長さの補正係数である。つまり着目している  $m$  番目の飛行方向に極角がある場合、Fig. 2.3.1.5 に示すように中性子は二次元平面内で **Ray tracing** を行った結果求められたセグメント長  $s_{m,k,i}$  よりも長い距離を進むこととなる。この場合、光学距離  $\Sigma_{t,g}s$  が着目する飛行方向によって異なるため、極角がある場合には、中性子の減衰が二次元平面内での中性子輸送とは異なることとなる。ゆえに、角度中性子束の減衰を模擬するため、光学距離に極角方向の補正を加えている。

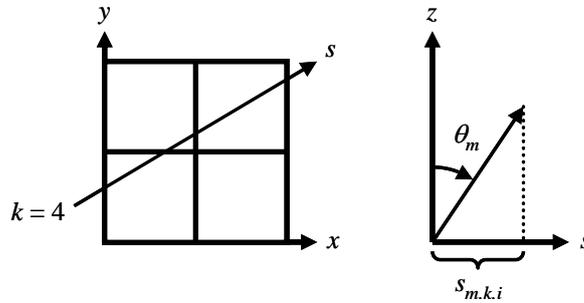


Fig. 2.3.1.5 極角方向の飛行距離の補正

後続の  $i+1$  番目のセグメントでは、 $i$  番目のセグメントからの放出角度中性子束を入射角度中性子束として与えることで、同様の手順で計算を行うことができる。

$$\psi_{g,m,k,i+1}^{in} = \psi_{g,m,k,i}^{out} \quad (2.3.1.13)$$

ただし、 $i=0$  のセグメントについては境界条件に応じた入射角度中性子束を適切に与えなければならない。境界条件として代表的なものとしては、真空境界条件、完全反射境界条件、周期境界条件等があるが、それぞれの境界条件における入射角度中性子束の条件を以下に示す。

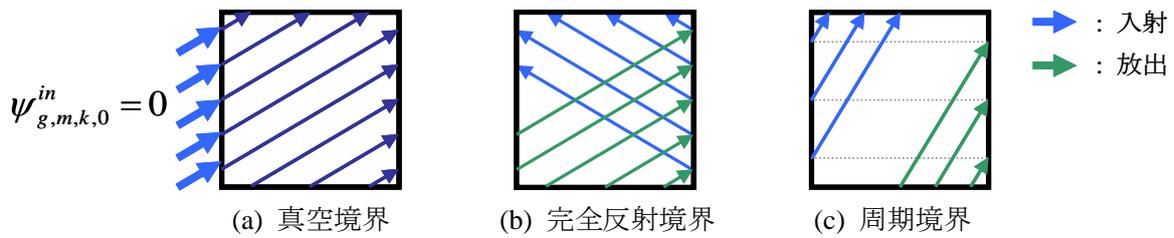


Fig. 2.3.1.6 Characteristics 法における境界条件の種類

(1) 真空境界条件

真空境界条件は中性子の入射がないことを意味し、原子炉に真空領域が隣接していることに対応する。ゆえに、入射角度中性子束は0である。

$$\psi_{g,m,k,0}^{in} = 0 \tag{2.3.1.14}$$

(2) 完全反射境界条件

完全反射境界条件は Fig. 2.3.1.7 に示すように、境界面から放出される角度中性子束が境界面で反射され、別の Characteristics Line に対する入射角度中性子束となる境界条件であり、対称性のある炉心の一部を計算する際に用いられる。つまり、 $m$  番目の飛行方向における  $k$  番目の Characteristics Line からの放出角度中性子束は体系の境界面によって反射され、 $m'$  番目の飛行方向における  $k'$  番目の Characteristics Line への入射となる。

$$\psi_{g,m',k',0}^{in} = \psi_{g,m,k,I}^{out} \tag{2.3.1.15}$$

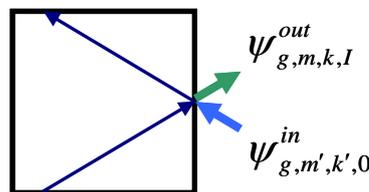


Fig. 2.3.1.7 完全反射境界における角度中性子束の反射関係

(3) 周期境界条件

周期境界条件では、Fig. 2.3.1.8 に示すように境界から流出した中性子は反対側の境界面から入射する。ゆえに中性子の飛行方向は変化しないが、Characteristics Line が変化する形となるため、ある  $m$  番目の飛行方向における  $k$  番目の Characteristics Line からの放出角度中性子束は、同じく  $m$  番目の飛行方向における  $k'$  番目の Characteristics Line の入射となる。

$$\psi_{g,m,k',0}^{in} = \psi_{g,m,k,I}^{out} \tag{2.3.1.16}$$

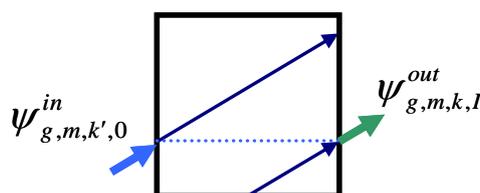


Fig. 2.3.1.8 境界における角度中性子束の反射関係

以上の境界条件を考慮することで体系の境界面からの中性子の輸送を計算することができるが、炉心計算で必要となるのは、全中性子束の空間分布と実効増倍率である。以下では、その計算方法を示す。

まず、全中性子束の計算方法について示す。まず(2.3.1.11)式をセグメント内で平均化し、セグメント平均の角度中性子束を求めると、セグメント平均角度中性子束は(2.3.1.17)式で表されることが分かる。

$$\overline{\psi}_{g,m,k,i} = \frac{\int_0^{s_{m,k,i}} \sin \theta_m \psi_{g,m,k,i} ds}{\int_0^{s_{m,k,i}} \sin \theta_m ds} = \frac{\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}}{\Sigma_{t,g,r} s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \quad (i \in \text{region } r) \quad (2.3.1.17)$$

次に、セグメント平均角度中性子束を用いて、領域平均の角度中性子束を求める。二次元体系の場合、パス幅を  $\delta A_{m,k}$  とすると、領域平均の角度中性子束は(2.3.1.18)式で計算できる。なお、(2.3.1.18)式中の  $\delta A_{m,k} s_{m,k,i} / \sin \theta_m$  は、Fig. 2.3.1.9 に示すように  $m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line における  $i$  番目のセグメントが代表する部分の体積である。

$$\overline{\psi}_{g,m,r} = \frac{\sum_{k \in r} \frac{s_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A_{m,k} \overline{\psi}_{g,m,k,i}}{\sum_{k \in r} \frac{s_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A_{m,k}} = \frac{\sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out})}{\Sigma_{t,g,r} \sum_{k \in r} s_{m,k,i} \delta A_{m,k}} + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \quad (2.3.1.18)$$

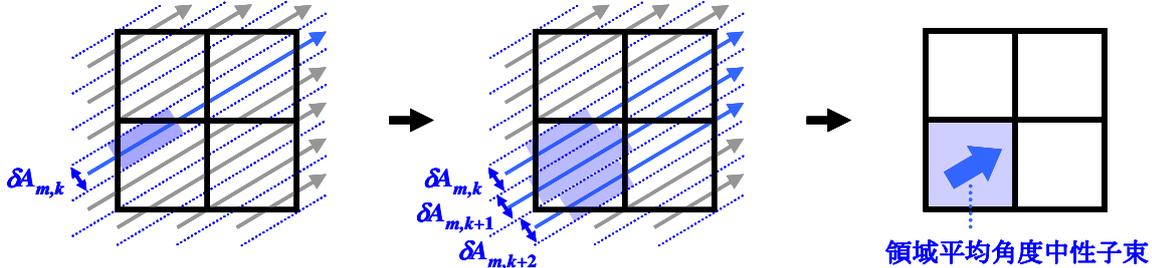


Fig. 2.3.1.9 領域平均角度中性子束の計算における空間積分

(2.3.1.18)式の体積積分は Flat flux region  $r$  における体積積分であるため、(2.3.1.18)式の右辺第一項における分母は Flat flux region の体積と等しいことが望まれる。しかし、実際には Characteristics Line を空間的に離散化しているため、(2.3.1.18)式の右辺第一項における分母の体積要素の総和は、Flat flux region の体積と完全に等価にはならない。そこで、Characteristics 法を用いた解析コードでは、(2.3.1.19)式を満足するように、セグメント長の規格化が行われている。<sup>\*</sup>

$$V_r = \sum_{k \in r} s_{m,k,i} \delta A_{m,k} \quad (2.3.1.19)$$

つまり、Ray tracing によって得られたセグメント長を、(2.3.1.20)式で規格化する。また、角度中性子束の計算にも、規格化されたセグメント長を用いる。

<sup>\*</sup> なお、Flat flux region の体積を保存するようにセグメント長を規格化するのではなく、領域からの平均脱出確率を保存するようにセグメント長を規格化する手法も近年提案されている[3]。提案手法は任意の Ray tracing 手法に対し適用できるわけではないため Ray tracing の選択肢の自由度は下がるが、パス幅を粗くしたとしても計算精度の悪化を大きく低減でき、計算時間の短縮を図ることができる。

$$s'_{m,k,i} = s_{m,k,i} \frac{V_r}{\sum_{k \in r} s_{m,k,i} \delta A_{m,k}} \quad (2.3.1.20)$$

$$\psi_{g,m,k,i}^{out} = \psi_{g,m,k,i}^{in} \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r} s'_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r} s'_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right)\right] \quad (2.3.1.21)$$

この場合、(2.3.1.19)式は厳密に満たされることとなり、領域平均角度中性子束を(2.3.1.22)式で計算することができる。

$$\overline{\psi}_{g,m,r} = \frac{\sum_{k \in r} \frac{s'_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A_{m,k} \overline{\psi}_{g,m,k,i}}{\sum_{k \in r} \frac{s'_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A_{m,k}} = \frac{\sin \theta_m}{V_r \Sigma_{t,g,r}} \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}) + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \quad (2.3.1.22)$$

最後に、全中性子束は角度中性子束の全立体角積分値であることから、飛行方向に関する重み付き積分を行う。つまり、飛行方向  $m$  の重みを  $\omega_m$  として、(2.3.1.23)式を用いて全立体角に関する積分を行う。ただし、飛行方向の分割数を  $M$  とする。

$$\begin{aligned} \phi_{g,r} &= \sum_m^M \omega_m \overline{\psi}_{g,m,r} \\ &= \frac{1}{\Sigma_{t,g,r}} \sum_m^M \omega_m Q_{g,m,r} + \frac{1}{V_r \Sigma_{t,g,r}} \sum_m^M \omega_m \sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}) \end{aligned} \quad (2.3.1.23)$$

ただし、飛行方向の重みは(2.3.1.24)式を満足するものとする。

$$\sum_m^M \omega_m = 4\pi \quad (2.3.1.24)$$

核分裂源や散乱源は(2.3.1.23)式より求めた全中性子束を用いて、(2.3.1.8)式に従って計算すれば良い。ただし、中性子源を計算するためには全中性子束が必要であり、全中性子束を計算するためには中性子源が必要となる。また、実効増倍率もまた(2.3.1.25)式で定義されるように、全中性子束を用いて計算する必要があるため、これらの値は反復計算を用いて求める。具体的な計算フローは 2.3.4 節で示す。

$$k_{eff} = \sum_r \sum_g^G \nu \Sigma_{f,g} \phi_{g,r} V_r \quad (\text{前反復で核分裂源を 1 に規格化した場合}) \quad (2.3.1.25)$$

### 2.3.2. Ray tracing の方法と境界面における角度中性子束の連続性

前節では Characteristics 法で用いる Characteristics Line 上の角度中性子束のバランス式を導出し、角度中性子束及び全中性子束の計算方法を示した。しかし、角度中性子束を計算するためには、領域の幾何形状によって切り取られる Characteristics Line の長さであるセグメント長が必要であり、セグメント長は事前に Ray tracing を Ray tracing を行うことで得られることを示した。本節では Ray tracing の方法について述べる。

Ray tracing の方法としては大別すると①体系全体に対して行う方法、②集合体に対して行う方法、③セル毎に行う方法の3つがある。以下ではそれぞれの手法の特徴について述べる。

まず体系全体に対し Ray tracing を行う場合、体系の端から端までの Characteristics Line は一本に繋がっているため、領域境界で Characteristics Line が不連続になることはない。しかし、体系が全

炉心のように非常に大きい場合、Ray tracing に要する計算量と全てのセグメント長を記憶しておくためのメモリ量が膨大となり、実用性に欠けることがある。

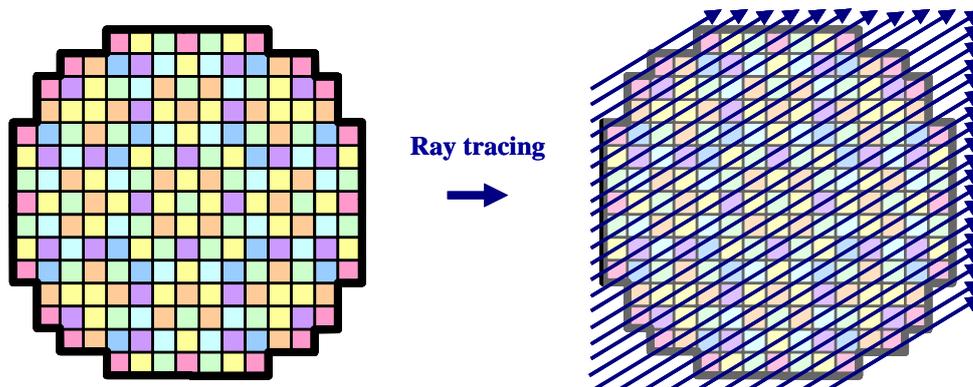


Fig. 2.3.2.1 体系全体に対する Ray tracing

ゆえに、メモリ量や計算量を減らすためには、Fig. 2.3.2.2、2.3.2.3 に示すように、集合体単位もしくはセル単位で Ray tracing を行うのが望ましい。この場合、体系を構成する典型的な燃料集合体もしくはセルに対して Ray tracing を行なえば、幾何形状が全く同じ集合体／セルの Ray tracing は省略でき、Ray tracing に要する計算コストを大幅に低減できる。また、完全に同一な幾何形状の集合体もしくはセルのセグメント長を複数保持しておく必要は無いため、セグメント長の記憶に必要なメモリ量も大幅に低減される。これらの Ray tracing 法はそれぞれ Assembly-based Modular Ray Tracing (AMRT) 法、Memory Reduction Method for Macroband (MRMB) 法と呼ばれる[4, 5]。特にセル単位で Ray tracing を行う MRMB 法が Ray tracing 自体の計算量、セグメント長の記憶に必要なメモリ量共に最も少ない。

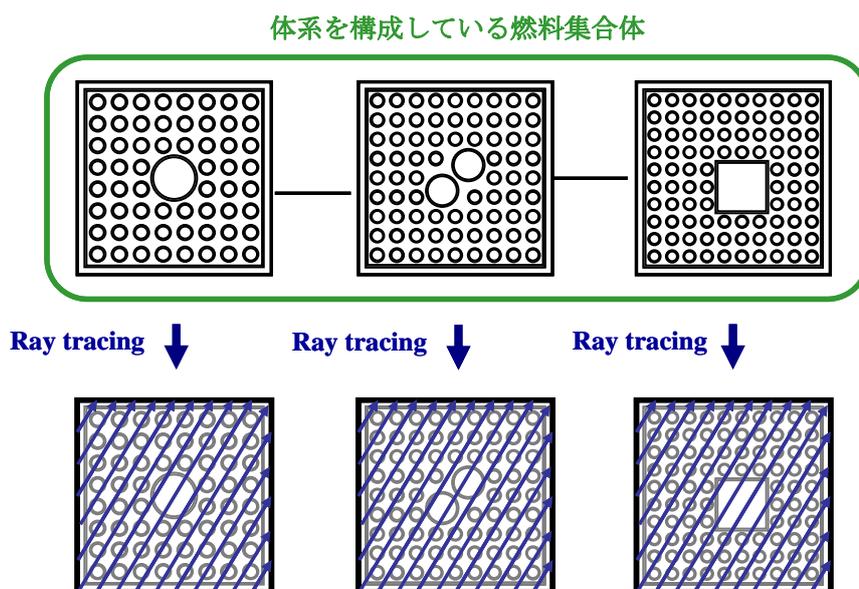


Fig. 2.3.2.2 集合体単位での Ray tracing (AMRT 法)

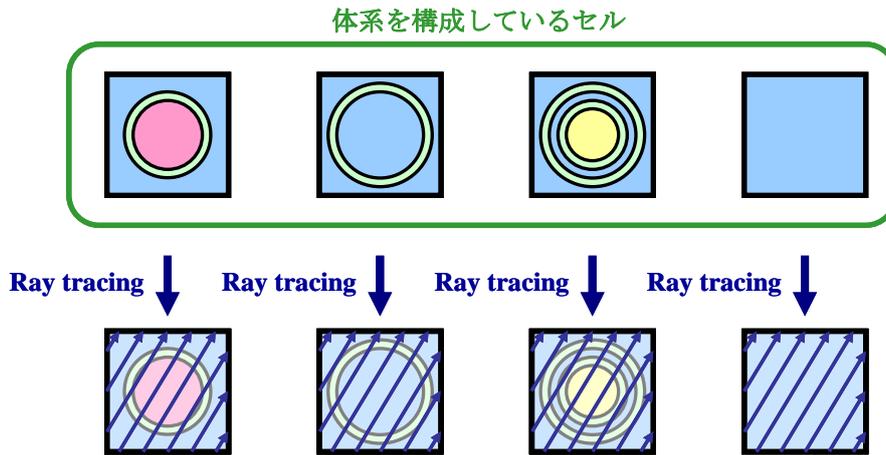


Fig. 2.3.2.3 セル単位での Ray tracing (MRMB 法)

ただし、AMRT 法や MRMB 法では、Characteristics Line のトレース方法によっては、集合体境界もしくはセル境界で Characteristics Line が Fig. 2.3.2.4 に示すように不連続となることがある。

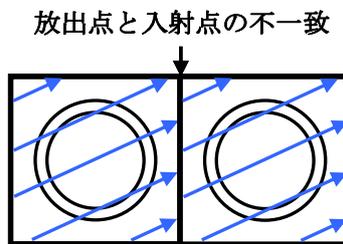


Fig. 2.3.2.4 Characteristics Line の入射位置と放出位置の不一致

この場合、入射角度中性子束を近傍の Characteristics Line からの放出角度中性子束を用いて求める必要がある。方法としては、①入射位置と最も近接している放出位置での放出角度中性子束を入射角度中性子束として使用する方法、②近傍の放出角度中性子束から内挿で求める方法、③近傍の放出角度中性子束の平均値を使用する方法の3つがある。

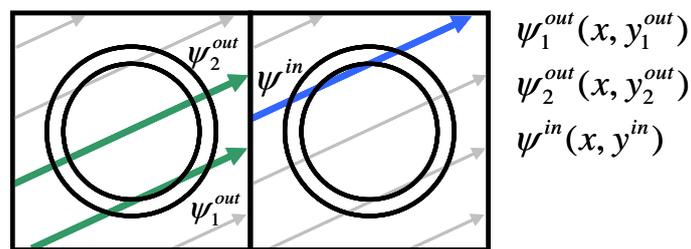


Fig. 2.3.2.5 セル境界における入射角度中性子束／放出角度中性子束の入射／放出位置

(1) 入射位置と最も近接している放出位置での放出角度中性子束を使用する方法

この方法では、角度中性子束の放出位置  $(x, y_1^{out}), (x, y_2^{out})$  のうち、入射角度中性子束  $\psi^{in}$  の入射位置  $(x, y^{in})$  に近い方の放出角度中性子束の値を  $\psi^{in}$  の値として用いる。

(2) 内挿を用いた方法

この方法では、入射角度中性子束  $\psi^{in}$  の入射位置に近接する 2 つの放出位置の放出角度中性子束の値を用いて、入射角度中性子束を(2.3.2.1)式のように内挿で求める。

$$\psi^{in} = \frac{y_2^{out} - y_1^{in}}{y_2^{out} - y_1^{out}} \psi_1^{out} + \frac{y_1^{in} - y_1^{out}}{y_2^{out} - y_1^{out}} \psi_2^{out} \quad (2.3.2.1)$$

内挿を用いた場合、放出位置が入射位置と最も近接している放出角度中性子束を使用する方法よりもっともらしい入射角度中性子束が得られる可能性はあるが、入射角度中性子束には内挿誤差が含まれる。

(3) 近傍の放出角度中性子束を平均化する方法

この方法では、Fig. 2.3.2.6 に示すように、セル境界に区間を考え、区間内で放出される角度中性子束の平均値を(2.3.2.2)式のように計算し、入射角度中性子束として与える。

$$\psi^{in} = \frac{1}{K} \sum_k^K \psi_k^{out} \quad (K: \text{区間内を通る Characteristics Line 数}) \quad (2.3.2.2)$$

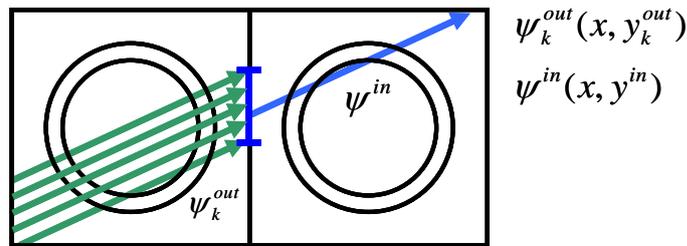
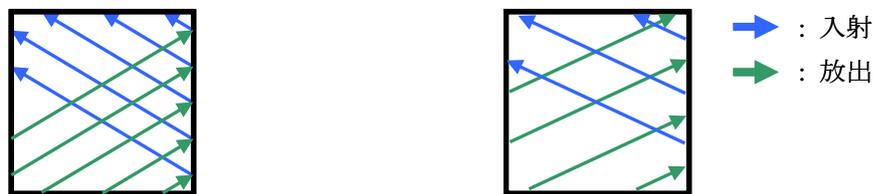


Fig. 2.3.2.6 放出角度中性子束の平均化

以上のように Characteristics Line に不連続点が現れた場合には入射角度中性子束の正確な値を得られないため、入射角度中性子束には近似誤差が含まれることとなる。AMRT 法や MRMB 法の場合、特殊な場合を除き完全反射境界条件や反射境界条件を考慮する際にも同様の問題が発生する可能性があるため、(2.3.1.14)~(2.3.1.16)式に示した境界条件を直接使用することは困難である。ゆえに、体系境界での入射角度中性子束もまた上述と同様に、内挿や平均化等を用いて与える必要がある。



(a) 入射点と放出点が一致する場合 (b) 入射点と放出点が一致しない場合

Fig. 2.3.2.7 入射点と反射点の不一致

以上は Ray tracing を行う単位の種類であるが、どのような規則に準じて Characteristics Line を引くかも、計算時間、メモリ量及びアルゴリズムの適用性の観点から重要な問題である。方法としては Equidistant 法、Macroband 法、Gauss-Legendre 区分求積法を用いた Macroband 法、Cyclic tracking

法等、多数の方法が提案されているが[6-8]、以下ではそれぞれの手法について示す。

(1) Equidistant 法

Equidistant 法は、Fig. 2.3.2.8 に示すよう Characteristics Line を等間隔に引く手法である。

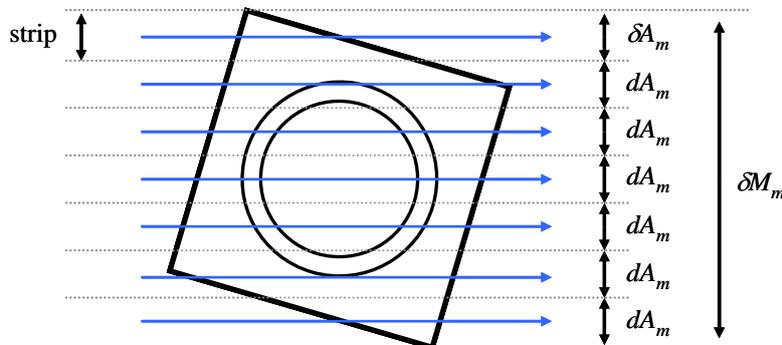


Fig. 2.3.2.8 Equidistant 法

Equidistant 法では、パス幅の最大値  $\delta A_{max}$  を設定し、どのパス幅  $\delta A_m$  も  $\delta A_{max}$  を超えないような最小の数の Characteristics Line を引く。例として、Fig. 2.3.2.8 に示すように 1 つのセルに対し、ある方位角方向  $m$  から Characteristics Line をトレースすることを考えると、 $\delta A_m < \delta A_{max}$  を満たすために必要な Characteristics Line の本数  $N_{CL}$  は(2.3.2.3)式で表される。

$$N_{CL} = \left[ \frac{\delta M_m}{\delta A_{max}} \right] + 1 \tag{2.3.2.3}$$

ここで、 $[ ]$  は Gauss 記号であり、 $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数を表す。また  $\delta M_m$  は方位角方向  $m$  から見た際のセルの幅である。よって、幅  $\delta M_m$  の領域の範囲に  $N_{CL}$  本の Characteristics Line を引くことから、パス幅  $\delta A_m$  は(2.3.2.4)式で計算することができる。

$$\delta A_m = \frac{\delta M_m}{N_{CL}} \tag{2.3.2.4}$$

上述の通り Equidistant 法の実装は比較的容易であるが、Fig. 2.3.2.9 に示すようにセグメント内に複数の物質が存在する可能性があることと、strip 内に幾何学的な不連続点が含まれることから、数値積分の安定性に悪影響を与える可能性がある。

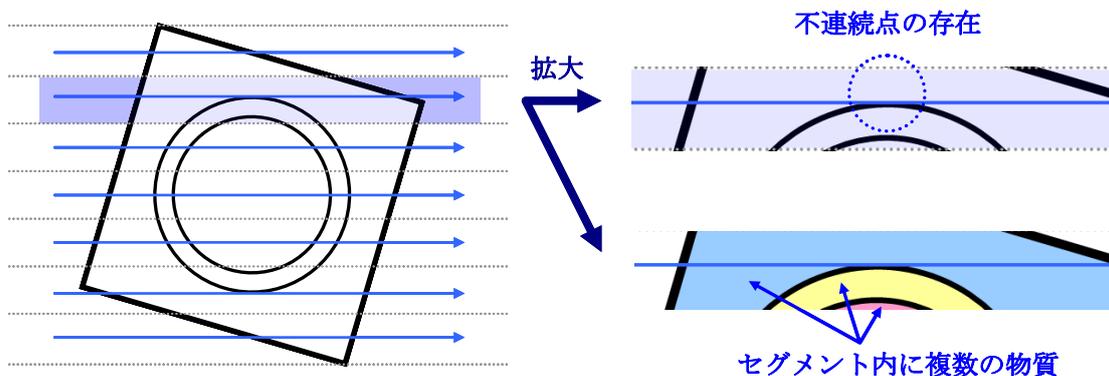


Fig. 2.3.2.9 Equidistant 法における問題点

## (2) Macroband 法

Macroband 法は、Fig. 2.3.2.10 (a)のように予め不連続点を通る直線を引き、不連続点を通る直線によって作られる帯(macroband)を考え、macroband 内に等間隔もしくは Gauss-Legendre 区分求積法に基づいて Characteristics Line を引く方法である。以下では macroband 内に等間隔に Characteristics Line を引く場合について述べる。

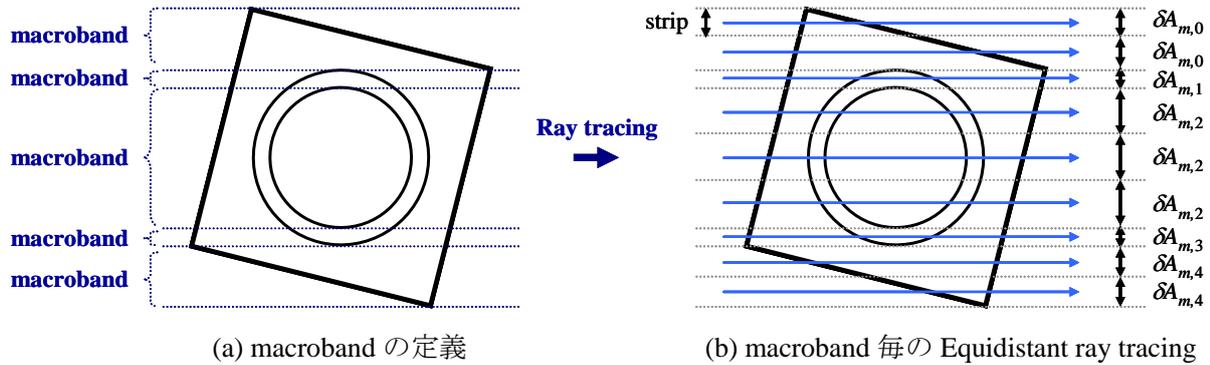


Fig. 2.3.2.10 Macroband 法

Macroband 法の利点は、セグメント内に複数の物質が存在することを避けることができる点と、strip 内に幾何学的な不連続点が含まれない点である。

パス幅は着目する方向及び個々の macroband に依存して変化するが、ある方位角方向  $m$  から見た際の macroband の幅を  $\delta M_{m,b}$  として表すと、個々の macroband を通る Characteristics Line の数は (2.3.2.5)式で定義される。

$$N_{CL} = \left\lceil \frac{\delta M_{m,b}}{\delta A_{max}} \right\rceil + 1 \quad (b : \text{macroband を識別するための添字}) \quad (2.3.2.5)$$

ゆえにパス幅を macroband 毎に(2.3.2.6)式で計算できる。

$$\delta A_{m,b} = \frac{\delta M_{m,b}}{N_{CL}} \quad (2.3.2.6)$$

なお、macroband 内で等間隔に Characteristics Line を引くのではなく、Gauss-Legendre 区分求積法に基づいて Characteristics Line を引き、macroband 内での空間に関する数値積分誤差の低減を図る方法も提案されている。

## (3) Cyclic tracking 法

Cyclic tracking 法は、体系内に引いた Characteristics Line が Ray tracing の開始点に戻るような Ray tracing 手法である。

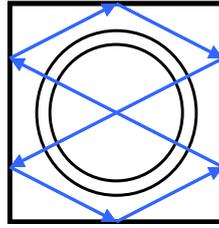


Fig. 2.3.2.11 Cyclic tracking

このような Ray tracing を行うためには、まずパス幅を一定とする Equidistant ray tracing を行う必要があり、さらに体系内に引かれる Characteristics Line が循環するための方向とパス幅を適切に設定する必要がある。両者を用いることで、体系内に引かれた Characteristics Line は必ず循環するようになる。以下では、Cyclic tracking を行うための条件を示す。

まず、体系幅  $X$ 、パス幅  $\delta A_m$ 、 $m$  番目の方位角方向を  $\varphi_m$  とすると、 $x, y$  方向はそれぞれ、 $nx_m, ny_m$  個のスパンに区切られる。

$$nx_m = \frac{X \cos \varphi_m}{\delta A_m} \quad (2.3.2.7)$$

$$ny_m = \frac{X \sin \varphi_m}{\delta A_m} \quad (2.3.2.8)$$

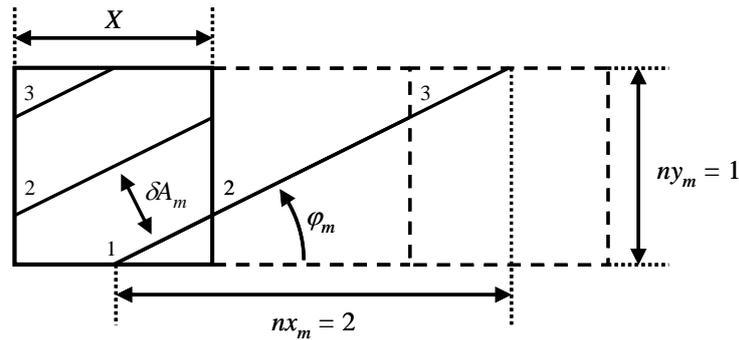


Fig. 2.3.2.12 Characteristics Line とスパン

$nx_m$  と  $ny_m$  の比が整数の比で表される場合、体系内に引かれた Characteristics Line は体系内で循環する。ゆえに、この条件を満足するように  $nx_m, ny_m$  を丸め、(2.3.2.9)、(2.3.2.10)式で定義される方位角  $\varphi'_m$  及びパス幅  $\delta A'_m$  を用いて Ray tracing を行えば、Cyclic tracking を行うことができる。

$$\varphi'_m \equiv \tan^{-1} \left[ \frac{ny_m}{nx_m} \right] \quad ([ ] \text{ は Gauss 記号}) \quad (2.3.2.9)$$

$$\delta A'_m \equiv \frac{X}{\sqrt{[nx_m]^2 + [ny_m]^2}} \quad (2.3.2.10)$$

Cyclic tracking 法の利点としては、Cyclic tracking を行った場合、セル境界もしくは集合体境界における Characteristics Line の放出点と入射点が完全に一致する点である。つまり、境界面で放出角度中性子束を入射中性子束にそのまま代入でき、角度中性子束の内挿や平均化に伴う近似誤差を排除できる。また、体系境界面での角度中性子束の放出位置と入射位置が完全に一致するため、(2.3.1.14)~(2.3.1.16)式の境界条件を直接使用することができ、境界条件の取り扱いが非常に容易とな

る。さらに、方位角及びパス幅が Characteristics Line の循環条件を満たすように計算し直す以外は、Equidistant ray tracing と同一であるため、コーディングも比較的容易である。

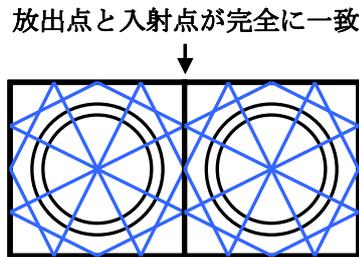


Fig. 2.3.2.13 Characteristics Line の接続

また、Direct Neutron Path Linking (DNPL)法[9]と呼ばれる手法との親和性も高く、幾何形状の異なる集合体タイプ毎に Cyclic tracking を行っておけば、炉心全体の Ray tracing 情報を完全に再現することができる。これは、炉心全体に対し直接 Ray tracing を行うよりも、計算コスト及び所要メモリ量を大幅に低減できることを意味する。なお DNPL 法とは、燃料集合体単位の Ray tracing において Cyclic tracking を適用することで、隣接する燃料集合体の Characteristics Line が Fig. 2.3.2.14 に示すように正確に結合できることを利用し、燃料集合体タイプ毎の Ray tracing 情報のみを保持し、相互に結合することで炉心全体の Ray tracing 情報を再現する方法である。

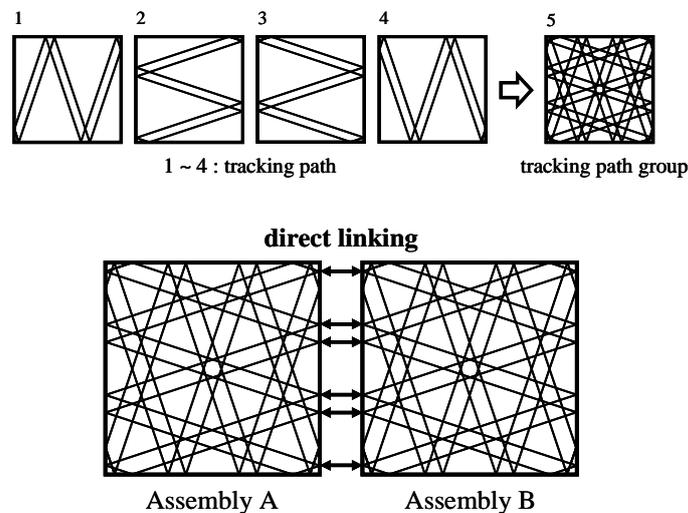


Fig. 2.3.2.14 DNPL 法における Characteristics Line の接続概念

実際に炉心計算の中では Fig. 2.3.2.15 に示すように Characteristics Line が結合される。Cyclic tracking を用いた場合、集合体境界での Characteristics Line が隣接する集合体の Characteristics Line と完全に接合できるため、MRMB 法を用いた際に生じる入射角度中性子束に対する内挿誤差／平均化誤差が発生しない。ゆえに Fig. 2.3.2.15 に示すように Characteristics Line を辿りながら角度中性子束を計算した際、後続の燃料集合体に角度中性子束の内挿誤差が引き継がれない等の利点もある。

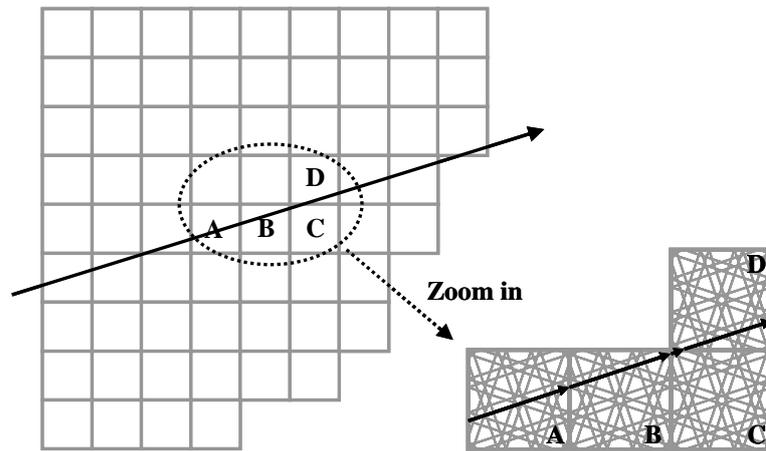


Fig. 2.3.2.15 炉心体系における隣接集合体間の Characteristics Line の結合例

逆に欠点としては、パス幅、方位角分割数が Characteristics Line の循環条件を満たすために制限される点である。また、Cyclic tracking 法は通常集合体単位の Ray tracing を行う AMRT 法と共に使用されるが、集合体の四隅に微小なギャップ領域があり、かつパス幅が比較的粗い場合、ギャップ領域を Characteristics Line が通らず全中性子束を計算できない Flat flux region が生じるがある。これはパス幅が粗い場合、Fig. 2.3.2.16 に示すように、特に集合体の四隅に Characteristics Line が通らない Cyclic tracking 特有のパターンが現れるためである。以上の問題はパス幅と細かく設定することで回避可能であるが、Gauss-Legendre 区分求積法を用いた Macroband 法等に比べ詳細なパス幅での Ray tracing を強いられる可能性があり、Characteristics Line の本数の増加及び計算時間の増加を招く。

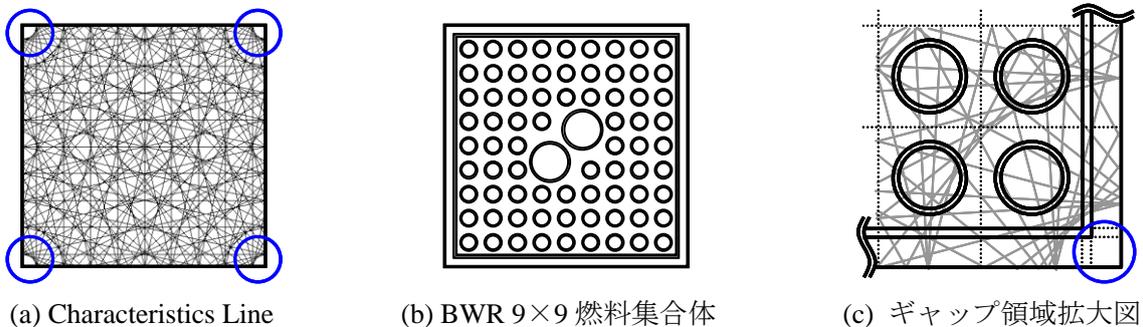


Fig. 2.3.2.16 Cyclic tracking における Characteristics Line のパターンとギャップ領域

以上の各種 Ray tracing 手法を用いて、現行の Characteristics 法を用いた格子計算コードや炉心計算コードは設計されている。Table 2.3.2.1 には、その実例として Characteristics 法を用いた格子計算コード及び炉心計算コードで用いられている Ray tracing 手法を示す[4, 10-14]。

Table 2.3.2.1 現行の Characteristics 法を用いた格子計算／炉心計算コードにおける Ray tracing 手法

計算コード	Ray tracing 方法
AEGIS	Equidistant 法, Macroband 法, Gauss-Legendre 区分求積法を用いた Macroband 法 with MRMB 法
CASMO-5	Cyclic tacking 法
CHAPLET	Cyclic tacking 法 with AMRT 法, DNPL 法
DeCART	Cyclic tacking 法 with AMRT 法, MRMB 法
GALAXY	Equidistant 法, Cyclic tacking 法 with AMRT 法, DNPL 法)

Table 2.3.2.1 に示すように既存の格子計算／炉心計算コードでは AEGIS コードのように、Gauss-Legendre 区分求積法を用いた Macroband 法等を採用することで Characteristics Line の本数を減らし、計算の高速化・効率化が図られている例もあるが、Cyclic tracking 法が多く採用されている傾向がある。

以上の観点から本研究では Characteristics 法を用いた格子計算／炉心計算コードの中でも多くの計算コードで採用されている Cyclic tracking 法と AMRT 法、及び DNPL 法の組合せを採用した。Characteristics Line を引く際の Ray tracing の実装アルゴリズムについては、参考文献[15]に従い、以下のように実装した。

まず、Characteristics 法を用いた炉心計算に必要な情報の中で、Ray tracing で事前に求めおく必要がある情報は以下の3つである。

- セグメント長  $s_{m,k,i}$
- $m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line、 $i$  番目のセグメントが属する Flat flux region を識別するための領域番号  $r$
- 境界面での Characteristics Line の接続先に関する情報  $(m, k) \rightarrow (m', k')$

境界面での Characteristics Line の接続先に関する情報とは、 $m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line から放出される角度中性子束が、完全反射境界や周期境界もしくは隣接集合体への入射によって  $m'$  番目、 $k'$  番目の Characteristics Line の入射角度中性子束となる際の対応関係のことである。Ray tracing によってこれらの情報を得るため、まず Fig. 2.3.2.17(a)に示すように方位角  $\varphi'_m$  の方向からパース幅  $\delta A'_m$  で体系を横切る Characteristics Line を考える。

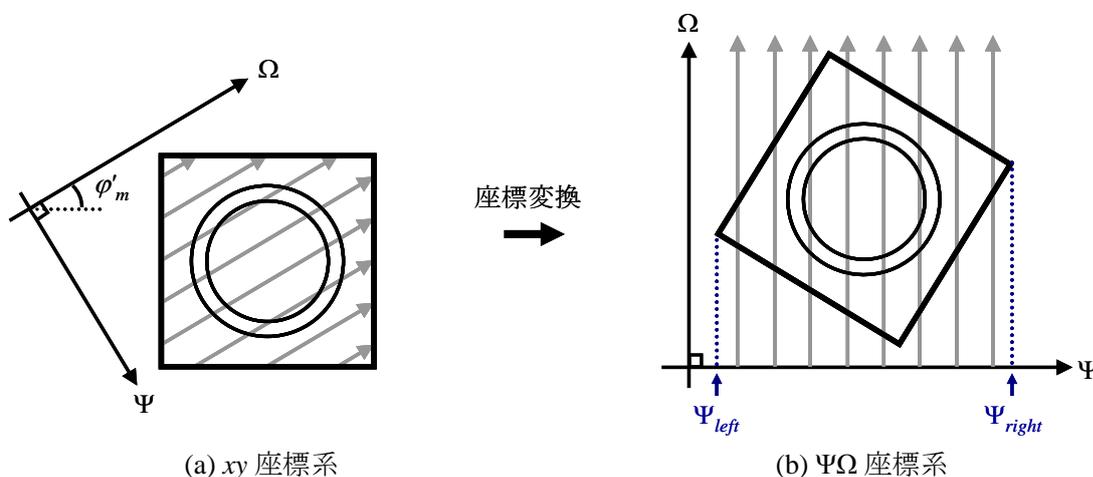


Fig. 2.3.2.17 線形変換と Ray tracing

次に、Fig. 2.3.2.17(a)に示す Characteristics Line に平行な  $\Omega$  軸と、 $\Omega$  軸に垂直な  $\Psi$  軸を定義し、体系を構成する各図形の頂点に対して(2.3.2.11)式で表される線形変換を行うと、個々の Characteristics Line は Fig. 2.3.2.17(b)のように  $\Psi = \Psi_{m,k}$  の直線で表すことができる。

$$\begin{pmatrix} \Psi \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(90^\circ - \phi'_m) & -\sin(90^\circ - \phi'_m) \\ \sin(90^\circ - \phi'_m) & \cos(90^\circ - \phi'_m) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \phi'_m & -\cos \phi'_m \\ \cos \phi'_m & \sin \phi'_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2.3.2.11)$$

つまり  $\Psi\Omega$  座標系における体系左端の  $\Psi$  座標を  $\Psi_{left}$ 、体系右端の  $\Psi$  座標を  $\Psi_{right}$  とすると、 $m$  番目の飛行方向における  $k$  番目の Characteristics Line は(2.3.2.12)、(2.3.2.13)式で表される。

$$\Psi_1 = \delta A'_m / 2 + \Psi_{left} \quad (2.3.2.12)$$

$$\Psi_{m,k} = \Psi_{m,k-1} + \delta A'_m \quad (k = 2 \sim K) \quad (2.3.2.13)$$

ただし、(2.3.2.13)式中の  $K$  は  $m$  番目の飛行方向における Characteristics Line の本数であり、(2.3.2.14)式で表される。

$$K = \frac{\Psi_{right} - \Psi_{left}}{\delta A'_m} \quad (2.3.2.14)$$

次に、Characteristics Line と体系の領域境界面の交差判定及び交差点の計算について考えると、Fig. 2.3.2.17 に示すように四角形と円から構成される体系であれば、Fig. 2.3.2.18 に示すように体系を構成する線分及び円に関する交差判定及び交差点の計算を行えば良いことが分かる。

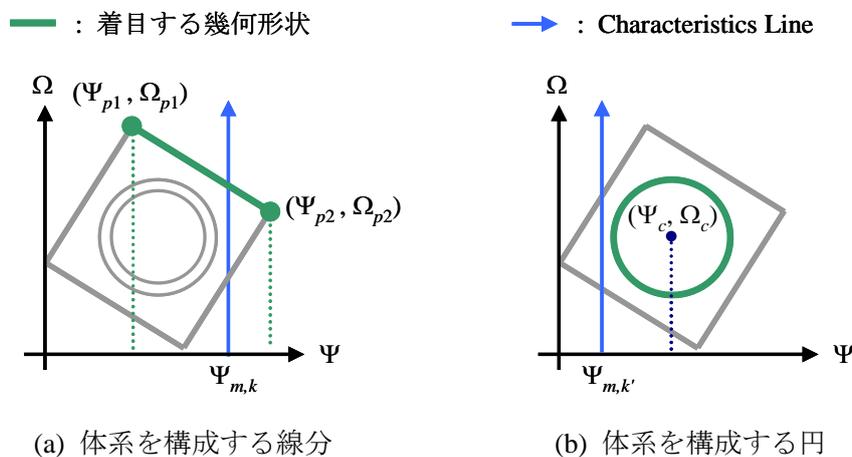


Fig. 2.3.2.18 体系を構成する線分と円との Characteristics Line の交差

以下では、Fig. 2.3.2.18 に示す体系を構成する線分及び円と Characteristics Line との交差判定及び交差点の計算方法について示す。

(1) 線分に対する交差判定

Fig. 2.3.2.18 (a)に示すように線形変換後の体系を構成する線分の両端の  $\Psi\Omega$  座標を $(\Psi_{p1}, \Omega_{p1})$ ,  $(\Psi_{p2}, \Omega_{p2})$ とし、 $\Psi_{p1} < \Psi_{p2}$ とした時、 $k$  番目の Characteristics Line の  $\Psi$  座標  $\Psi_{m,k}$  が(2.3.2.15)式の条件を満たす場合、線分と Characteristics Line は交差する。

$$\Psi_{p1} \leq \Psi_{m,k} \leq \Psi_{p2} \tag{2.3.2.15}$$

さらに、 $\Psi\Omega$  座標上における線分の直線は(2.3.2.16)式で表される。

$$\Omega = \frac{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}}{\Psi_{p2} - \Psi_{p1}}(\Psi - \Psi_{p1}) + \Omega_{p1} \quad (\Psi_{p1} \leq \Psi \leq \Psi_{p2}) \tag{2.3.2.16}$$

ゆえに、線分と Characteristics Line が交差する際の線分と Characteristics Line の交点の  $\Omega$  座標  $\Omega_x$  は、(2.3.2.16)式に  $\Psi = \Psi_{m,k}$  を代入することで得られ、(2.3.2.17)式で表される。

$$\Omega_x = \frac{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}}{\Psi_{p2} - \Psi_{p1}}(\Psi_{m,k} - \Psi_{p1}) + \Omega_{p1} \tag{2.3.2.17}$$

(2) 円に対する交差判定

Fig. 2.3.2.18 (a)に示すように線形変換後の体系を構成する円の中心の  $\Psi\Omega$  座標を $(\Psi_c, \Omega_c)$ とし、円の半径を  $R$  とすると、 $k$  番目の Characteristics Line の  $\Psi$  座標  $\Psi_{m,k}$  が(2.3.2.18)式の条件を満たす場合、円と Characteristics Line は交差する。

$$\Psi_c - R \leq \Psi_{m,k} \leq \Psi_c + R \tag{2.3.2.18}$$

この時、円と Characteristics Line と交点 $(\Psi_{m,k}, \Omega_{x1})$ ,  $(\Psi_{m,k}, \Omega_{x2})$ の  $\Omega$  座標は(2.3.2.19)式で表される。

$$\Omega_{x1} = \Omega_c - \sqrt{R^2 - (\Psi_{m,k} - \Psi_c)^2}, \quad \Omega_{x2} = \Omega_c + \sqrt{R^2 - (\Psi_{m,k} - \Psi_c)^2} \tag{2.3.2.19}$$

— : 着目する幾何形状    → (blue) : 交差するCharacteristics Line    → (red) : 交差しないCharacteristics Line

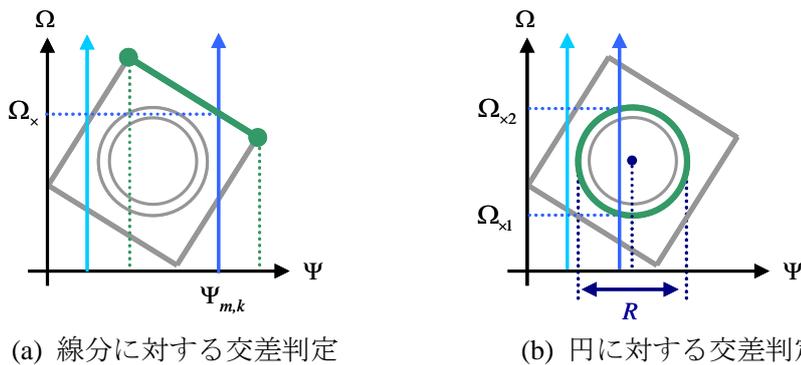


Fig. 2.3.2.19 Characteristics Line と幾何形状の交差判定

以上の処理により、Fig. 2.3.1.20に示すように、 $m$  番目の飛行方向における  $k$  番目の Characteristics Line と全ての幾何形状との交点の  $\Omega$  座標数列  $\{\Omega_{m,k,i} | i = 0, 1, 2, \dots, I\}$  を求めることができる。

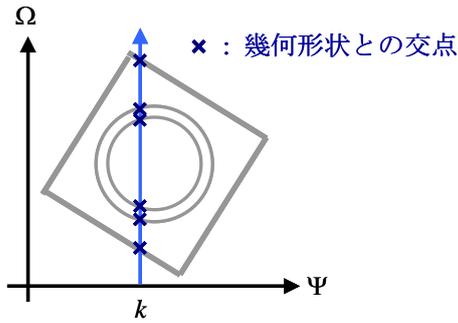


Fig. 2.3.2.20 Characteristics Line と幾何形状の交点

これらの交点列を  $\Omega$  座標値が小さいものから順に並び替えると、 $m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line における  $i$  番目のセグメントのセグメント長は Characteristics Line の入射位置から順に(2.3.2.20)式で求められる。

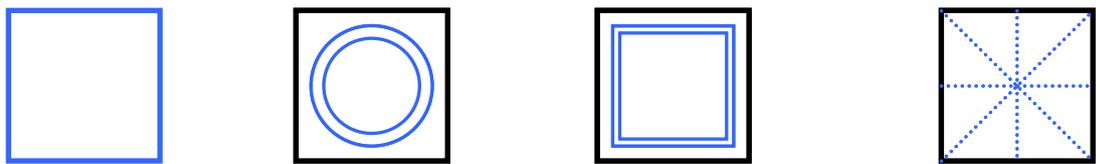
$$s_{m,k,i} = \Omega_{m,k,i} - \Omega_{m,k,i-1} \quad (i = 1 \sim I) \quad (2.3.2.20)$$

また、(2.3.2.21)、(2.3.2.22)式より、 $m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line の体系への入射位置( $x_{m,k}^{in}, y_{m,k}^{in}$ )と体系からの放出位置( $x_{m,k}^{out}, y_{m,k}^{out}$ )が計算できる。これらは体系境界面での完全反射境界条件や周期境界条件を設定する際に必要となる。

$$\begin{pmatrix} x_{m,k}^{in} \\ y_{m,k}^{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \varphi'_m & -\cos \varphi'_m \\ \cos \varphi'_m & \sin \varphi'_m \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Psi_{m,k} \\ \Omega_{m,k,0} \end{pmatrix} \quad (2.3.2.21)$$

$$\begin{pmatrix} x_{m,k}^{out} \\ y_{m,k}^{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \varphi'_m & -\cos \varphi'_m \\ \cos \varphi'_m & \sin \varphi'_m \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Psi_{m,k} \\ \Omega_{m,k,I} \end{pmatrix} \quad (2.3.2.22)$$

Flat flux region を識別するための領域番号の付け方については、R-function 法があるが、本研究では取り扱い可能な幾何形状を Fig. 2.3.2.21 に示す幾何形状に限定して簡便な領域識別を行った。



(a) セル外形 (b) セル内円形領域 (c) セル内正方形領域 (d) セル内等角度8分割

Fig. 2.3.2.20 自作コードで取り扱い可能な幾何形状

Fig. 2.3.2.21 に示すように自作コードでは、四角形セルの外形、セル内に存在する複数の円形領域及び正方形領域と、それらを等角度に8分割する直線、及びこれらの幾何形状を組合せたセル及び燃料集合体を取り扱うことができる。ただし、円形/正方形の内部領域の中心はセルの中心と同一である。この場合、領域番号は Fig. 2.3.2.22 に示すように自動的に設定可能である。

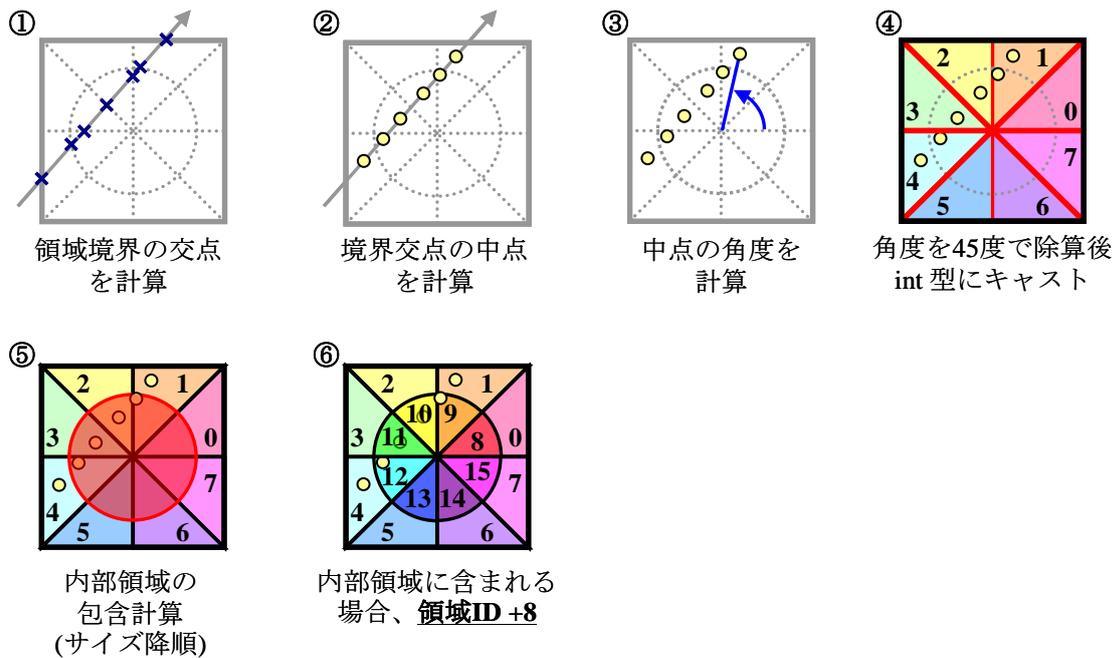


Fig. 2.3.2.22 自作コードでの領域判定方法

まず Characteristics Line と幾何形状の交点からセグメント長を計算する際、各セグメントの中点を同時に計算する。次にセル中心を原点とした際のセグメントの中点と x 軸がなす角度を計算すると、セグメントの中点と x 軸がなす角度は  $0 \sim 2\pi$  で表される。この角度を  $\pi/4$  で割り int 型変数にキャストすると、中点と x 軸がなす角度は  $0 \sim 7$  の整数で表されるため、これを領域識別用の領域番号として利用できる。最後にセル内の内部領域(円/正方形)の中にセグメントの中点があるかどうかを判定し、内部領域の中に含まれる中点については、領域番号に 8 を加える。内部領域が複数になる場合には、内部領域の大きさが大きいものから順に内部領域の包含判定を行なっていく。

以上の処理により Fig. 2.3.2.21 に示す幾何形状によって区切られる全ての領域を、別々の領域番号で識別することができる。例として、減速材領域、被覆管領域、燃料領域の 3 つを設ける場合、Fig. 2.3.2.22 と同じプロセスを辿ると、減速材は  $0 \sim 7$ 、被覆管は  $8 \sim 15$ 、燃料は  $16 \sim 23$  の領域番号で識別される。以上のプロセスは、セグメント情報を Ray tracing 中に生成する処理と同時に行うことができ、内部領域の形状/数によらず統一したアルゴリズムで判定を行うことができる。ただし、上述の判定はセルの内部領域に対するものなので、炉心体系のように非常に多くのセルが存在する場合は、燃料集合体位置( $ax, ay$ )、セル位置( $cx, cy$ )、内部領域番号  $r$  を用いて、個々の領域を識別する。

以上の処理を全ての Characteristics Line、全方位角方向について実施すれば、任意の幾何形状に対しセグメント長、Flat flux region の識別番号、Characteristics Line の入射放出位置を求めることができる。

全方位角方向の Characteristics Line についてセグメント長及び Flat flux region の識別番号が求められたら、最後に境界面での Characteristics Line の接続先に関する情報を Characteristics Line の情報に付け加える。具体的な方法は以下に示す通りである。

$x$  方向の境界面と  $y$  方向の境界面で、ある方位角方向  $m$  から境界面に放出された中性子束が完全反射境界によって反射された際の反射角  $m'$  について考えると、 $m'$  は(2.3.2.23)、(2.3.2.24)式で表され

る。ただし、 $N_{azim}$  は方位角方向の分割数である。

$x$  方向の境界面での反射：

$$m' = \begin{cases} \frac{N_{azim} + 1 - m}{2} & (m \leq N_{azim} / 2) \\ N_{azim} + 1 - \left(m - \frac{N_{azim}}{2}\right) & (m > N_{azim} / 2) \end{cases} \quad (2.3.2.23)$$

$y$  方向の境界面での反射：

$$m' = N_{azim} + 1 - m \quad (2.3.2.24)$$

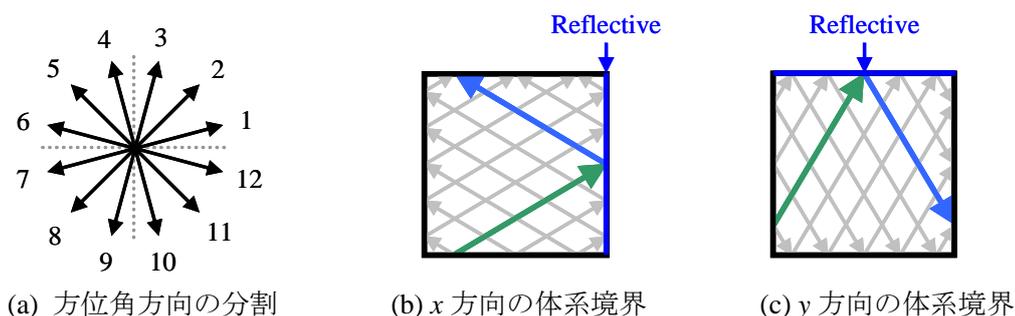


Fig. 2.3.2.23 方位角方向と反射境界面

$m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line は(2.3.2.23)、(2.3.2.24)式のどちらかで指定される  $m'$  番目の飛行方向に反射されるため、後は反射後の接続先 Characteristics Line の識別番号  $k'$  を求めれば良い。本研究では Cyclic tracking 法を採用しているため、境界面での Characteristics Line の放出位置は必ずその他の Characteristics Line の入射位置と一致している。ゆえに、 $m$  番目の飛行方向、 $k$  番目の Characteristics Line の放出位置と一致する入射位置を持つ Characteristics Line が、 $m'$  番目の飛行方向の Characteristics Line の中に必ず存在する。よって  $m'$  番目の飛行方向の Characteristics Line の中から、(2.3.2.25)式を満たす  $k'$  を求めれば、反射境界面に対し、境界面での Characteristics Line の接続先に関する情報を求めることができる。

$$x_{m',k'}^{in} = x_{m,k}^{out} , y_{m',k'}^{in} = y_{m,k}^{out} \quad (2.3.2.25)$$

また周期境界面については、中性子の飛行方向は変化しないことから、(2.3.2.26)式を満たす  $k'$  を求めれば良い。

$$x_{m,k'}^{in} = x_{m,k}^{out} , y_{m,k'}^{in} = y_{m,k}^{out} \quad (2.3.2.26)$$

ただし、計算機上では有効桁の関係から(2.3.2.25)、(2.3.2.26)式を厳密に満たす値が得られない可能性がある。これは、交差点計算時の打ち切り誤差や丸め誤差に起因する極めて小さな各種誤差が存在するためである。ゆえに実際のコーディングにおいて、(2.3.2.25)、(2.3.2.26)式のような float 型もしくは double 型変数の一致判定には微小な範囲を設定して一致判定を行なっている。つまり完全反射境界条件においては、(2.3.2.27)式を満たす場合に入射点と放出点が一致していると判定している。

$$\left| x_{m',k'}^{in} - x_{m,k}^{out} \right| \leq \varepsilon , \left| y_{m',k'}^{in} - y_{m,k}^{out} \right| \leq \varepsilon \quad (2.3.2.27)$$

ただし、(2.3.2.27)式中の  $\varepsilon$  はパス幅よりも十分小さく、float 型もしくは double 型変数の有効桁数が問題とならない大きさの定数である。

なお、ある燃料集合体から隣接する燃料集合体へ入射する Characteristics Line の接続について考えると、周期境界条件と同様に飛行方向が変化しないことから、入射・放出位置から得られる接続情報は、周期境界条件と同一である。ゆえに、Cyclic tracking の場合、完全反射境界と周期境界さえ実装すれば、集合体が隣接する場合についても容易に実装可能である。

以上の流れをまとめると、Fig. 2.3.2.24 のようになる。

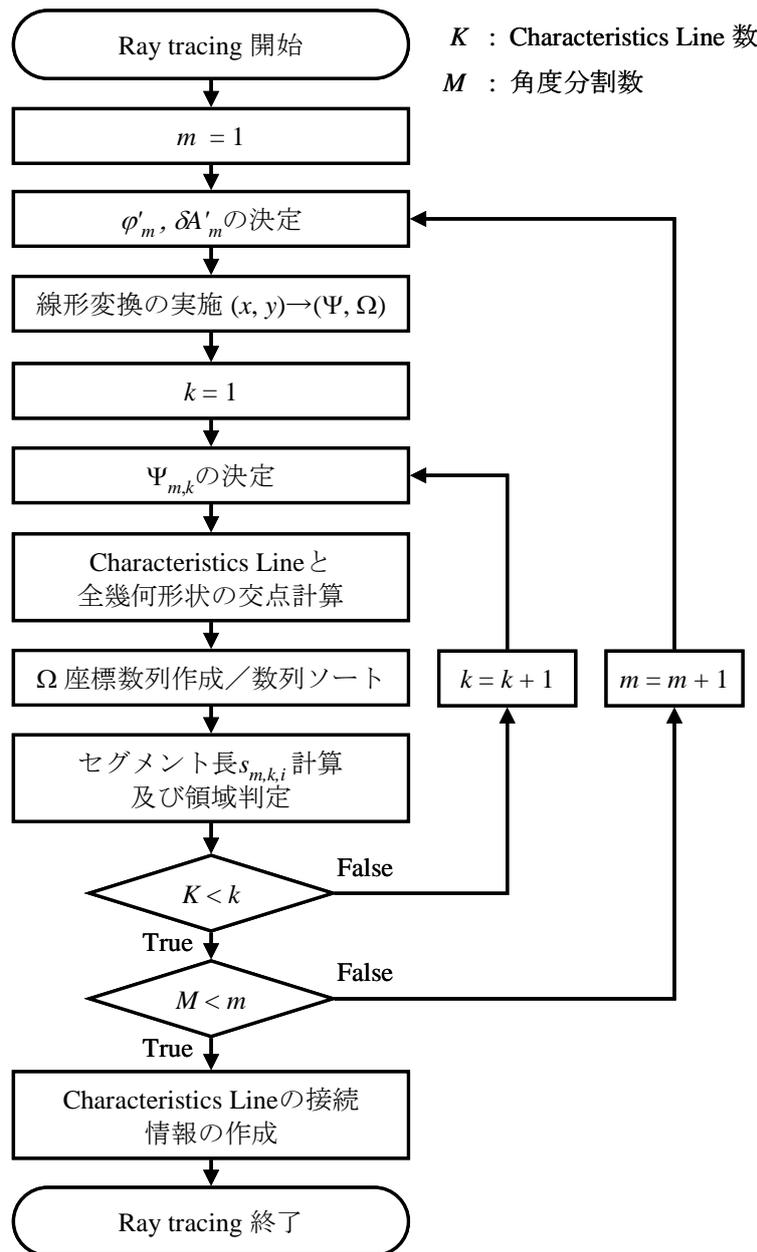


Fig. 2.3.2.24 Cyclic tracking の Ray tracing フロー

ただし、Ray tracing を行う前には、Characteristics Line を引く方位角方向を決定しておく必要がある。次節では、その決定方法について述べる。

### 2.3.3. 極角及び方位角分点

本来全中性子束を求めるためには、全立体角で角度中性子束を積分する必要がある。しかし、Characteristics 法では中性子の飛行方向を離散化しているため、飛行方向に関する解析的な積分処理は実施できない。ゆえに Characteristics 法では、(2.3.3.1)式に示すように角度に関する数値積分を用いて全中性子束を求めている。

$$\phi_{g,r} = \int_{4\pi} \psi_{g,r}(\vec{\Omega}) d\Omega \approx \sum_m^M \omega_m \psi_{g,m,r} = \sum_a^{N_{axim}} \sum_p^{N_{polar}} \omega_a \omega_p \psi_{g,m,r} \quad (2.3.3.1)$$

(2.3.3.1)式中の  $\omega_m$  は飛行方向の重みであり、極角方向の重み  $\omega_p$  と方位角方向  $\omega_a$  の重みの積で表される。ゆえに、極角方向及び方位角方向の重みは適切な重みを設定する必要がある。また、Ray tracing を行う際や放出角度中性子束を計算する際には、中性子の代表的な飛行方向の情報( $\theta_m, \varphi_m$ )も必要である。本節では、これらの代表的な飛行方向及び飛行方向の重みの与え方について述べる。以下では、代表的な飛行方向及び飛行方向の重みの組み合わせを、分点セットと呼ぶ。

まず極角方向については、二次元体系における Characteristics 法の場合、 $0 \leq \theta \leq \pi/2$  の範囲について考える。これは二次元体系における Characteristics 法の場合、 $0 \leq \theta \leq \pi/2$  の範囲と  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$  の範囲で角度中性子束の値は完全に対象であるためである。この時の分点セットとしては、等分割分点セット、Gauss-Legendre 分点セット、Tabuchi-Yamamoto 最適分点セット等、多数の分点セットが考案されている[8, 17]。以下では、それぞれの極角分点セットの概略を示す。なお、以下では  $\underline{\theta} = 0$  rad が  $z$  軸である。

#### (1) 極角方向に関する等分割分点セット

等分割分点セットでは、それぞれの Characteristics Line が代表する極角の幅が全て等しくなるよう、代表角に対する極角方向の重みが(2.3.3.3)式で与えられる。ただし、等分割分点セットは極角方向に関する飛行方向の数値的積分誤差を低減する分点セットではないため、正しい解を得るためには極角分割数を多く取らざるを得なくなり、結果的に計算コストが増大する可能性がある。

$$\theta_p = \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2} \left\{ \cos \frac{(p-1)\pi}{2N_{polar}} \right\} + \cos \left( \frac{p\pi}{2N_{polar}} \right) \right] \quad (p = 1 \sim N_{polar}) \quad (2.3.3.2)$$

$$\omega_p = \cos \left\{ \frac{(p-1)\pi}{2N_{polar}} \right\} - \cos \left( \frac{p\pi}{2N_{polar}} \right) \quad (p = 1 \sim N_{polar}) \quad (2.3.3.3)$$

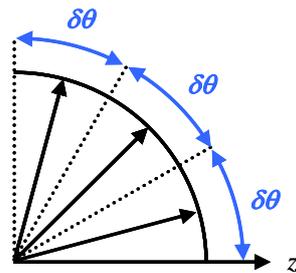


Fig. 2.3.3.1 極角方向に対する等角度分点セット

### (2) 極角方向に関する Gauss-Legendre 分点セット

Gauss-Legendre 分点セットでは、Gauss-Legendre 区分求積法に基づいて分点セットを決定する。まず(2.3.3.4)式のように連続的な積分を、離散的に選んだ分点での関数値と重みの積の和で近似する数値積分法を Gauss 型積分公式と呼ぶ。

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_p \omega_p f_p \tag{2.3.3.4}$$

この Gauss 型積分公式において、Legendre 多項式の根を分点とし、それらの分点について Legendre 補間を考慮した重みを採用する方法を Gauss-Legendre 区分求積法と呼び、この時の分点と重みの組み合わせを Gauss-Legendre 分点セットと呼ぶ。極角方向の積分は(2.3.3.5)式のように(2.3.3.4)式と同形で書き表すことができるため、Gauss-Legendre 分点セットを用いることができる。

$$\int_0^{\pi/2} \psi(\theta) \sin \theta d\theta = \int_0^1 \psi(\mu) \mu \approx \sum_p \omega_p \psi_p \tag{2.3.3.5}$$

計算方法及び詳細については省略するが、Gauss-Legendre 分点セットを用いた場合、分点数  $N$  で  $2N-1$  以下の任意の多項式を正確に積分することが可能となり、等角度分点セットよりも分点数を減らし、計算コストを低減することができる。

### (3) 極角方向に関する Tabuchi-Yamamoto 最適分点セット

Tabuchi-Yamamoto 最適分点セット(以下、TY-opt 分点)は、Characteristics 法での極角方向の離散化誤差を完全に排除したものが中性子輸送計算手法の1つとして知られる衝突確率法であることに着目し、Characteristics 法での衝突確率に対応する物理量が、衝突確率法での衝突確率を常に良く再現するように極角方向の代表角及び重みが最適化された極角分点セットである。TY-opt 分点は極角方向の分点セットの中でも特に精度が良く、参考文献より分点数が2分点でも十分な精度が得られ、3分点あれば極角方向の離散化誤差をほぼ無視できることが報告されている。Table 2.3.3.1 には、TY-opt 分点を示す。

Table 2.3.3.1 TY-opt 分点 [17]

分点数	$\sin\theta_p$	$\omega_p$
1	0.798184	1.000000
2	0.363900	0.212854
	0.899900	0.787146
3	0.166648	0.046233
	0.537707	0.283619
	0.932954	0.670148

以上が極角分点セットである。二次元体系の場合、極角方向の角度中性子束の分布は比較的滑らかなため、上述のように分点数を減らしても計算精度を保つことができる極角分点が開発されてきた。しかし、方位角方向の角度中性子束の角度分布は一般的に極角方向での角度分布に比べ変化が激しく、体系によっても大きく異なる。ゆえに、一般的な問題に対して有効な方位角分点セットはまだ見つかっていない。よって、方位角については等分割に分割する等分割分点セットが用いられる。ただし、Cyclic tracking のように飛行方向がパス幅や Cyclic tracking を行う体系幅によって変化する場合、方位角方向の代表角は Characteristics Line の循環条件を満足するよう、変更される[8]。

(1) 方位角方向に関する等分割分点セット

方位角方向を  $N_{azim}$  個に分割した際の代表角及び角度の重みは(2.3.3.6)、(2.3.3.7)式で表される。

$$\varphi_a = \left( i - \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi}{N_{azim}} \quad (2.3.3.6)$$

$$\omega_a = \frac{2\pi}{N_{azim}} \quad (2.3.3.7)$$

ゆえに、ある飛行方向  $m$  に対する極角方向・方位角方向を合算した重みは、(2.3.3.7)式で表される。

$$\omega_m = 2\omega_a\omega_p = \frac{4\pi}{N_{azim}}\omega_p, \quad \sum_p^{N_{polar}}\omega_p = 1 \quad \text{for } 0 \leq \theta \leq \pi/2 \quad (2.3.3.8)$$

ここで、(2.3.3.8)式中で  $\omega_m = 2\omega_a\omega_p$  となっているのは、 $0 \leq \theta \leq \pi/2$  の範囲と  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$  の範囲で角度中性子束の値は完全に対称であるためである。(2.3.3.8)式を用いた場合、(2.3.1.24)式の角度重みの規格化条件が満足される。

$$\sum_m \omega_m = 2 \sum_a^{N_{azim}} \omega_a \sum_p^{N_{polar}} \omega_p = 4\pi \quad (2.3.3.9)$$

(2) 方位角方向に関する Cyclic tracking のための分点

Cyclic tracking を採用する場合、飛行方向はパス幅や Cyclic tracking を行う燃料集合体の大きさに依存する。この場合、まず(2.3.3.6)式で代表角の初期値を決定する。次に、(2.3.3.10)、(2.3.3.11)式に代表角の初期値を代入し、スパン  $nx, ny$  を求める。最後に(2.3.3.12)式を用いて Characteristics Line の循環条件を満足する方位角を計算すれば、Ray tracing 時に(2.3.3.12)式で表される方位角方向へ Characteristics Line を引くことで Cyclic tracking を実現できる[8]。

$$nx_a = \frac{X \cos \varphi_a}{\delta A_a} \quad (2.3.3.10)$$

$$ny_a = \frac{X \sin \varphi_a}{\delta A_a} \quad (2.3.3.11)$$

$$\varphi'_a \equiv \tan^{-1} \left[ \frac{ny_a}{nx_a} \right] \quad ([ \ ] \text{ は Gauss 記号}) \quad (2.3.3.12)$$

### 2.3.4. 計算フロー

2.3.1 項では、Characteristics 法の基礎式の導出、2.3.2 項では Characteristics 法で必要となる Ray tracing の方法、2.3.3 項では角度分点について記載した。本項では、これらを用いて炉心計算を行う際の計算フローについて示す。

まず、Characteristics 法における各セグメント上の中性子バランス式は(2.3.1.7)式で表される。

$$\frac{d\psi_{g,m,k}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r} \psi_{g,m,k}(s) = Q_{g,m,r} \quad (\text{再掲}) \quad (2.3.1.7)$$

ここで、(2.3.1.7)式の右辺中性子源の与え方としては、外部中性子源がない場合とある場合とで 2

種類の与え方があり、その与え方によって、それぞれ固有値計算、固定源計算と呼ばれる。等方散乱を仮定すると、固有値計算には(2.3.4.1)式、固定源計算には(2.3.4.2)式が用いられる。ただし、(2.3.1.7)、(2.3.4.2)式を用いて固定源計算を行なう際には、体系が未臨界でなければ解を得ることができないことに留意しておく。

$$Q_{g,r} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',r} \phi_{g',r} + \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r} \phi_{g',r} \right) \quad (2.3.4.1)$$

$$Q_{g,r} = \frac{1}{4\pi} \left( \chi_g \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',r} \phi_{g',r} + \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r} \phi_{g',r} + S_{g,r} \right) \quad (2.3.4.2)$$

固有値計算は、体系の実効増倍率及び臨界時の全中性子束の分布を求める計算であり、Fig. 2.3.4.1に示すフローに従って実施される。

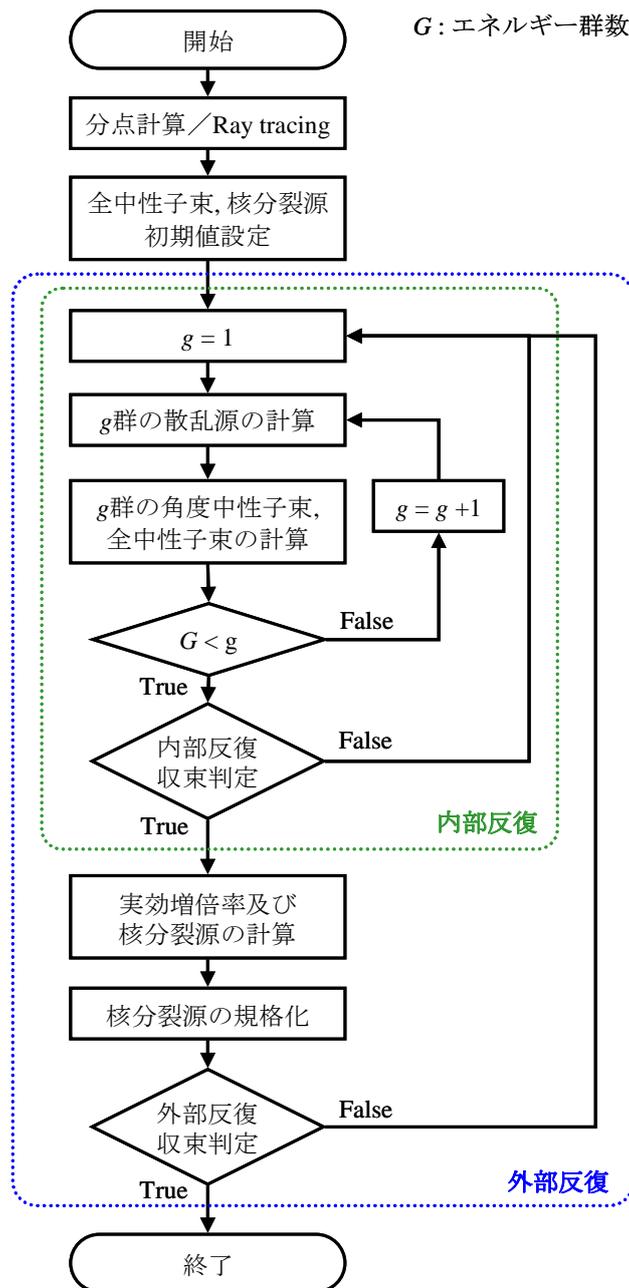


Fig. 2.3.4.1 輸送計算における固有値計算フロー

Fig. 2.3.4.1 に示すように、固有値計算のフローには2種類の反復計算が含まれる。一つは核分裂中性子源が一定であるとした状態で体系の全中性子束分布を求める反復計算(内部反復)であり、もう一つは核分裂源及び実効増倍率を収束させる反復計算(外部反復)である。以下ではそれぞれの反復計算の概要を示す。

(1) 内部反復

Characteristics 法の場合、内部反復開始前に核分裂源の値を計算する。その後、内部反復ではまず  $g$  群の散乱源を計算後、Fig. 2.3.4.2 に示すフローに従って体系内の  $g$  群全中性子束を求める。この処理は全ての Characteristics Line を辿りながら行うことから、Transport sweep と呼ばれる。

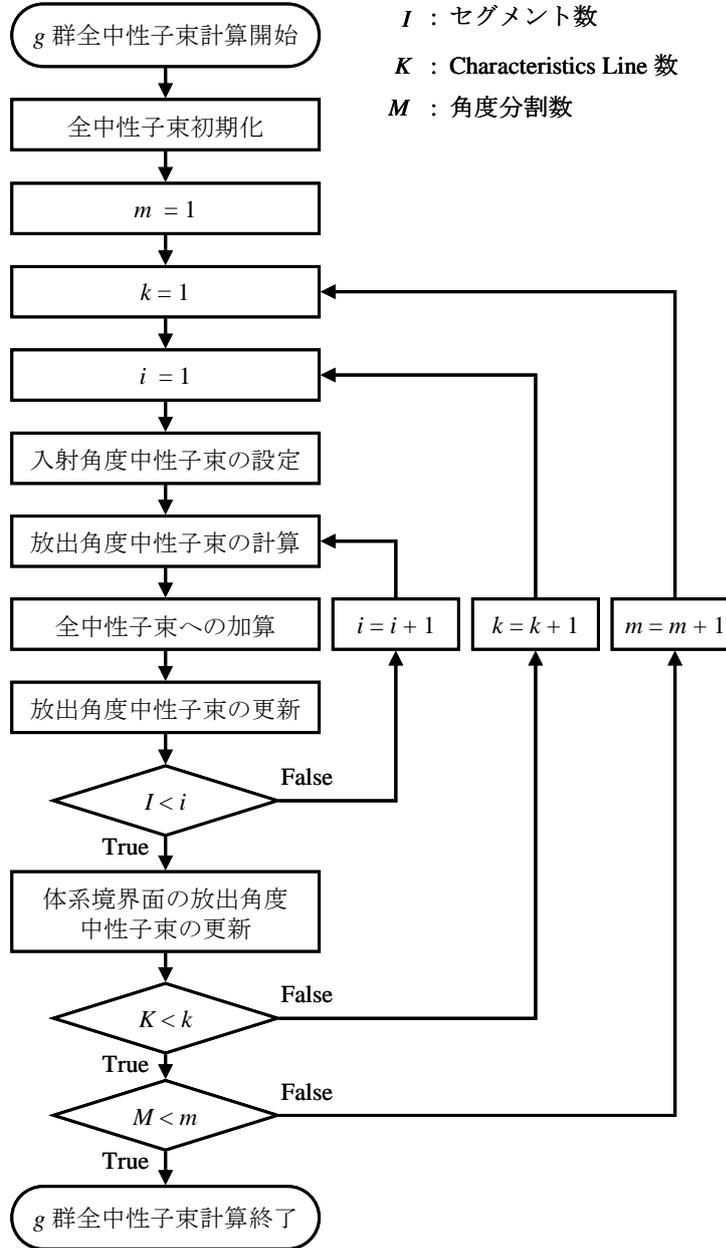


Fig. 2.3.4.2 Characteristics 法における Transport sweep のフロー

$g$  群の全中性子束を求める際には、2.3.1 項にて導出した全中性子束の計算式である(2.3.1.23)式を用いる。

$$\phi_{g,r} = \frac{1}{\sum_{t,g,r} \omega_m} \sum_m \omega_m Q_{g,m,r} + \frac{1}{V_r \sum_{t,g,r} \omega_m} \sum_m \omega_m \sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}) \quad (\text{再掲}) \quad (2.3.1.23)$$

具体的には、Fig. 2.4.3.2 に示すように、まず  $n$  回反復目の  $g$  群全中性子束の初期値を(2.3.4.1)式によって初期化する。

$$\phi_{g,r}^{(n)} = \frac{1}{\sum_{t,g,r}} \sum_m^M \omega_m Q_{g,m,r} \quad (2.3.4.3)$$

次に1番目の飛行方向から順に、各セグメントの入射角度中性子束、放出角度中性子束を求める。この時、セグメント平均の角度中性子束は明示的に計算するわけではなく、(2.3.4.4)式に示すように、あるセグメントからの入射・放出角度中性子束が領域平均全中性子束に与える寄与分を計算し、(2.3.4.5)式に示すように全中性子束の値に累積加算する。これは、大型体系においてセグメント平均角度中性子束が莫大なメモリ量を要するため、セグメント平均角度中性子束をメモリ上に保持することが非常に困難であるためである。ただし、(2.3.4.5)式を用いた累積加算は、特に飛行方向の分割数が多く Ray tracing のパス幅が詳細な場合、数値計算誤差の一つである情報落ちが発生しやすくなるため、倍精度(double型)で計算する必要がある<sup>†</sup>。

$$\delta\phi_{g,m,k,i} = \frac{\delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out})}{V_r \sum_{t,g,r}} \omega_m \sin \theta_m \quad (2.3.4.4)$$

$$\phi_{g,r}^{(n)} + \delta\phi_{g,m,k,i} \rightarrow \phi_{g,r}^{(n)} \quad , \quad \text{segment}(m,k,i) \in r \quad (2.3.4.5)$$

(2.3.4.5)式の累積加算を全方向、全 Characteristics Line、全セグメントに対して実施すると、上述の累積加算処理は (2.3.1.23)式の総和処理と等価となり、体系内の全領域の g 群全中性子束が得られる。

Transport sweep が終了したら、内部反復を抜けるか否かの収束判定を行う。本研究では、内部反復の収束判定条件として、 $n-1$  回反復時で求められた全中性子束との誤差の1次ノルムを用いた。つまり、(2.3.4.6)式が収束判定条件基準となる  $\varepsilon_\phi$  よりも小さければ内部反復を抜けることとした。

$$\frac{\left| \vec{\phi}_g^{(n)} - \vec{\phi}_g^{(n-1)} \right|}{\left| \vec{\phi}_g^{(n)} \right|} = \sqrt{\frac{\sum_r (\phi_{g,r}^{(n)} - \phi_{g,r}^{(n-1)})^2}{\sum_r (\phi_{g,r}^{(n)})^2}} < \varepsilon_\phi \quad (\varepsilon_\phi: \text{収束判定条件}) \quad (2.3.4.6)$$

ただし、核分裂源が十分収束し切っていない状態で非常に多くの内部反復計算を実施することは計算時間の増加を招くため、内部反復の反復回数には上限を設け、内部反復上限回数を超える反復計算が行われないよう設定した。

## (2) 外部反復

外部反復は、内部反復を繰り返し適用することで、実効増倍率及び臨界状態の全中性子束分布を求める計算である。

まず、Characteristics Line 上の角度中性子束のバランス式は(2.3.1.7)式で表される。

$$\frac{d\psi_{g,m,k}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r} \psi_{g,m,k}(s) = Q_{g,m,r} \quad (\text{再掲}) \quad (2.3.1.7)$$

固有値計算の場合、中性子源項は(2.3.4.1)式で表され、中性子源項を計算するために必要な全中性子束は、角度中性子束から計算することができることから、(2.3.1.7)、(2.3.4.1)式を行列形式で表すと、(2.3.4.7)式で表すことができる。

<sup>†</sup> 情報落ちとは、絶対値が大きく異なる二数の加減算を実施した時に、絶対値の小さな値が無視されてしまう現象を指す。例として有効桁が約6桁の単精度(float型)で  $a = 123456$  と  $b = 0.123456$  の加算を考えると、float型変数の有効桁が少ないために  $a + b = 123456$  (有効桁6桁)となり、絶対値の小さいfloat型変数  $b$  が事実上無視される。特に(2.3.4.5)式では後続の加算処理になるほど  $\delta\phi$  に比べ  $\phi^{(n)}$  が大きくなることから、float型で累積加算処理を行なうと情報落ちが非常に発生しやすい。

$$Q_{g,r} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',r} \phi_{g',r} + \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r} \phi_{g',r} \right) \quad (\text{再掲}) (2.3.4.1)$$

$$\mathbf{A}\vec{\psi} = \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{F}\vec{\psi} \quad (2.3.4.7)$$

ここで、 $\mathbf{A}$  は中性子漏洩・散乱に関する行列、 $\mathbf{F}$  は核分裂中性子源を表す行列であり、 $\vec{\psi}$  は角度中性子束のベクトルである。ここで(2.3.4.7)式を(2.3.4.8)式のように変形すると、(2.3.4.8)式は固有値方程式となっており、 $k_{eff}$ は行列の固有値、 $\vec{\psi}$ は固有ベクトルに対応していることが分かる。定常状態において $\vec{\psi}$ は基本モードの角度中性子束となり、実効増倍率は基本モードに対応する固有値(最大固有値)に等しい。ゆえに、実効増倍率及び角度中性子束を求めることは、(2.3.4.8)式の右辺の行列の最大固有値と最大固有値に対する固有ベクトルを求めることに等しい。

$$k_{eff} \vec{\psi} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{\psi} \quad (2.3.4.8)$$

固有値方程式の数値解法としては種々の方法が提案されているが、本研究では、多くの炉心計算コードで採用されており、アルゴリズムも簡易なべき乗法を固有値計算方法として採用した[2]。以下に、べき乗法の基本理論を示す。

まず、(2.3.4.8)式に対し  $k$  番目の固有値とそれに対応する固有ベクトルを考えると、固有値方程式は(2.3.4.9)式で表される。

$$\lambda_k \vec{u}_k = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{u}_k \quad (2.3.4.9)$$

ただし、(2.3.4.9)式の各変数は以下の通りである。

$\lambda_k$  :  $k$  番目の固有値 ( $\lambda_k > \lambda_{k+1}$ )

$\vec{u}_k$  :  $k$  番目の固有ベクトル

次に、角度中性子束の初期値を固有ベクトルの足し合わせによって、(2.3.4.10)式のように表す。

$$\vec{\psi}^{(0)} = \sum_k a_k \vec{u}_k \quad (a_k: \text{展開係数}) \quad (2.3.4.10)$$

(2.3.4.10)式を(2.3.4.7)式に代入すると、(2.3.4.11)式を得る。この処理は1回目の外部反復計算に相当する。

$$\vec{\psi}^{(1)} = \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{\psi}^{(0)} = \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \sum_k a_k \vec{u}_k = \frac{1}{k_{eff}} \sum_k a_k \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{u}_k \quad (2.3.4.11)$$

さらに(2.3.4.9)式より、(2.3.4.12)式が得られる。

$$\vec{\psi}^{(1)} = \frac{1}{k_{eff}} \sum_k a_k \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{u}_k = \frac{1}{k_{eff}} \sum_k a_k \lambda_k \vec{u}_k = \sum_k a_k \left( \frac{\lambda_k}{k_{eff}} \right) \vec{u}_k \quad (2.3.4.12)$$

(2.3.4.12)式の関係を利用すると、 $n$  回反復目の角度中性子束は(2.3.4.13)式で表される。

$$\vec{\psi}^{(n)} = \frac{1}{k_{eff}^n} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{\psi}^{(n-1)} = \frac{1}{k_{eff}^2} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{\psi}^{(n-2)} = \dots = \frac{1}{k_{eff}^n} (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{F})^n \vec{\psi}^{(0)} \quad (2.3.4.13)$$

さらに、(2.3.4.9)式より、(2.3.4.14)式が得られる。

$$\vec{\psi}^{(n)} = \frac{1}{k_{eff}^n} (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{F})^n \vec{\psi}^{(0)} = \frac{1}{k_{eff}^n} \sum_k \lambda_k^n a_k \vec{u}_k = \sum_k a_k \left( \frac{\lambda_k}{k_{eff}} \right)^n \vec{u}_k = \sum_k a_k \left( \frac{\lambda_k}{\lambda_0} \right)^n \vec{u}_k \quad (2.3.4.14)$$

ただし、実効増倍率  $k_{eff}$  は行列の最大固有値に等しいことから、 $k_{eff} = \lambda_0$  である。ここで、反復回数が十分大きい場合、 $\lambda_k > \lambda_{k+1}$  であることから、反復回数を増やす毎に(2.3.4.14)式は(2.3.4.15)式に漸近する。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \vec{\psi}^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \sum_k a_k \left( \frac{\lambda_k}{\lambda_0} \right)^n \vec{u}_k \right\} = a_0 \vec{u}_0 \quad (2.3.4.15)$$

(2.3.4.15)式より、反復計算を繰り返すことにより、最大固有値に対する固有ベクトルを求めることができる。

さらに、(2.3.4.7)式の両辺でベクトルの長さを求めると(2.3.4.16)式が得られることから、 $n$  回反復目の実効増倍率は(2.3.4.17)式より推定することができる。

$$\left| \mathbf{A}\vec{\psi} \right| = \frac{1}{k_{eff}} \left| \mathbf{F}\vec{\psi} \right| \quad \rightarrow \quad k_{eff} = \frac{\left| \mathbf{F}\vec{\psi} \right|}{\left| \mathbf{A}\vec{\psi} \right|} \quad (2.3.4.16)$$

$$k_{eff}^{(n)} = \frac{\left| \mathbf{F}\vec{\psi}^{(n)} \right|}{\left| \mathbf{A}\vec{\psi}^{(n)} \right|} = \frac{\left| \mathbf{F}\vec{\psi}^{(n)} \right|}{\left| \frac{1}{\lambda_0^{(n-1)}} \mathbf{F}\vec{\psi}^{(n-1)} \right|} = \frac{\sum_g \sum_r \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(n)} V_r}{\frac{1}{\lambda_0^{(n-1)}} \sum_g \sum_r \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(n-1)} V_r} \quad (2.3.4.17)$$

ただし、実際に炉心計算を行う際には、数値計算の計算精度の低下を避けるため、(2.3.4.17)式の分母は外部反復の度に1になるように規格化されている。

$$\frac{1}{\lambda_0^{(n-1)}} \sum_g \sum_r \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(n-1)} V_r = 1 \quad (2.3.4.18)$$

以上の反復計算を、実効増倍率の変化が十分小さくなるまで繰り返す。ただし本研究では、内部反復の反復回数に上限を設けているため、外部反復の収束判定では、実効増倍率に関する収束判定条件(2.3.4.19)式と全中性子束に関する収束判定条件(2.3.4.6)式の両方が満たされた時に外部反復を抜けるよう設定している。

$$\left| \frac{k_{eff}^{(n)} - k_{eff}^{(n-1)}}{k_{eff}^{(n)}} \right| < \epsilon_{keff} \quad (\epsilon_{keff}: \text{収束判定条件}) \quad (2.3.4.19)$$

以上の内部反復・外部反復を含めた固有値計算フローをまとめると、Fig. 2.3.4.3 のようになる。

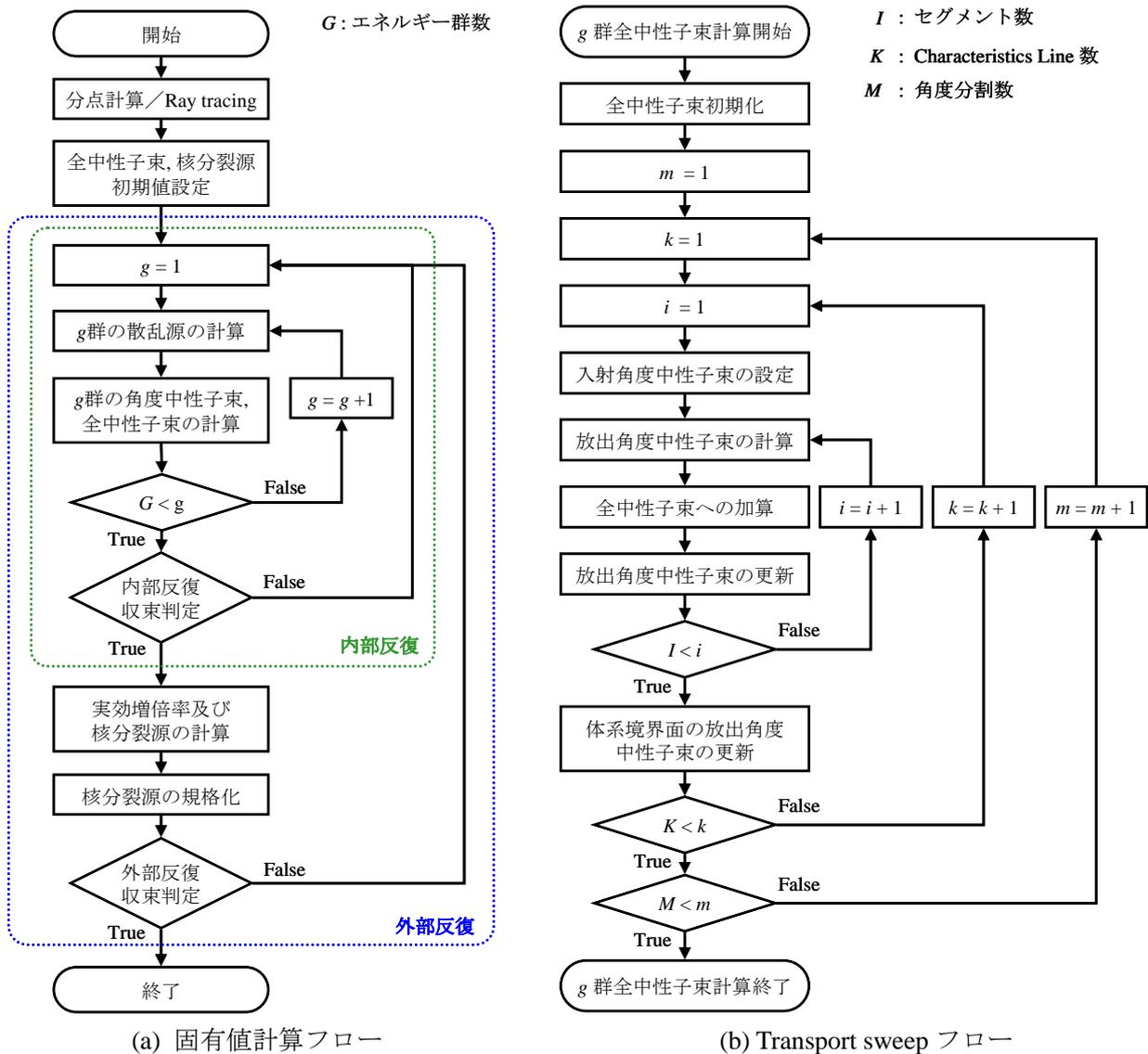


Fig. 2.3.4.3 Characteristics 法における固有値計算フロー

Characteristics 法を用いた固有値計算では、まず角度分点を決定し、Ray tracing を行った後、全中性子束及び核分裂源の初期化を行う。この時、全中性子束及び実効増倍率に対する初期値を決定する。ただし、体系全体の核分裂生成数が実効増倍率の初期値と一致するように、中性子束の初期値は規格化しておく。

$$\sum_g \sum_r \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(0)} V_r = k_{eff}^{(0)} \quad (2.3.4.20)$$

次に与えられた全中性子束及び実効増倍率の初期値を用いて、(2.3.4.21)式にて核分裂による生成項を計算する。

$$F_r^{(0)} = \frac{1}{k_{eff}^{(0)}} \sum_g \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(0)} \quad (F_r: \text{領域 } r \text{ における核分裂による生成項}) \quad (2.3.4.21)$$

以上の操作により、(2.3.4.21)式を体系全体で積分した量は 1 になるように規格化される。この初期化が終了次第、外部反復を開始する。

外部反復開始後は、まず最も高いエネルギー( $g = 1$ )から順に、 $g$  群の散乱源を更新と  $g$  群の全中性子束の計算を繰り返す。(内部反復) なお、全中性子束は各内部反復において得られるが、核分裂源

及び実効増倍率の値は更新せずに、散乱源と全中性子束のみを更新しながら反復計算を実施する。  
 内部反復の収束判定条件を抜けたら、実効増倍率及び核分裂源を(2.3.4.22)式を用いて更新する。

$$k_{eff}^{(n)} = \sum_g \sum_r \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(n)} V_r, \quad F_r^{(n)} = \sum_g \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(n)} \quad (2.3.4.22)$$

ただし、この状態では(2.3.4.18)式の規格化条件は満たされていないため、核分裂源及び実効増倍率の更新後に、(2.3.4.23)式にて核分裂源の規格化を行う。

$$F_r^{(n)} = \frac{1}{k_{eff}^{(n)}} \sum_g \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(n)} \quad (2.3.4.23)$$

最後に、実効増倍率及び全中性子束の収束状態を判定し、実効増倍率及び全中性子束の両方が十分収束した時点で、反復計算を抜ける。

以上が固有値計算の計算フローである。これに対し、固定源計算は中性子源項が(2.3.4.2)式で定義されており、実効増倍率は含まれていない。ゆえに核分裂源の規格化処理は不要となり、Fig. 2.3.4.4に示す計算フローで計算を実施可能である。

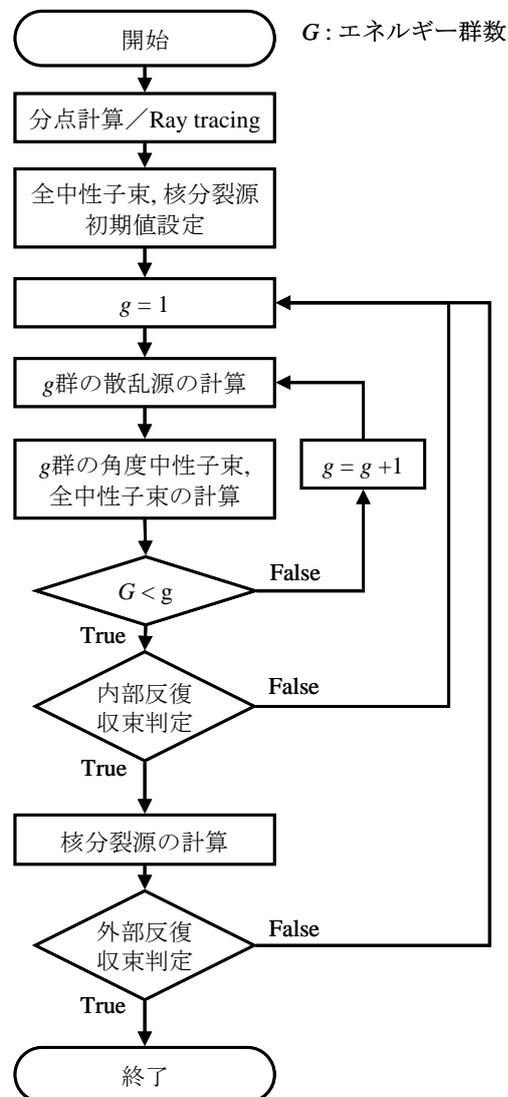


Fig. 2.3.4.4 Characteristics 法における固定源計算フロー

Fig. 2.3.4.4 に示すように、核分裂源の規格化処理の有無のみが固有値計算と異なる点である。ただ

し、外部反復において実効増倍率以外の指標で収束判定を行う必要があるため、本研究では、体系全体の生成反応率の積分値及び全中性子束が十分収束しているか否かで収束判定を行った。つまり、体系全体での生成反応率の積分値(2.3.4.24)式が(2.3.4.25)式による収束判定条件を満たし、かつ全中性子束が(2.3.4.6)式を満たす時、反復計算を抜けるように設定した。

$$F_{total}^{(n)} = \sum_g^G \sum_r \nu \Sigma_{f,g,r} \phi_{g,r}^{(n)} V_r \quad (2.3.4.24)$$

$$\left| \frac{F_{total}^{(n)} - F_{total}^{(n-1)}}{F_{total}^{(n)}} \right| < \varepsilon_{fission} \quad (\varepsilon_{fission} : \text{収束判定条件}) \quad (2.3.4.25)$$

以上が Characteristics 法を用いた炉心計算のフローである。ただし、上述のように Characteristics 法のみで炉心計算を行うには、輸送計算自体の収束性の悪さから膨大な計算時間を要するため、現行の Characteristics 法を用いた格子計算／炉心計算コードでは、拡散理論をベースとした加速計算が多く適用されている。次節では、加速計算に入る前の基礎として、まずは拡散方程式の数値解法について述べる

## 2.4. 拡散方程式の数値解法

前節では、中性子輸送方程式の数値解法として、Characteristics 法の計算理論、計算フローについて述べた。しかし、Characteristics 法では自群散乱を陽に取り扱う必要があるため内部反復の収束性が悪く、加速計算無しに大型体系の計算を行うには、膨大な計算時間を要する。これに対し、拡散計算では自群散乱を陽に取り扱うことはないため、内部反復の収束性は一般的に向上する。よって、Characteristics 法を用いた炉心計算コードでは、拡散計算をベースとした加速計算が多く導入される。本節では実際に加速計算の計算理論を述べる前の基盤として、拡散方程式の数値解法について述べる。

### 2.4.1. 空間離散化

簡略のため、まずは一次元体系における拡散方程式を示すと、一次元体系の拡散方程式は(2.4.1.1)、(2.4.1.2)式で表される。ただし  $\Sigma_{r,g}$  は巨視的除去断面積であり、 $\Sigma_{r,g} = \Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,g \rightarrow g}$  である。

$$\frac{dJ_g(x)}{dx} + \Sigma_{r,g}(x) \phi_g(x) = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(x) \phi_{g'}(x) + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g'}(x) \phi_{g'}(x) \quad (2.4.1.1)$$

$$J_g(x) = -D_g(x) \frac{d\phi_g(x)}{dx} \quad (2.4.1.2)$$

しかし、(2.4.1.1)、(2.4.1.2)式の各変数は空間に対し連続的な値を持っているため、計算機では取り扱い辛い。ゆえに本節ではまず拡散方程式の各変数を離散化し、計算機での取り扱いやすい形に変形する。

まず、体系を離散化しメッシュ毎に平均全中性子束を定義する。つまり、メッシュ  $i$  の幅を  $\Delta x_i$  とし、メッシュ平均の全中性子束を(2.4.1.3)式で定義する。

$$\phi_{g,i} = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{-\Delta x_i/2}^{\Delta x_i/2} \phi_g(x) dx \quad (2.4.1.3)$$

断面積に関しても、メッシュ内で反応率を保存するようにして定義すると、メッシュ平均の各種反

応断面積を(2.4.1.4)式で定義できる。

$$\Sigma_{g,i} = \frac{\int_{-\Delta x_i/2}^{\Delta x_i/2} \Sigma_g(x) \phi_g(x) dx}{\int_{-\Delta x_i/2}^{\Delta x_i/2} \phi_g(x) dx} \quad (2.4.1.4)$$

次に、(2.4.1.1)式をメッシュ  $i$  内で積分すると、(2.4.1.3)、(2.4.1.4)式より、(2.4.1.5)式が導かれる。

$$\int_{-\Delta x_i/2}^{\Delta x_i/2} \frac{dJ_g(x)}{dx} dx + \Sigma_{r,g,i} \phi_{g,i} \Delta x_i = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i} \Delta x_i + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i} \Delta x_i \quad (2.4.1.5)$$

さらに、Fig. 2.4.1.1 に示すメッシュ境界での中性子流を(2.4.1.6)式で定義すると、(2.4.1.5)式は(2.4.1.7)式のように変形できる。

$$J_{g,i}^{x-} = J_g(-\Delta x_i/2), J_{g,i}^{x+} = J_g(\Delta x_i/2) \quad (2.4.1.6)$$

$$(J_{g,i}^{x+} - J_{g,i}^{x-}) + \Sigma_{r,g,i} \phi_{g,i} \Delta x_i = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i} \Delta x_i + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i} \Delta x_i \quad (2.4.1.7)$$

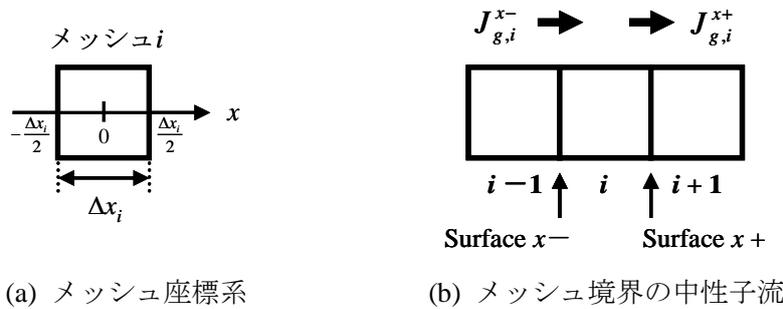


Fig. 2.4.1.1 メッシュ境界の中性子流

最後に、メッシュ幅で両辺を除算すると、(2.4.1.8)式が得られる。

$$\frac{J_{g,i}^{x+} - J_{g,i}^{x-}}{\Delta x_i} + \Sigma_{r,g,i} \phi_{g,i} = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i} \quad (2.4.1.8)$$

(2.4.1.8)式は空間に対する近似は含んでおらず厳密な式であるが、中性子流を解析的に計算することは困難である。よって、中性子流を計算するために有限差分法を導入する。まず拡散計算における中性子流は(2.4.1.2)式で表されることから、Fig. 2.4.1.1 に示す  $x-$ 面と  $x+$ 面における中性子流は、メッシュ境界の表面中性子束  $\phi_{g,s}$  を用いると(2.4.1.9)、(2.4.1.10)式に示す差分式で近似される。

$$J_{g,i}^{x-} = -D_g(x) \left. \frac{d\phi_g(x)}{dx} \right|_{x-} \approx -D_{g,i} \frac{\phi_{g,i} - \phi_{g,s}^{x-}}{\Delta x_i/2} = -D_{g,i-1} \frac{\phi_{g,s}^{x+} - \phi_{g,i-1}}{\Delta x_{i+1}/2} \quad (2.4.1.9)$$

$$J_{g,i}^{x+} = -D_g(x) \left. \frac{d\phi_g(x)}{dx} \right|_{x+} \approx -D_{g,i} \frac{\phi_{g,s}^{x+} - \phi_{g,i}}{\Delta x_i/2} = -D_{g,i+1} \frac{\phi_{g,i+1} - \phi_{g,s}^{x+}}{\Delta x_{i+1}/2} \quad (2.4.1.10)$$

また、(2.4.1.9)、(2.4.1.10)式より、 $x-$ 面と  $x+$ 面における表面中性子束は(2.4.1.11)、(2.4.1.12)式で表される。

$$\phi_{g,s}^{x-} = \frac{D_{g,i}\Delta x_{i-1}\phi_{g,i} + D_{g,i-1}\Delta x_i\phi_{g,i-1}}{D_{g,i-1}\Delta x_i + D_{g,i}\Delta x_{i-1}} \quad (2.4.1.11)$$

$$\phi_{g,s}^{x+} = \frac{D_{g,i}\Delta x_{i+1}\phi_{g,i} + D_{g,i+1}\Delta x_i\phi_{g,i+1}}{D_{g,i}\Delta x_{i+1} + D_{g,i+1}\Delta x_i} \quad (2.4.1.12)$$

さらに(2.4.1.11)、(2.4.1.12)式を(2.4.1.9)、(2.4.1.10)式に代入すると、中性子流は隣接する2メッシュの全中性子束を用いて計算することができることが分かる。

$$J_{g,i}^{x-} \approx -D_{g,i} \frac{\phi_{g,i} - \phi_{g,s}^{x-}}{\Delta x_i / 2} = -\frac{2D_{g,i,j,k}D_{g,i-1}}{D_{g,i-1}\Delta x_i + D_{g,i}\Delta x_{i-1}} (\phi_{g,i} - \phi_{g,i-1}) \quad (2.4.1.13)$$

$$J_{g,i}^{x+} \approx -D_{g,i,j,k} \frac{\phi_{g,s}^{x+} - \phi_{g,i,j,k}}{\Delta x_i / 2} = -\frac{2D_{g,i}D_{g,i+1}}{D_{g,i}\Delta x_{i+1} + D_{g,i+1}\Delta x_i} (\phi_{g,i+1} - \phi_{g,i}) \quad (2.4.1.14)$$

最後に、(2.4.1.13)、(2.4.1.14)式を(2.4.1.8)式に代入すると、着目メッシュと隣接する2メッシュから成る3点階差の差分式が導出できる。

$$A_{g,i}^{x-}\phi_{g,i-1} + A_{g,i}^0\phi_{g,i} + A_{g,i}^{x+}\phi_{g,i+1} = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i} \quad (2.4.1.15)$$

ただし、(2.4.1.15)式中の各係数は(2.4.1.16)~(2.4.1.18)式に示す通りである。

$$A_{g,i}^{x-} = -\frac{2D_{g,i}D_{g,i-1}}{(D_{g,i-1}\Delta x_i + D_{g,i}\Delta x_{i-1})\Delta x_i} \quad (2.4.1.16)$$

$$A_{g,i}^{x+} = -\frac{2D_{g,i}D_{g,i+1}}{(D_{g,i}\Delta x_{i+1} + D_{g,i+1}\Delta x_i)\Delta x_i} \quad (2.4.1.17)$$

$$A_{g,i}^0 = \Sigma_{r,g,i} - (A_{g,i}^{x-} + A_{g,i}^{x+}) \quad (2.4.1.18)$$

ただし、(2.4.1.16)~(2.4.1.18)式の各係数は、炉心境界では異なる取り扱いが必要となる。これは体系境界の境界条件の種類によって、体系境界面での中性子流が異なるためである。

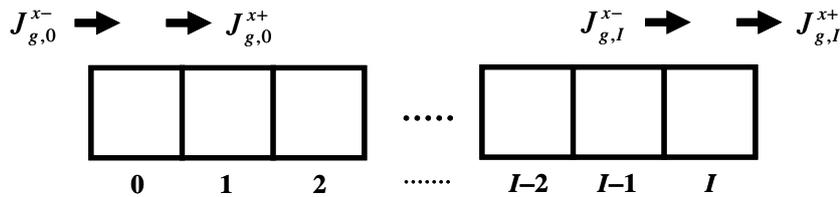


Fig. 2.4.1.2 体系境界での中性子流

以下に、代表的な境界条件として、真空境界条件、零中性子束境界条件、完全反射境界条件を示す。

(1) 真空境界条件

真空境界条件は、体系から漏れ出した中性子が戻ってこないことを模擬する境界条件であり、原子炉に真空領域が隣接していることに対応する。拡散計算でよく用いられる真空境界条件は、仮想的に体系の表面から外挿距離だけ直線外挿したところで全中性子束が零となる条件を用いる。例として  $x=0$  ( $i=0$ )の面を体系境界と考えた場合、外挿距離は(2.4.1.19)式で表されるものがよく用いられる[2]。なお、外挿距離に現れる 0.7104 は中性子の角度分布をより正確に考慮する輸送理論に基づいて設定されている値である。

$$d_g^{x^-} \approx \frac{0.7104}{\Sigma_{tr,g,0}} = 0.7104 \times 3D_{g,0} = 2.1312D_{g,0} \quad (2.4.1.19)$$

真空境界条件では、Fig. 2.4.1.3 に示すように、(2.4.1.19)式で表される外挿距離だけ直線外挿した位置で中性子束が 0 となればよい。

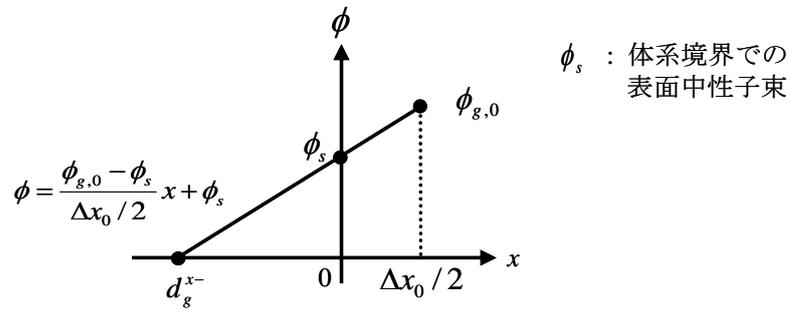


Fig. 2.4.1.3  $x=0$  における真空境界条件条件と外挿距離

ここで外挿直線の式は (2.4.1.20)式で表される。

$$\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=\Delta x_0/2} x + \phi_s \approx \frac{\phi_{g,0} - \phi_s}{\Delta x_0/2} x + \phi_s \quad (2.4.1.20)$$

真空境界条件では  $x = -d^{x^-}$  において全中性子束が零となれば良いため、(2.4.1.20)式に  $x = -d^{x^-}$ 、 $\phi = 0$  を代入すると(2.4.1.21)式を得る。

$$\frac{\phi_s}{d_g^{x^-}} = \frac{\phi_{g,0} - \phi_s}{\Delta x_0/2} \approx \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=\Delta x_0/2} \quad (2.4.1.21)$$

(2.4.1.21)式より、体系境界の表面中性子束は(2.4.1.22)式で表される。

$$\phi_s = \frac{d_g^{x^-}}{\Delta x_0/2 + d_g^{x^-}} \phi_{g,0} \quad (2.4.1.22)$$

よって(2.4.1.21)、(2.4.1.22)式より、炉心境界での中性子流は(2.4.1.23)式で表される。また、 $i=0$  のメッシュにおける  $x+$ 面の中性子流は(2.4.1.14)式より、(2.4.1.24)式で表される。

$$J_{g,0}^{x^-} = -D_{g,0} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=\Delta x_0/2} \approx -\frac{D_{g,0}}{\Delta x_0/2 + d_g^{x^-}} \phi_{g,0} \quad (2.4.1.23)$$

$$J_{g,0}^{x+} \approx -\frac{2D_{g,0}D_{g,1}}{D_{g,0}\Delta x_1 + D_{g,1}\Delta x_0}(\phi_{g,1} - \phi_{g,0}) \quad (2.4.1.24)$$

ゆえに、(2.4.1.23)、(2.4.1.24)式を(2.4.1.8)式に代入すると、体系境界メッシュにおける差分式が(2.4.1.25)式が導出される。

$$A_{g,0}^0\phi_{g,0} + A_{g,0}^{x+}\phi_{g,1} = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,0} \phi_{g',0} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',0} \phi_{g',0} \quad (2.4.1.25)$$

(2.4.1.25)式において、 $A^{x+}$ と $A^0$ は(2.4.1.17)、(2.4.1.18)式で定義される式と同形であるが、(2.4.1.18)式を用いて $A^0$ を計算するためには $A^{x-}$ が必要である。この時の $A^{x-}$ は(2.4.1.26)式で計算される。(2.4.1.26)式は、(2.4.1.23)、(2.4.1.24)式を(2.4.1.8)式に代入した際に現れる係数である。

$$A_{g,0}^{x-} = -\frac{D_{g,0}}{(\Delta x_0/2 + d_g^{x-})\Delta x_0} = -\frac{D_{g,0}}{(\Delta x_0/2 + 2.1312D_{g,0})\Delta x_0} \quad (2.4.1.26)$$

以上が $i=0$ のメッシュにおける真空境界条件の導出である。 $i=I$ のメッシュにおける真空境界条件も同様に導出でき、差分式と全中性子束に掛かる係数は(2.4.1.27)、(2.4.1.28)式でそれぞれ表される。

$$A_{g,I}^{x-}\phi_{g,I-1} + A_{g,I}^0\phi_{g,I} = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,I} \phi_{g',I} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',I} \phi_{g',I} \quad (2.4.1.27)$$

$$A_{g,I}^{x+} = -\frac{D_{g,I}}{(\Delta x_I/2 + d_g^{x+})\Delta x_I} = -\frac{D_{g,I}}{(\Delta x_I/2 + 2.1312D_{g,I})\Delta x_I} \quad (2.4.1.28)$$

## (2) 零中性子束境界条件

零中性子束境界条件は、体系表面での表面中性子束が零になることを示す境界条件である。Fig. 2.4.1.3 で $x=0$  ( $i=0$ )の境界面が零中性子束境界の場合について考えると、外挿距離が0であるの境界条件が零中性子束境界条件である。実際、(2.4.1.22)式で外挿距離を0とすると、表面中性子束は0となることが確認できる。

$$\phi_s \Big|_{d_g^{x-}=0} = \frac{d_{g,0}}{\Delta x_0/2 + d_{g,0}} \phi_{g,0} \Big|_{d_g^{x-}=0} = 0 \quad (2.4.1.29)$$

ゆえに零中性子束境界における中性子流もまた、(2.4.1.23)式において外挿距離を0としたものに等しく、(2.4.1.30)式で表される。

$$J_{g,0}^{x-} = -D_{g,0} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=\Delta x_0/2} \approx -\frac{2D_{g,0}}{\Delta x_0} \phi_{g,0} \quad (2.4.1.30)$$

ゆえに、真空境界条件と同様にして、全中性子束に掛かる係数はそれぞれ(2.4.1.31)、(2.4.1.32)式で表される。

$$A_{g,0}^{x-} = -\frac{2D_{g,0}}{\Delta x_0^2} \quad (i=0 \text{ が零中性子束境界の場合}) \quad (2.4.1.31)$$

$$A_{g,I}^{x+} = -\frac{2D_{g,I}}{\Delta x_I^2} \quad (i=I \text{ が零中性子束境界の場合}) \quad (2.4.1.32)$$

### (3) 完全反射境界条件

完全反射境界条件は体系から出て行く中性子が全て反射され、戻ってくるという境界条件であり、対称性のある炉心の一部を計算する際に用いられる。ゆえに、境界面での正味の中性子流は0となる。ゆえに、全中性子束に掛かる係数もまた0となる。

$$A_{g,0}^{x-} = 0 \quad (i=0 \text{ が完全反射境界の場合}) \quad (2.4.1.33)$$

$$A_{g,I}^{x+} = 0 \quad (i=I \text{ が完全反射境界の場合}) \quad (2.4.1.34)$$

これは、外挿距離を $\infty$ としたものと等価である。

以上の境界条件を含めた上で全中性子束に掛かる係数をまとめると、(2.4.1.35)~(2.4.1.37)式となる。

$$A_{g,i}^{x-} = \begin{cases} -\frac{2D_{g,i-1}D_{g,i}}{(D_{g,i-1}\Delta x_i + D_{g,i}\Delta x_{i-1})\Delta x_i} & (i \neq 0) \\ -\frac{D_{g,0}}{(d_g^{x-} + \Delta x_0/2)\Delta x_0} & (i = 0) \end{cases} \quad (2.4.1.35)$$

$$\begin{aligned} d_g^{x-} &= 2.1312D_{g,0} & : \text{ Vacuum B.C.} \text{ ☞} \\ &= 0 & : \text{ Zero Flux B.C.} \text{ ☞} \\ &= \infty & : \text{ Reflective B.C.} \end{aligned}$$

$$A_{g,i}^{x+} = \begin{cases} -\frac{2D_{g,i}D_{g,i+1}}{(D_{g,i}\Delta x_{i+1} + D_{g,i+1}\Delta x_i)\Delta x_i} & (i \neq I) \\ -\frac{D_{g,I}}{(d_g^{x+} + \Delta x_I/2)\Delta x_I} & (i = I) \end{cases} \quad (2.4.1.36)$$

$$\begin{aligned} d_g^{x+} &= 2.1312D_{g,I} & : \text{ Vacuum B.C.} \text{ ☞} \\ &= 0 & : \text{ Zero Flux B.C.} \text{ ☞} \\ &= \infty & : \text{ Reflective B.C.} \end{aligned}$$

$$A_{g,i}^0 = \sum_{r,g,i} - (A_{g,i}^{x-} + A_{g,i}^{x+}) \quad (2.4.1.37)$$

上述の議論を二次元体系に拡張すると、着目メッシュ及び隣接する4メッシュから成る5点階差式が同様に導出できる。

$$\begin{aligned}
& A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j} + A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j} + A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j} + A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1} \\
& = \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s, g' \rightarrow g, i, j} \phi_{g', i, j} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G \nu \sum_{f, g', i, j} \phi_{g', i, j}
\end{aligned} \tag{2.4.1.38}$$

ただし、(2.4.1.38)式中の各係数は(2.4.1.39)~(2.4.1.43)式に示す通りである。ただし  $x, y$  方向のメッシュの添字の範囲は  $i = 0 \sim I, j = 0 \sim J$  とする。

$$A_{g,i,j}^{x-} = \begin{cases} -\frac{2D_{g,i-1,j}D_{g,i,j}}{(D_{g,i-1,j}\Delta x_{i,j} + D_{g,i,j}\Delta x_{i-1})\Delta x_i} & (i \neq 0) \\ -\frac{D_{g,0,j}}{(d_g^{x-} + \Delta x_0/2)\Delta x_0} & (i = 0) \end{cases} \tag{2.4.1.39}$$

$$\begin{aligned}
d_g^{x-} &= 2.1312D_{g,0,j} & : \text{Vacuum B.C.} \text{ ☞} \\
&= 0 & : \text{Zero Flux B.C.} \text{ ☞} \\
&= \infty & : \text{Reflective B.C.}
\end{aligned}$$

$$A_{g,i,j}^{x+} = \begin{cases} -\frac{2D_{g,i,j}D_{g,i+1,j}}{(D_{g,i,j}\Delta x_{i+1} + D_{g,i+1,j}\Delta x_i)\Delta x_i} & (i \neq I) \\ -\frac{D_{g,I,j}}{(d_g^{x+} + \Delta x_I/2)\Delta x_I} & (i = I) \end{cases} \tag{2.4.1.40}$$

$$\begin{aligned}
d_g^{x+} &= 2.1312D_{g,I,j} & : \text{Vacuum B.C.} \text{ ☞} \\
&= 0 & : \text{Zero Flux B.C.} \text{ ☞} \\
&= \infty & : \text{Reflective B.C.}
\end{aligned}$$

$$A_{g,i,j}^{y-} = \begin{cases} -\frac{2D_{g,i,j-1}D_{g,i,j}}{(D_{g,i,j-1}\Delta y_j + D_{g,i,j}\Delta y_{j-1})\Delta y_j} & (j \neq 0) \\ -\frac{D_{g,i,0}}{(d_g^{y-} + \Delta y_0/2)\Delta y_0} & (j = 0) \end{cases} \tag{2.4.1.41}$$

$$\begin{aligned}
d_g^{y-} &= 2.1312D_{g,i,0} & : \text{Vacuum B.C.} \text{ ☞} \\
&= 0 & : \text{Zero Flux B.C.} \text{ ☞} \\
&= \infty & : \text{Reflective B.C.}
\end{aligned}$$



法や Alternating-direction implicit iterative(ADI)法等に代表される反復法等、種々の計算手法が提案されている[18, 19]。特に、直接法は有限回で真の解が得られる数値計算手法であり、反復法は漸化式によって真の値に限りなく近い近似解を求める手法である。一般に炉心計算に用いるような大規模疎行列の場合には計算コスト及びメモリ量の観点から反復法が用いられる傾向があるが、(2.4.2.1)式に示すような三重対角行列の場合、LU 分解法は極めて高速かつ実用的なメモリ量で解を求めることができる。以下では、LU 分解を用いた連立一次方程式の解法について示す[18]。

まず、(2.4.2.1)式の係数行列を  $\mathbf{A}$ 、全中性子束ベクトルを  $\vec{\phi}$ 、中性子源ベクトルを  $\vec{Q}$  とすると、(2.4.2.1)式は(2.4.2.3)式で書き表される。

$$\mathbf{A}\vec{\phi} = \vec{Q} \quad (2.4.2.3)$$

次に、係数行列  $\mathbf{A}$  を下三角行列  $\mathbf{L}$  と上三角行列  $\mathbf{U}$  に LU 分解する。

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{U} \quad (2.4.2.4)$$

係数行列  $\mathbf{A}$  が三重対角行列の場合、下三角行列  $\mathbf{L}$  と上三角行列  $\mathbf{U}$  への LU 分解は非常に簡素化され、 $\mathbf{L}$  と  $\mathbf{U}$  は(2.4.2.5)式でそれぞれ表される。

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ L_{g,1} & 1 & & & & \\ & L_{g,2} & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & L_{g,I} & 1 & \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} U_{g,0} & A_{g,0}^{x+} & & & & \\ & U_{g,1} & A_{g,1}^{x+} & & & \\ & & U_{g,2} & \ddots & & \\ & & & \ddots & A_{g,I-1}^{x+} & \\ & & & & U_{g,I} & \end{pmatrix} \quad (2.4.2.5)$$

なお、(2.4.2.5)式中の行列要素  $L_i$  と  $U_i$  は(2.4.2.6)、(2.4.2.7)式で与えられる。

$$L_{g,i} = A_{g,i}^{x-} / U_{g,i-1} \quad (i=1 \sim I) \quad (2.4.2.6)$$

$$U_{g,i} = \begin{cases} A_{g,0}^0 & (i=0) \\ A_{g,i}^0 - L_{g,i} A_{g,i-1}^{x+} & (i=1 \sim I) \end{cases} \quad (2.4.2.7)$$

ここで、(2.4.2.8)式で定義されるベクトル  $\vec{b}$  を定義すると、(2.4.2.3)式は(2.4.2.9)式で表されることとなり、ベクトル  $\vec{b}$  の要素は容易に求めることができる。

$$\vec{b} = \mathbf{U}\vec{\phi} \quad (2.4.2.8)$$

$$\mathbf{L}\vec{b} = \vec{Q} \quad (2.4.2.9)$$

つまり、ベクトル  $\vec{b}$  の要素は(2.4.2.10)式で  $i=0$  から  $i=I$  の順で求められる。(前進消去)

$$b_{g,i} = \begin{cases} Q_{g,i} & (i=0) \\ Q_{g,i} - L_{g,i} b_{g,i} & (i \neq 0) \end{cases} \quad (2.4.2.10)$$

次に(2.4.2.8)式に着目すると、ベクトル  $\vec{b}$  の要素は既知、上三角行列  $\mathbf{U}$  の要素も既知であるため、全中性子束を(2.4.2.11)式で  $i=I$  から  $i=0$  の順で求めることができる。(後退代入)

$$\phi_{g,i} = \begin{cases} (b_{g,i} - A_{g,i}^{x+} \phi_{g,i+1}) / U_{g,i} & (i \neq I) \\ b_{g,i} / U_{g,i} & (i = I) \end{cases} \quad (2.4.2.11)$$

よって、上三角行列と下三角行列を予め LU 分解によって求めておけば、(2.4.2.10)、(2.4.2.11)式の前進消去・後退代入処理により、直ちに全中性子束を求めることができる。また、メモリ上に保持する必要がある要素は、係数行列の三重対角要素、下三角行列要素  $L_1 \sim L_I$ 、上三角行列要素  $U_0 \sim U_I$ 、ベクトル  $\vec{b}$  の要素  $b_0 \sim b_I$  のみである。ゆえに、計算に必要なメモリ量も極めて少ない。

ただし、上述の議論は解くべき方程式が 3 点階差式であるため成立した議論であり、二次元体系のように差分式が 5 点階差式になる場合には、係数行列が三重対角行列とならない。ゆえに、係数行列の LU 分解は複雑化し、要求される計算コストとメモリ量は増大する。よって、二次元／三次元体系における解析では LU 分解法のような直接法ではなく、計算コスト及びメモリ量の観点から反復法に利がある。ゆえに、本研究では計算理論が比較的容易かつ収束性も良い ADI 法を用いた。以下では、ADI 法の計算理論について示す。なお、ADI 法は時間と空間に対する偏微分方程式に適用する手法もあるが[19]、本論文で扱う ADI 法は参考文献[20]を参考に空間メッシュに対する連立一次方程式の数値解法として取り扱う。

まず、ADI 法では、(2.4.1.38)式に示す 5 点階差式を(2.4.2.12)、(2.4.2.13)式のように変形する。

$$A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j} + A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j} = Q_{g,i} - A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1} - A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1} \quad (2.4.2.12)$$

$$A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j} + A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1} = Q_{g,i} - A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j} - A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j} \quad (2.4.2.13)$$

ここで、(2.4.2.12)、(2.4.2.13)式の左辺は見かけ上 3 点階差式と同形であることに着目すると、それぞれの右辺が既知であれば、LU 分解を用いて高速に全中性子束を求めることができる。ただし(2.4.2.12)、(2.4.2.13)式の右辺第二項及び第三項は実際には既知の値ではないため、ADI 法では全中性子束に初期値を設定し、(2.4.2.12)、(2.4.2.13)式を用いて反復計算を行うことで、全中性子束を真値に収束させる。

具体的には、まず  $n$  回反復目の全中性子束を  $\phi^{(n)}$  とし、(2.4.2.14)式右辺の  $n$  回反復目の全中性子束に代入する。その後、LU 分解法を用いて(2.4.2.14)式を解く。なお、この計算は  $j=0$  から  $j=J$  の順で解く。この時得られた中性子束を  $n+1/4$  回反復目の全中性子束として  $\phi^{(n+1/4)}$  とする。

$$A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j}^{(n+1/4)} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j}^{(n+1/4)} + A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j}^{(n+1/4)} = Q_{g,i} - A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1}^{(n+1/4)} - A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1}^{(n)} \quad (2.4.2.14)$$

次に  $n+1/4$  回反復目の全中性子束  $\phi^{(n+1/4)}$  を、(2.4.2.15)式右辺の  $n+1/4$  回反復目の全中性子束に代入する。その後、LU 分解法を用いて(2.4.2.15)式を解く。なお、この計算は  $i=0$  から  $i=I$  の順で解く。この時得られた中性子束を  $n+2/4$  回目反復の全中性子束として  $\phi^{(n+2/4)}$  とする。

$$A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1}^{(n+2/4)} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j}^{(n+2/4)} + A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1}^{(n+2/4)} = Q_{g,i} - A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j}^{(n+2/4)} - A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j}^{(n+1/4)} \quad (2.4.2.15)$$

次に  $n+2/4$  回反復目の全中性子束  $\phi^{(n+2/4)}$  を、(2.4.2.16)式に代入し、LU 分解法を用いて解く。なお、この計算は  $j=J$  から  $j=0$  の順で解く。この時得られた中性子束を  $n+3/4$  回目反復の全中性子束として  $\phi^{(n+3/4)}$  とする。

$$A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j}^{(n+3/4)} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j}^{(n+3/4)} + A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j}^{(n+3/4)} = Q_{g,i} - A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1}^{(n+2/4)} - A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1}^{(n+3/4)} \quad (2.4.2.16)$$

最後に  $n+3/4$  回反復目の全中性子束  $\phi^{(n+3/4)}$  を、(2.4.2.17)式に代入し、LU 分解法を用いて解く。なお、この計算は  $i = I$  から  $i = 0$  の順で解く。この時得られた中性子束を  $n+1$  回目反復の全中性子束として  $\phi^{(n+1)}$  とする。

$$A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1}^{(n+1)} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j}^{(n+1)} + A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1}^{(n+1)} = Q_{g,i} - A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j}^{(n+3/4)} - A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j}^{(n+1)} \quad (2.4.2.17)$$

以上の計算を繰り返すことで、全中性子束を真の解に近づける。なお、(2.4.2.14)と(2.4.2.16)式、(2.4.2.15)式と(2.4.2.17)式でスweepの方向を逆方向にしているのは、LU 分解法による数値誤差の偏在化を抑制するためである。以上の計算方法をまとめると Fig. 2.4.2.1 のようになる。

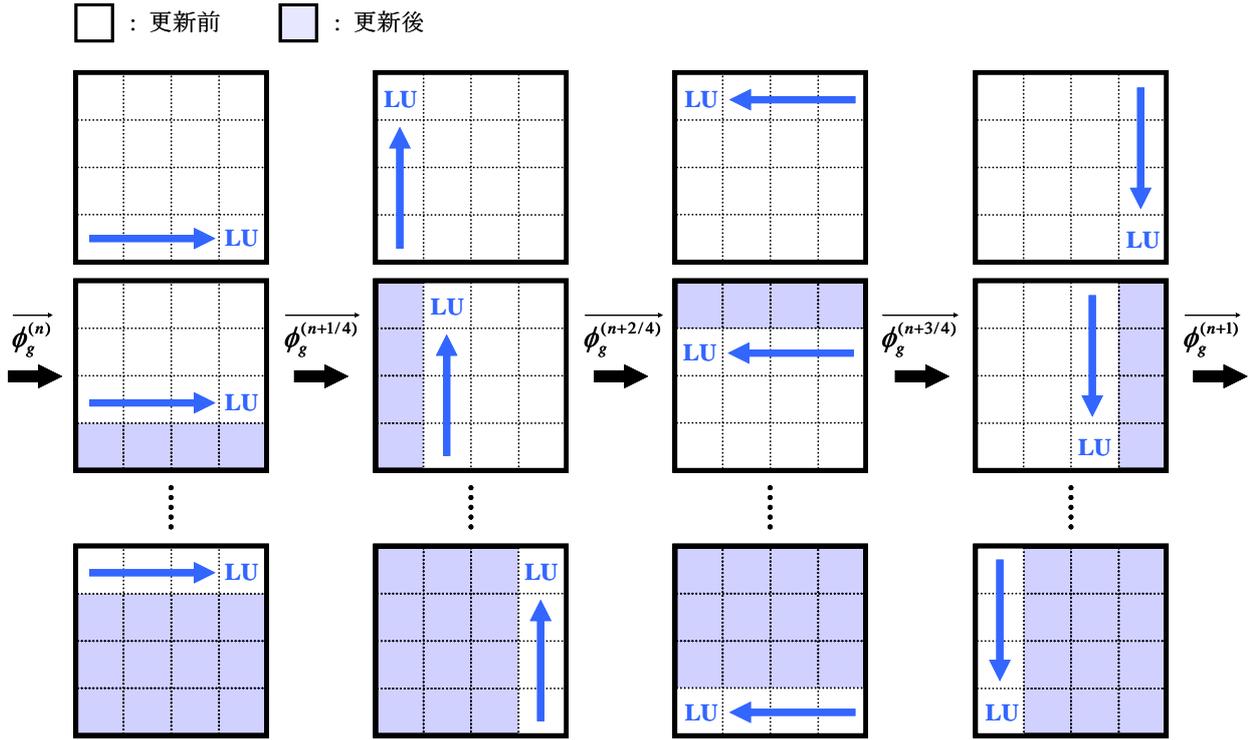


Fig. 2.4.2.1 本研究で用いた ADI 法の計算フロー

内部反復では、以上の反復計算を全中性子束が十分収束するまで繰り返す。全中性子束の収束判定は(2.4.2.18)式に示す通りであり、全中性子束ベクトルの相対的な変化量が収束判定条件よりも小さくなった時点で内部反復を抜ける。

$$\frac{\left| \vec{\phi}_g^{(n+1)} - \vec{\phi}_g^{(n+3/4)} \right|}{\left| \vec{\phi}_g^{(n+1)} \right|} = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (\phi_{g,i,j}^{(n+1)} - \phi_{g,i,j}^{(n+3/4)})^2}{\sum_i \sum_j (\phi_{g,i,j}^{(n+1)})^2}} < \varepsilon_\phi \quad (\varepsilon_\phi: \text{収束判定条件}) \quad (2.4.2.18)$$

(2) 外部反復

外部反復では、Characteristics 法を用いた炉心計算における反復計算と同様、内部反復を繰り返し適用することで、実効増倍率及び臨界状態の全中性子束分布を求める。

まず、拡散方程式を空間に関して離散化した有限差分式は(2.4.2.19)式で表される。

$$A_{g,i,j}^{x-} \phi_{g,i-1,j} + A_{g,i,j}^{y-} \phi_{g,i,j-1} + A_{g,i,j}^0 \phi_{g,i,j} + A_{g,i,j}^{x+} \phi_{g,i+1,j} + A_{g,i,j}^{y+} \phi_{g,i,j+1} = Q_{g,i,j} \quad (2.4.2.19)$$

固有値計算及び固定源計算における中性子源項は各メッシュ( $i, j$ )において定義され、(2.4.2.20)、(2.4.2.21)式でそれぞれ書き表すことができる。

$$Q_{g,i,j} = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',i,j} \phi_{g',i,j} + \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i,j} \phi_{g',i,j} \quad (2.4.2.20)$$

$$Q_{g,i,j} = \chi_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',i,j} \phi_{g',i,j} + \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i,j} \phi_{g',i,j} + S_{g,i,j} \quad (2.4.2.21)$$

ゆえに、(2.4.2.19)~(2.4.2.21)式より、固有値計算と固定源計算は、それぞれ(2.4.2.22)、(2.4.2.23)式のように行列形式で書き表すことができる。ただし、(2.4.2.23)式の固定源計算は未臨界体系でしか解が収束しないことに留意しなければならない。

$$\mathbf{A} \vec{\phi} = \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{F} \vec{\phi} \quad (\text{固有値計算}) \quad (2.4.2.22)$$

$$\mathbf{A} \vec{\phi} = \mathbf{F} \vec{\phi} + \mathbf{S} \quad (\text{固定源計算}) \quad (2.4.2.23)$$

ここで、(2.4.2.22)式は固有値方程式となっていることから、べき乗法を用いて実効増倍率及び臨界状態における全中性子束分布を求めることができる。また、固定源計算も固有値計算から核分裂源の規格化処理を抜いた形で実施可能である。ゆえに、拡散計算における固有値計算及び固定源計算は、Fig. 2.4.2.2 に示す計算フローで実施可能である。

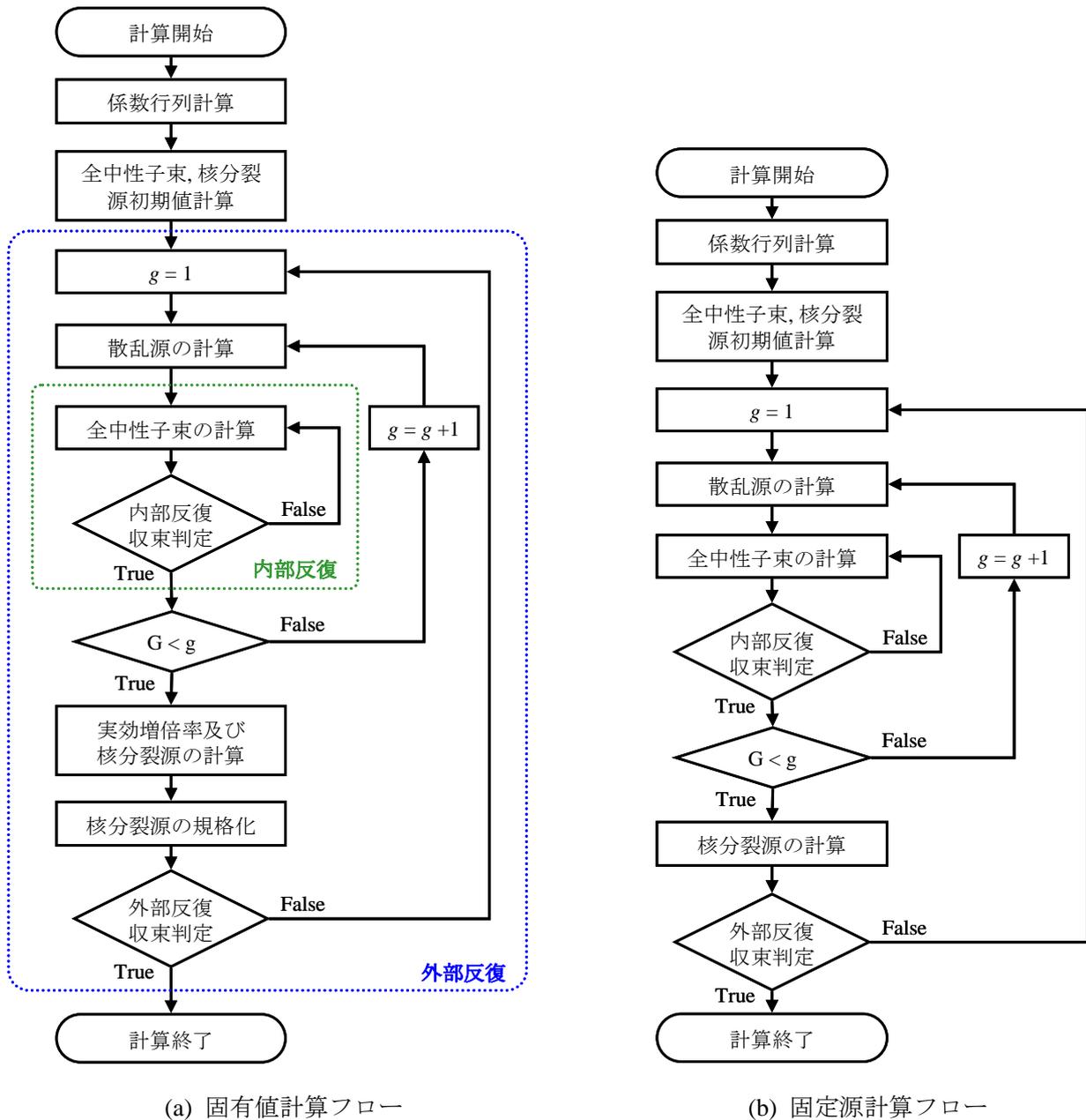


Fig. 2.4.2.2 拡散計算における固有値計算／固定源計算フロー

Fig. 2.4.2.2 に示すように、拡散計算ではまず始めに係数行列の計算を行う。これは、有限差分式内に現れる係数  $A^{x-}, A^{y-}, A^0, A^{x+}, A^{y+}$  の計算である。この時、各方向の係数群から成る三重対角行列を LU 分解した上三角行列及び下三角行列要素を求めておく。これは、①LU 分解自体の計算量が  $N^3$  級であるのに対し、LU 分解後の解を求める処理の計算量は  $N^2$  級である点、②燃料温度等のフィードバック効果を含まない場合、反復計算中に係数行列が変化することはない点、以上 2 点の観点から、反復計算前に一度 LU 分解を行なっておいた方が、より少ない計算量で計算を実施できるためである。

$$\{A_{g,i,j}^{x-}, A_{g,i,j}^0, A_{g,i,j}^{x+}\} \xrightarrow{\text{LU 分解}} \{L_{g,i,j}^x, U_{g,i,j}^x\} \quad (2.4.2.24)$$

$$\{A_{g,i,j}^{y-}, A_{g,i,j}^0, A_{g,i,j}^{y+}\} \xrightarrow{\text{LU 分解}} \{L_{g,i,j}^y, U_{g,i,j}^y\} \quad (2.4.2.25)$$

以上の処理が終わったら、Characteristics 法を用いた炉心計算と同様に反復計算のための初期値を設定後、内部反復及び外部反復による反復計算を実施する。なお、収束判定条件は、2.3.4 項で示したものと同様、実効増倍率もしくは体系全体の核分裂数、及び全中性子束の収束性から判定できる。

特に拡散計算で特筆すべきは、内部反復中に散乱源の更新が不要な点である。これは(2.4.2.20)、(2.4.2.21)式に示すように、拡散計算における中性子源項の中には自群散乱の項が含まれていないためである。これは内部反復の収束性の飛躍的な向上を意味する。ゆえに、拡散計算は次節で述べる輸送計算の加速計算にも広く用いられており、現行の Characteristics 法を用いた格子計算／炉心計算コードの高速化にも大きく貢献している。

次節では、本研究で用いた加速計算の基礎理論と実装方法について述べる。

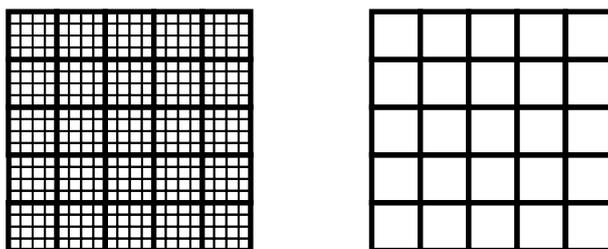
## 2.5. 加速法

2.3 節では Characteristics 法を用いた輸送計算手法、2.4 節では拡散計算の数値解析手法について述べた。しかし、Characteristics 法のような輸送計算手法では自群散乱を陽に取り扱うため、自群散乱を通常取り扱う必要がない拡散計算に比べ内部反復の収束性が悪い。また、反復一回当たりの計算コストも高く、加速計算無しに輸送計算を実施するには、二次元体系であっても膨大な計算時間を要する。

そこで、Characteristics 法を用いた格子計算コードや炉心計算コードでは、通常、Diffusion Synthetic Acceleration(DSA)法や Coarse Mesh Finite Difference(CMFD)法、またその一般形である Generalized Coarse Mesh Rebalance(GCMR)法と呼ばれる各種加速法が適用されており [21, 22]、本研究でも CMFD 法を採用して輸送計算の内部反復及び外部反復の収束性を高めている。本節では、本研究で用いた各種加速法の基礎理論として、CMFD 法、Simplified Fixed Source Scaling Factor 法、Successive Over Relaxation(SOR)法について述べる[2, 23]。

### 2.5.1. Coarse Mesh Finite Difference 法

CMFD 法とは、本来よりも粗い空間メッシュ・エネルギー群数で拡散方程式を解き、その計算結果を利用して、詳細な空間メッシュ及びエネルギー群数での反復計算の収束性を高める方法である。ただし、単純にメッシュを粗くしただけでは粗メッシュで詳細メッシュでの計算結果が同一とならず、詳細メッシュ体系における反復計算の収束性を高めることはできない。そこで CMFD 法では粗メッシュ計算において詳細メッシュの計算結果を再現するような補正が加えられる。具体的には、粗メッシュ計算が詳細メッシュでの反応率と中性子流を保存するように補正を加える。



(a) 詳細メッシュ

(b) 粗メッシュ

Fig. 2.5.1.1 詳細メッシュと粗メッシュ

上述の概念は **Characteristics** 法における反復計算の加速にも用いることができる。つまり **Characteristics** 法で使用する非均質セルの反応率を保存し、かつ **Characteristics** 法での中性子流を保存するように拡散計算での断面積及び中性子流に補正を加え、**Characteristics** 法の計算結果を再現する拡散加速計算を実施する。そして拡散加速計算が収束次第、加速計算の結果を再現するように **Characteristics** 法の計算結果を規格化し、これを繰り返すことで **Characteristics** 法での反復計算の収束性を速める。

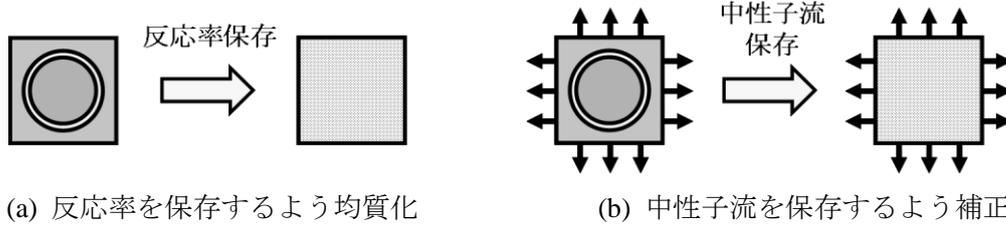


Fig. 2.5.1.2 CMFD 加速計算の補正概念

粗メッシュの大きさは加速計算の収束性と詳細メッシュ計算の収束性の両方の観点から決定すべきであるが、本研究では **Characteristics** 法で用いる個々の非均質セルを均質化して粗メッシュとして定義した **CMFD** 加速計算を実施した。また、本研究では **CMFD** 加速計算を行なう際、エネルギー群の縮約は行っていない。以下ではその方法について示す。

まず、粗メッシュ計算が **Characteristics** 法で求めた詳細メッシュ体系の反応率を保存するよう、(2.5.1.1) ~ (2.5.1.5)式に示すように、セル毎の反応率が保存されるように均質化を行う。

$$\Sigma_{x,g,cx,cy}^{CM} = \frac{\sum_{r \in cell(cx,cy)} \Sigma_{x,g,r} \phi_{g,r} V_r}{\sum_{r \in cell(cx,cy)} \phi_{g,r} V_r} \quad (2.5.1.1)$$

$$\chi_{g,cx,cy}^{CM} = \frac{\sum_{r \in cell(cx,cy)} \chi_{g,r} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g',r} \phi_{g',r} V_r}{\sum_{r \in cell(cx,cy)} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g',r} \phi_{g',r} V_r} \quad (2.5.1.2)$$

$$D_{g,cx,cy}^{CM} = \frac{\sum_{r \in cell(cx,cy)} \frac{1}{3\Sigma_{tr,g,r}} \phi_{g,r} V_r}{\sum_{r \in cell(cx,cy)} \phi_{g,r} V_r} \quad (2.5.1.3)$$

$$\phi_{g,cx,cy}^{CM} = \frac{\sum_{r \in cell(cx,cy)} \phi_{g,r} V_r}{\sum_{r \in cell(cx,cy)} V_r} \quad (2.5.1.4)$$

$$S_{g,cx,cy}^{CM} = \frac{\sum_{r \in cell(cx,cy)} S_{g,r} V_r}{\sum_{r \in cell(cx,cy)} V_r} \quad (\text{外部中性子源がある固定源計算の場合}) \quad (2.5.1.5)$$

拡散係数の均質化は本来であれば中性子流を重みとして行うべきであり、全中性子束を重みとした場合、(2.5.1.3)式の均質化拡散係数には誤差が含まれる。しかし、この時の均質化誤差は後述する中性子流の補正項の中に取り込まれるため、(2.5.1.3)式の形式で拡散係数を計算しても事実上問題はない。なお、(2.5.1.1)~(2.5.1.5)式の各変数は以下に示す通りである。

- $CM$  : 粗メッシュの物理量を示す添字
- $cx, cy$  :  $x, y$  方向のセル番号
- $cell(cx, cy)$  : セル( $cx, cy$ )
- $\Sigma_x$  : ある反応  $x$  の巨視的断面積
- $\chi$  : 核分裂スペクトル
- $D$  : 拡散係数
- $\phi_{g,r}$  : 領域  $r$  の  $g$  群の全中性子束
- $S_{g,r}$  : 領域  $r$  の  $g$  群の外部中性子源

ただし、単に反応率を保存するように均質化を行うだけでは、均質化誤差の影響により、Characteristics法での計算結果を拡散計算で再現することはできない。そこで、Characteristics法での計算結果を拡散計算でも再現できるよう、Characteristics法でTransport sweepを行う際に計算される放出角度中性子束を用いてセル境界での中性子流  $J^{trans}$  を計算し、Characteristics法で求めた  $J^{trans}$  を再現するように拡散計算で定義される中性子流  $J^{diff}$  に補正因子を加える。具体的に中性子流は、Fig. 2.5.1.3 に示す流れで計算することができる。

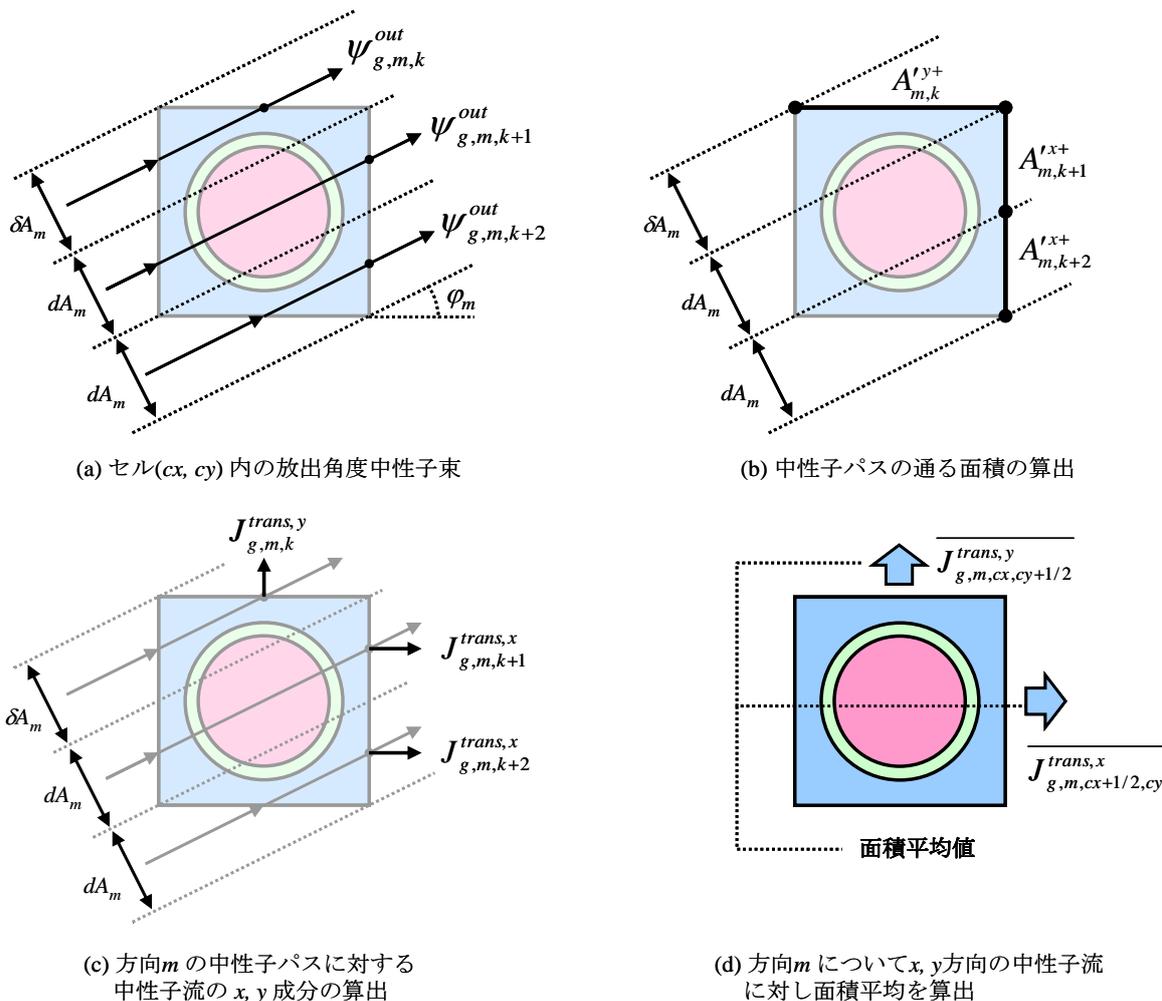


Fig. 2.5.1.3 Characteristics法における中性子計算フロー

Fig. 2.5.1.3(a)に示すように、Characteristics Line 毎にセルからの放出角度中性子束を求め、Characteristics Line が通過する境界面が、 $x$  方向の境界面( $B^{x+}, B^{x-}$ )か  $y$  方向の境界面( $B^{y+}, B^{y-}$ )かを判定する。次に単位時間当たりに境界面と垂直方向に進む正味の中性子の数を(2.5.1.6)、(2.5.1.7)式で計算する。

$$J_{g,m,k}^{trans,x} = \psi_{g,m,k}^{out} \sin \theta_m \cos \varphi_m \omega_m \quad (\psi_{g,m,k}^{out} \in B^{x+}, B^{x-}) \quad (2.5.1.6)$$

$$J_{g,m,k}^{trans,y} = \psi_{g,m,k}^{out} \sin \theta_m \sin \varphi_m \omega_m \quad (\psi_{g,m,k}^{out} \in B^{y+}, B^{y-}) \quad (2.5.1.7)$$

そして、 $x, y$  方向の境界毎に(2.5.1.6)、(2.5.1.7)式を(2.5.1.8)、(2.5.1.9)式で平均化する。

$$\frac{J_{g,m,cx+1/2,cy}^{trans,x}}{\Delta x_{cx}} = \frac{\sum_{k \in B^{x+}} J_{g,m,k}^{trans,x} A'_{m,k}}{\Delta x_{cx}} = \frac{\sum_{k \in B^{x+}} J_{g,m,k}^{trans,x} A_{m,k} / |\cos \varphi_m|}{\Delta x_{cx}} \quad (2.5.1.8)$$

$$\frac{J_{g,m,cx,cy+1/2}^{trans,y}}{\Delta y_{cy}} = \frac{\sum_{k \in B^{y+}} J_{g,m,k}^{trans,y} A'_{m,k}}{\Delta y_{cy}} = \frac{\sum_{k \in B^{y+}} J_{g,m,k}^{trans,y} A_{m,k} / |\sin \varphi_m|}{\Delta y_{cy}} \quad (2.5.1.9)$$

ここで、 $\Delta x_{cx}, \Delta y_{cy}$  は  $x, y$  方向の粗メッシュの幅、面平均の中性子流を算出するために用いている。最後に、(2.5.1.8)、(2.5.1.9)式を全方向について足し合わせ、中性子流を求める。

$$\overline{J_{g,cx+1/2,cy}^{trans,x}} = \sum_m^M \overline{J_{g,m,cx+1/2,cy}^{trans,x}} \quad (2.5.1.10)$$

$$\overline{J_{g,cx,cy+1/2}^{trans,y}} = \sum_m^M \overline{J_{g,m,cx,cy+1/2}^{trans,y}} \quad (2.5.1.11)$$

以上により、Characteristics 法における中性子流を、拡散計算での中性子流が再現するように補正因子を加えれば、Characteristics 法での計算結果を拡散計算で再現することができる。よって、拡散計算での中性子流を(2.5.1.12)、(2.5.1.13)式で定義し、(2.5.1.12)、(2.5.1.13)式が Characteristics 法での中性子流と等しくなるように中性子流の補正係数  $D^{cor}$  を決定する。ただし(2.5.1.12)、(2.5.1.13)式の  $\Delta x^{CM}, \Delta y^{CM}$  は粗メッシュの  $x, y$  方向のメッシュ幅である。

$$J_{g,cx+1/2,cy}^{diff,x} = -\frac{2D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx+1,cy}^{CM}}{D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta x_{cx+1}^{CM} + D_{g,cx+1,cy}^{CM} \Delta x_{cx}^{CM}} (\phi_{g,cx+1,cy}^{CM} - \phi_{g,cx,cy}^{CM}) + D_{g,cx+1/2,cy}^{cor,x} (\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} + \phi_{g,cx,cy}^{CM}) \quad (2.5.1.12)$$

$$J_{g,cx+1/2,cy}^{diff,y} = -\frac{2D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx,cy+1}^{CM}}{D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta y_{cy+1}^{CM} + D_{g,cx,cy+1}^{CM} \Delta y_{cy}^{CM}} (\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} - \phi_{g,cx,cy}^{CM}) + D_{g,cx,cy+1/2}^{cor,y} (\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} + \phi_{g,cx,cy}^{CM}) \quad (2.5.1.13)$$

つまり、中性子流の補正係数は(2.5.1.14)、(2.5.1.15)式で計算される。

$$D_{g,cx+1/2,cy}^{cor,x} = \frac{J_{g,cx+1/2,cy}^{trans,x} + \frac{2D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx+1,cy}^{CM}}{D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta x_{cx+1}^{CM} + D_{g,cx+1,cy}^{CM} \Delta x_{cx}^{CM}} (\phi_{g,cx+1,cy}^{CM} - \phi_{g,cx,cy}^{CM})}{\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} + \phi_{g,cx,cy}^{CM}} \quad (2.5.1.14)$$

$$D_{g,cx,cy+1/2}^{cor,y} = \frac{J_{g,cx+1/2,cy}^{trans,y} + \frac{2D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx,cy+1}^{CM}}{D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta y_{cy+1}^{CM} + D_{g,cx,cy+1}^{CM} \Delta y_{cy}^{CM}} (\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} - \phi_{g,cx,cy}^{CM})}{\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} + \phi_{g,cx,cy}^{CM}} \quad (2.5.1.15)$$

(2.5.1.14)、(2.5.1.15)式を満たす補正係数  $D^{cor}$  を用いれば、粗メッシュ体系で Characteristics 法での中性子流を再現することができる。ゆえに、(2.5.1.12)、(2.5.1.13)式を拡散方程式に代入すると、Characteristics 法での計算結果を再現する拡散方程式を記述することができる。ここで、二次元体系での拡散方程式は(2.5.1.16)式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{J_{g,cx+1/2,cy}^{diff,x} - J_{g,cx-1/2,cy}^{diff,x}}{\Delta x_{cx}^{CM}} + \frac{J_{g,cx,cy+1/2}^{diff,y} - J_{g,cx,cy-1/2}^{diff,y}}{\Delta y_{cy}^{CM}} + \sum_{r,g,cx,cy}^{CM} \phi_{g,cx,cy}^{CM} \\ &= \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s,g' \rightarrow g,cx,cy}^{CM} \phi_{g',cx,cy}^{CM} + \frac{\chi_g^{CM}}{k_{eff}^{CM}} \sum_g^G v \sum_{f,g',cx,cy}^{CM} \phi_{g',cx,cy}^{CM} \end{aligned} \quad (2.5.1.16)$$

(2.5.1.12)、(2.5.1.13)式を (2.5.1.16)式に代入し、式を整理すると、最終的に(2.5.1.17)式に示すように粗メッシュにおける5点階差の有限差分式を得ることができる。

$$\begin{aligned} & A_{g,cx,cy}^{CM,x-} \phi_{g,cx-1,cy}^{CM} + A_{g,cx,cy}^{CM,y-} \phi_{g,cx,cy-1}^{CM} + A_{g,cx,cy}^{CM,0} \phi_{g,cx,cy}^{CM} + A_{g,cx,cy}^{CM,x+} \phi_{g,cx+1,cy}^{CM} + A_{g,cx,cy}^{CM,y+} \phi_{g,cx,cy+1}^{CM} \\ &= \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s,g' \rightarrow g,cx,cy}^{CM} \phi_{g',cx,cy}^{CM} + \frac{\chi_g^{CM}}{k_{eff}^{CM}} \sum_g^G v \sum_{f,g',cx,cy}^{CM} \phi_{g',cx,cy}^{CM} \end{aligned} \quad (2.5.1.17)$$

ただし、(2.5.1.15)式中の各係数は、通常の拡散計算とは異なり、(2.5.1.18)~(2.5.1.22)式で表される。

$$A_{g,cx,cy}^{CM,x-} = - \frac{2D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx-1,cy}^{CM}}{(D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta x_{cx-1}^{CM} + D_{g,cx-1,cy}^{CM} \Delta x_{cx}^{CM}) \Delta x_{cx}^{CM}} - \frac{D_{g,cx-1/2,cy}^{cor,x}}{\Delta x_{cx}^{CM}} \quad (2.5.1.18)$$

$$A_{g,cx,cy}^{CM,x+} = - \frac{2D_{g,cx+1,cy}^{CM} D_{g,cx,cy}^{CM}}{(D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta x_{cx+1}^{CM} + D_{g,cx+1,cy}^{CM} \Delta x_{cx}^{CM}) \Delta x_{cx}^{CM}} + \frac{D_{g,cx+1/2,cy}^{cor,x}}{\Delta x_{cx}^{CM}} \quad (2.5.1.19)$$

$$A_{g,cx,cy}^{CM,y-} = - \frac{2D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx,cy-1}^{CM}}{(D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta y_{cy-1}^{CM} + D_{g,cx,cy-1}^{CM} \Delta y_{cy}^{CM}) \Delta y_{cy}^{CM}} - \frac{D_{g,cx,cy-1/2}^{cor,y}}{\Delta y_{cy}^{CM}} \quad (2.5.1.20)$$

$$A_{g,cx,cy}^{CM,y+} = - \frac{2D_{g,cx,cy+1}^{CM} D_{g,cx,cy}^{CM}}{(D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta y_{cy+1}^{CM} + D_{g,cx,cy+1}^{CM} \Delta y_{cy}^{CM}) \Delta y_{cy}^{CM}} + \frac{D_{g,cx,cy+1/2}^{cor,y}}{\Delta y_{cy}^{CM}} \quad (2.5.1.21)$$

$$\begin{aligned} A_{g,cx,cy}^{CM,0} &= \sum_{r,g,cx,cy}^{CM} - (A_{g,cx,cy}^{CM,x-} + A_{g,cx,cy}^{CM,x+} + A_{g,cx,cy}^{CM,y-} + A_{g,cx,cy}^{CM,y+}) \\ &+ \frac{2D_{g,cx+1/2,cy}^{cor,x} - 2D_{g,cx-1/2,cy}^{cor,x}}{\Delta x_{cx}^{CM}} + \frac{2D_{g,cx,cy+1/2}^{cor,y} - 2D_{g,cx,cy-1/2}^{cor,y}}{\Delta y_{cy}^{CM}} \end{aligned} \quad (2.5.1.22)$$

つまり、断面積の均質化と中性子流の補正係数を計算した後、(2.5.1.17)式に示す5点階差式を解くことで、Characteristics 法での反応率及び中性子の流れを再現する拡散計算を実施可能である。CMFD 法では、以上の拡散計算を詳細メッシュ計算よりも厳しい収束条件にて十分収束させ、計算結果を詳細メッシュ計算に反映させることで、詳細メッシュ計算の収束性を改善させる。この時、

Characteristics 法で求めた全中性子束  $\phi_{g,r}$  が拡散計算により得られた収束解を再現するよう、(2.5.1.23) 式のように規格化を行う。

$$\tilde{\phi}_{g,r} = \frac{\phi_{g,cx,cy}^{CM,after}}{\phi_{g,cx,cy}^{CM,before}} \phi_{g,r} \quad , \quad r \in cell(cx, cy) \quad (2.5.1.23)$$

なお、(2.5.1.23)式中の *before* は、粗メッシュにおいて反復計算を行う前の粗メッシュ平均全中性子束を示し、*after* は粗メッシュにおいて反復計算を行い、全中性子束を十分収束させ切った後の全中性子束を示す添字である。

CMFD 加速計算の実施タイミングとしては Fig. 2.5.1.4 に示すように固有値計算・固定源計算共に内部反復の加速計算と外部反復の加速計算の2つがある。

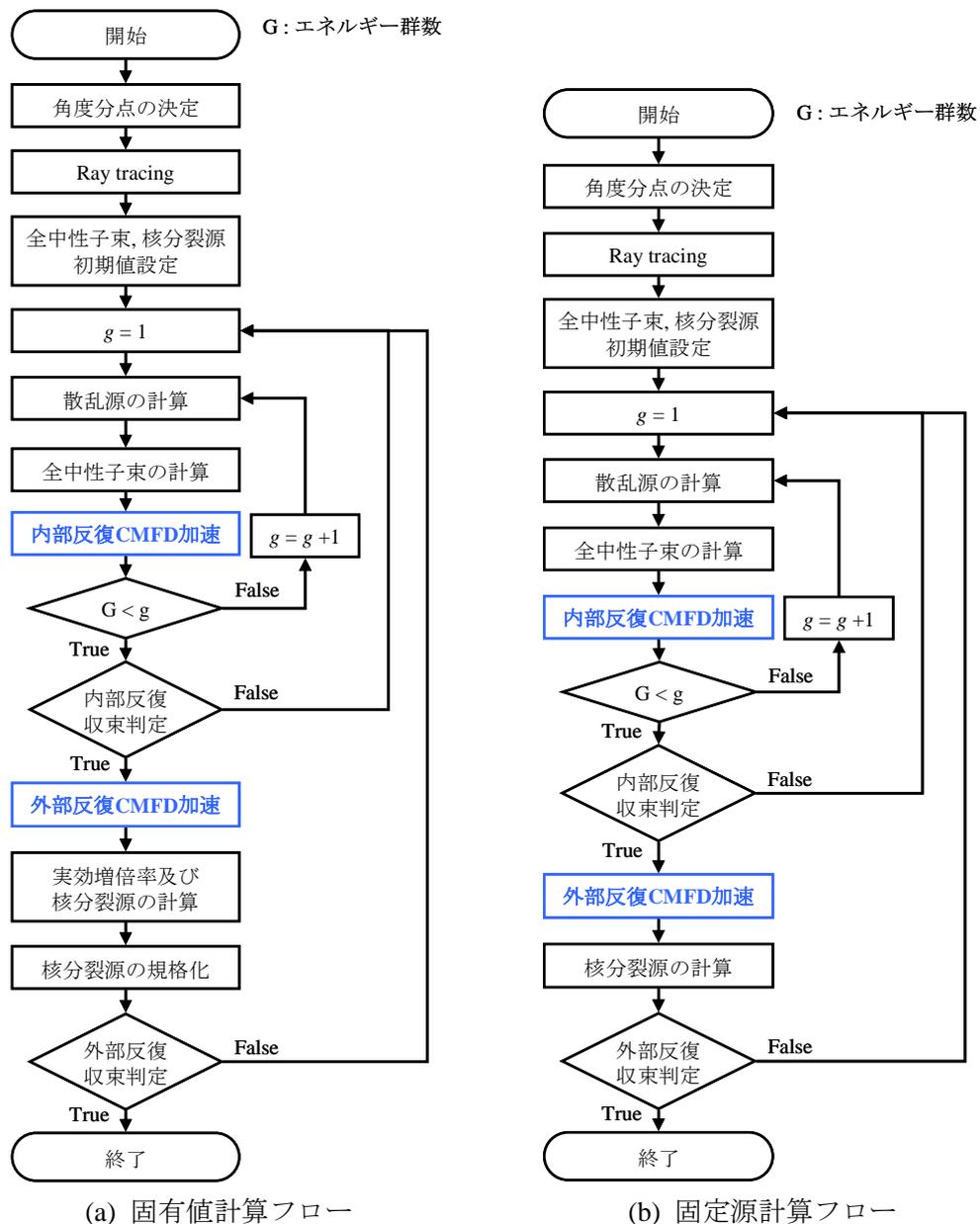


Fig. 2.5.1.4 CMFD 加速計算実装時の輸送計算フロー

通常、輸送計算には自群散乱が含まれているため散乱源の収束が遅く、内部反復の収束性が悪い。

ゆえに自群散乱が無い CMFD 加速計算を用いて散乱源の収束を速めるために CMFD 加速を適用する。これに対し、外部反復の CMFD 加速は、核分裂源及び実効増倍率の収束を速める目的で実装する。ただし、内部反復と外部反復の計算の性質上、どちらの反復に CMFD 法を実装するかで、加速計算の計算フローが異なる。内部反復及び外部反復の加速に用いる CMFD 加速計算の計算フローは Fig. 2.5.1.5 に示す通りである。なお、以下の議論は固有値計算を例として述べる。

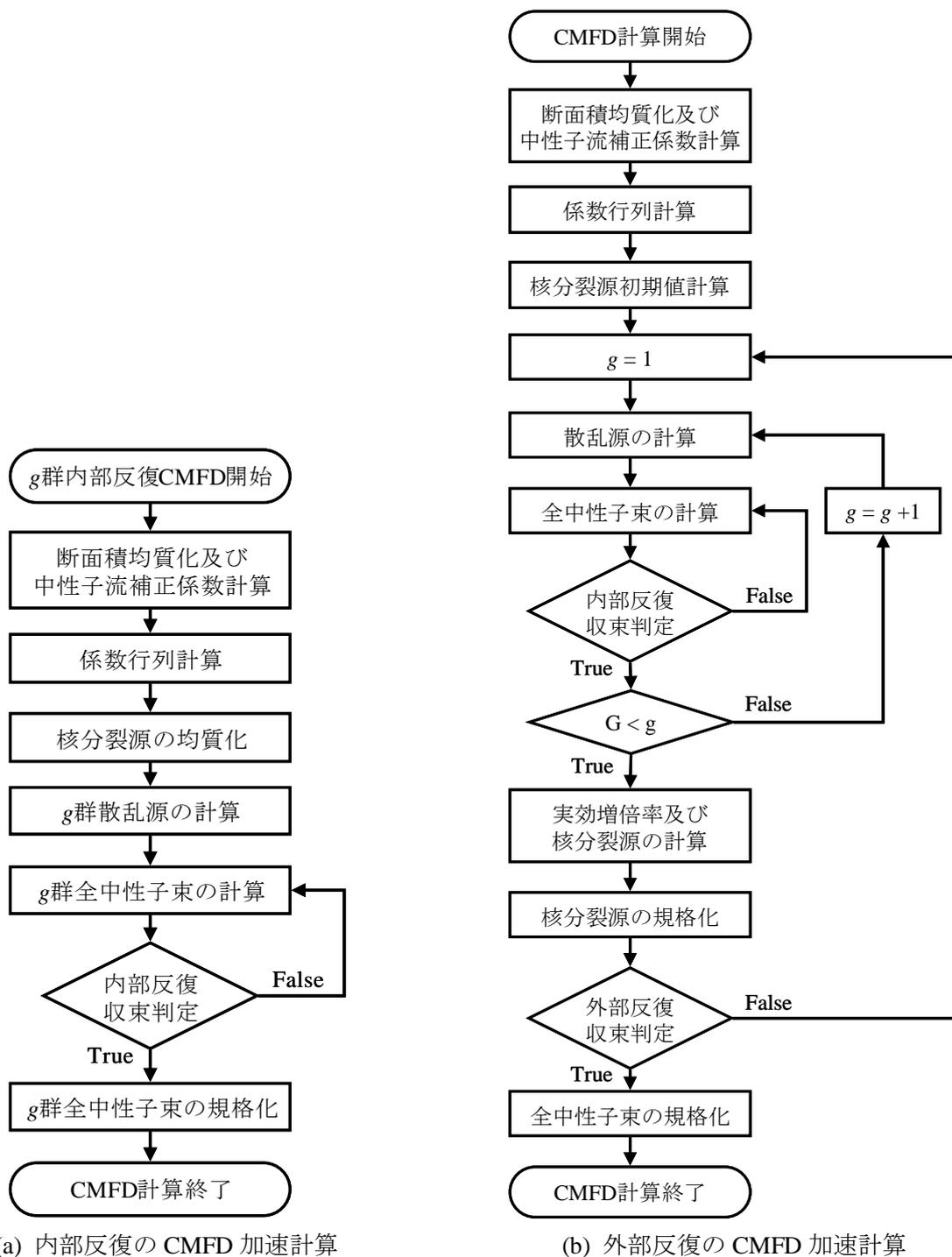


Fig. 2.5.1.5 内部反復及び外部反復に対する CMFD 加速計算のフロー

Fig. 2.5.1.5(a)に示すように、内部反復に対する CMFD 加速計算では、断面積及び中性子流の補正係数を(2.5.1.1)~(2.5.1.4)式、及び(2.5.1.14)、(2.5.1.15)式でそれぞれ求めた後、(2.5.1.18)~(2.5.1.22)式で

示される全中性子束に掛かる係数行列を計算する。その後、詳細メッシュでの核分裂源を均質化した後、中性子束の反復計算を行う。(2.5.1.17)式に示した通り、CMFD法で解くべきバランス式もまた5点階差式であるためADI法等の反復計算を使用できる。最後に、CMFD加速計算の結果を詳細メッシュ計算に反映するため、全中性子束の規格化を(2.5.1.23)式にて行う。ただし上述の通り、内部反復に対するCMFD加速計算では、詳細メッシュ計算の内部反復に入る前に計算した核分裂源項を均質化するのみで、CMFD計算内で核分裂源項を再計算することはない。これは詳細メッシュ計算では内部反復中、核分裂源が固定されているためである。つまりCMFD加速計算中に粗メッシュ平均の全中性子束や均質化核分裂断面積を用いて核分裂源を再計算した場合、詳細メッシュ計算での核分裂源との整合性が乱れ、CMFD加速計算の最終的な収束値と詳細メッシュ計算における内部反復の最終的な収束値がずれる形となり、粗メッシュ計算での内部反復が収束しなくなる。ゆえに、CMFD加速計算を内部反復に適用する際には、粗メッシュでの核分裂源は詳細メッシュ計算の核分裂源を均質化するのみで更新してはならない。これに対し、外部反復のCMFD加速計算では、断面積の均質化や中性子流の補正係数の計算、全中性子束の規格化を除いては、通常の拡散計算と同一の計算フローとなる。

ただし、Fig. 2.5.1.4に示す計算フローでCMFD加速を適用した際、特に内部反復で数値的に不安定になる場合があることが知られており、①反復数回に一回の加速計算を行うか、②GCMR法に用いられている安定化因子を導入することで、上述の数値的不安定性を抑制することができる[24]。安定化因子の導入は、粗メッシュにおける中性子流にCharacteristics法での中性子流を再現させる際、(2.5.1.12)、(2.5.1.13)式を用いるのではなく、(2.5.1.24)、(2.5.1.25)式を用いる。ただし $\alpha$ は安定化因子であり、(2.5.1.18)~(2.5.1.22)式にも安定化因子が現れる形となる。

$$J_{g,cx+1/2,cy}^{diff,x} = -\frac{2\alpha D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx+1,cy}^{CM}}{D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta x_{cx+1}^{CM} + D_{g,cx+1,cy}^{CM} \Delta x_{cx}^{CM}} (\phi_{g,cx+1,cy}^{CM} - \phi_{g,cx,cy}^{CM}) + D_{g,cx+1/2,cy}^{cor,x} (\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} + \phi_{g,cx,cy}^{CM}) \quad (2.5.1.24)$$

$$J_{g,cx+1/2,cy}^{diff,y} = -\frac{2\alpha D_{g,cx,cy}^{CM} D_{g,cx,cy+1}^{CM}}{D_{g,cx,cy}^{CM} \Delta y_{cy+1}^{CM} + D_{g,cx,cy+1}^{CM} \Delta y_{cy}^{CM}} (\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} - \phi_{g,cx,cy}^{CM}) + D_{g,cx,cy+1/2}^{cor,y} (\phi_{g,cx,cy+1}^{CM} + \phi_{g,cx,cy}^{CM}) \quad (2.5.1.25)$$

参考文献[24]より、空間メッシュの光学距離 $\tau (= \sum_r \Delta x)$ が1に比べ小さい時は $\alpha = 1$ に設定すれば良い。しかし $\tau > 1$ となる場合は、 $\alpha > \tau$ となるように安定化因子 $\alpha$ を十分大きな値に設定すればCMFD加速を安定して用いることが可能となる。ただし、安定化因子の値を大きくすると計算自体の収束性が悪化し計算速度が悪化する場合もある。

CMFD法は単にCharacteristics法の加速に使用できるだけでなく、詳細メッシュ体系での拡散計算を反復解法で解く際の加速計算にも適用できるため、現行の炉心計算コードや格子計算コードに広く適用されており、炉心計算を行う上での重要な基盤技術となっている。

## 2.5.2. Simplified Fixed Source Scaling Factor 法

Simplified Fixed Source Scaling Factor法は核分裂源を含む固定中性子源問題を解く際に有効な加速法である。本項では、その加速計算理論を示す。

まず、正確な全中性子束の値が既知の場合、(2.5.2.1)式が成立する。

$$\mathbf{L}\phi^{exact} = \mathbf{M}\phi^{exact} + \mathbf{S}, \quad (\phi^{exact} : \text{既知の全中性子束}) \quad (2.5.2.1)$$

ここで  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{S}$  はそれぞれ中性子の消失、中性子の生成、外部中性子源を表す演算子である。しかし正確な全中性子束が既知の場合は、(2.5.2.1)式は厳密に満たされることとなるが、反復計算で求められた  $n$  回反復の全中性子束  $\phi^{(n)}$  を(2.5.2.1)式の  $\phi^{exact}$  と置き換えると、全中性子束が十分に収束していない場合、(2.5.2.1)式は成立しない。

$$\mathbf{L}\phi^{(n)} - \mathbf{M}\phi^{(n)} \neq \mathbf{S} \quad (2.5.2.2)$$

ゆえに Simplified Fixed Source Scaling Factor 法では、補正係数として(2.5.2.3)式が用いられる。

$$f \equiv \frac{\langle \mathbf{S} \rangle}{\langle \mathbf{L}\phi^{(n)} \rangle - \langle \mathbf{M}\phi^{(n)} \rangle} \quad (2.5.2.3)$$

ここで  $\langle \rangle$  は空間・中性子の飛行方向・エネルギーを含む全位相積分を表す演算子である。Simplified Fixed Source Scaling Factor 法では(2.5.2.3)式の補正係数を計算し、 $n$  回反復の全中性子束を(2.5.2.3)式のように補正することで、全中性子束の収束性を高める。

$$\tilde{\phi}^{(n)} = f\phi^{(n)} \quad (2.5.2.4)$$

### 2.5.3. Successive Over Relaxation 法

Successive Over-Relaxation(SOR)法は、外挿を用いた比較的シンプルなアルゴリズムの加速法である。SOR 法では、全中性子束を(2.5.3.1)式のように更新を行う。

$$\phi^{(n+1)} = \phi^{(n)} + \omega(\phi^{*,(n+1)} - \phi^{(n)}) \quad (2.5.3.1)$$

ただし式中の各変数の意味は以下の通りである。

- $\phi^{(n+1)}$  : SOR 法適用後の全中性子束
- $\phi^{(n)}$  :  $n$  回目の反復計算における全中性子束
- $\phi^{*,(n+1)}$  :  $n+1$  回目の反復計算で得られた SOR 法適用前の全中性子束
- $\omega$  : 加速パラメータ ( $\omega = 1$  で通常反復と等価)

ただし、加速パラメータの値域は  $1 < \omega < 2$  である。SOR 法では、Fig. 2.5.3.1 に示すように、まず通常の  $n+1$  回反復計算で求めた全中性子束  $\phi^{*,(n+1)}$  と前回反復で求めた全中性子束の値  $\phi^{(n)}$  の差異を加速パラメータ  $\omega$  で意図的に強調することで収束性を高めるものである。

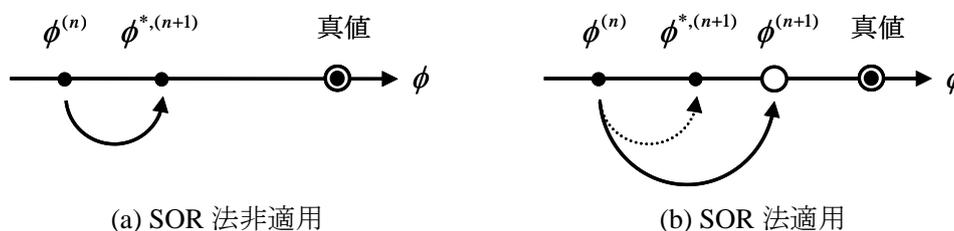


Fig. 2.5.3.1 SOR 法の概要

また、加速パラメータを  $0 < \omega < 1$  に設定した場合には後退加速となり、この場合、計算が振動しつつ発散する場合についても計算を安定して収束させることができる。

## 2.6. 本章のまとめ

本章ではまずは定常状態における炉心計算手法として、2.2 節では中性子輸送方程式の概要を述べた後、現行の炉心計算の分野で広く用いられる拡散方程式を導出した。次に 2.3 節では、本研究で用いた Characteristics 法の基礎理論について述べ、各種 Ray tracing 手法、角度分点、及び Characteristics 法を用いた固有値計算／固定源計算のフローについて示した。特に本研究では、固有値計算手法としてべき乗法を採用したため、べき乗法の基礎理論と実装方法について述べた。Ray tracing の方法としては、Cyclic tracking 法、AMRT 法、DNPL 法の組合せを用いることを示し、その実装方法について述べた。2.4 節では、CMFD 加速法の基礎となる拡散計算の計算理論について述べ、有限差分近似を用いた差分式の導出を行った。また、本研究で用いた数値計算手法として ADI 法の計算理論について述べた。2.5 節では Characteristics 法のような輸送計算で問題となる、反復計算の収束性の悪さを大幅に向上させるための手法として、CMFD 加速法、Simplified fixed source scaling factor 法、SOR 法について述べた。

## 2.7. 参考文献

- [1] 成田正邦, *ボルツマン方程式の起源*, 第 34 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会 (2002), pp. 1-24.
- [2] 山本章夫, *拡散方程式の数値解法*, 第 36 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp. 47-80 (2004).
- [3] M. Tabuchi, N. Sugimura, A. Yamamoto and T. Endo, "Efficient calculation scheme with preservation of transmission probabilities in the method of characteristics," *Trans. Am. Nucl. Soc.* 107 (2012), pp. 1105-1107. [CD-ROM].
- [4] D. P. Weber, T. Sofu and W. S. Yang, "High-fidelity light water reactor analysis with the numerical nuclear reactor," *Nucl. Sci. Eng.* 155 (2007), pp. 395-408.
- [5] A. Yamamoto, N. Sugimura and T. Ushio, "Calculation models of AEGIS, an advanced neutronics solver of next-generation," *Trans. Am. Nucl. Soc.* 92 (2005), pp. 631-632. [CD-ROM].
- [6] E. A. Villarino, R. J. J. Stammler, A. A. Ferri and J. J. Casal, "HELIOS: angularly dependent collision probabilities," *Nucl. Sci. Eng.* 112 (1992), p. 16.
- [7] A. Yamamoto, M. Tabuchi, N. Sugimura and T. Ushio, "Non-equidistant ray tracing for the method of characteristics" *Proc. International Topical Meeting on Mathematics and Computation, Supercomputing, Reactor Physics and Nuclear and Biological Applications (M&C2005)*, Avignon, France, Sept. 12-15, (2005). [CD-ROM].
- [8] D. G. Cacuci, *Handbook of nuclear engineering*, Springer Science + Business Media LLC, New York (2010), pp. 918-1239.
- [9] S. Kosaka and E. Saji, "Transport theory calculation for a heterogeneous multi-assembly problem by characteristics method with direct neutron path linking technique," *J. Nucl. Sci. Technol.* 37 (2000), pp. 1015-1023.
- [10] A. Yamamoto, T. Endo, M. Tabuchi, N. Sugimura, T. Ushio, M. Mori, M. Tatsumi and Y. Ohoka, "AEGIS: an advanced lattice physics code for light water reactor analyses," *Nucl. Eng. Technol.* 42 (2010), pp. 500-519.
- [11] J. Rhodes, K. Smith and D. Lee, "CASMO-5 development and applications," *Proc. International*

- Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2006)*, Vancouver, BC, Canada, Sept. 10-14, 2006, (2006). [CD-ROM].
- [12] S. Kosaka and T. Takeda, “Verification of 3D heterogeneous core transport calculation utilizing non-linear Iteration technique,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 41 (2003), pp. 645-654.
- [13] M. Hursin, T. J. Downar and J. Thomas, “PWR control rod ejection analysis with the method of characteristic code DeCART,” *Proc. International Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2008)*, Switzerland, Sept. 14-19, 2008, (2008).
- [14] K. Yamaji, H. Matsumoto, K. Kirimura, T. Takeda and A. Yamamoto, “Development of a new lattice physics code GALAXY for flexible geometry representation in next generation core analyses system,” *Trans. Am. Nucl. Soc.* 97 (2007), pp. 573-574. [CD-ROM].
- [15] 小玉泰寛, “GPU を用いた MOC の高速化に関する研究”, 名古屋大学大学院工学研究科 修士論文 (2010).
- [16] T. Jevremovic, J. Vujic and K. Tsuda, “ANEMONA—A neutron transport code for general geometry reactor assemblies based on the method of characteristics and R-function solid modeler,” *Ann. Nucl. Energy* 28 (2001), pp. 125-152.
- [17] A. Yamamoto, M. Tabuchi, N. Sugimura, T. Ushio and M. Mori, “Derivation of optimum polar angle quadrature set for the method of characteristics based on approximation error for the bickley function,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 44 (2007), pp. 129-136.
- [18] 平野博之, *流れの数値計算と可視化 Tecplot で見る流体力学*, 丸善, (2004).
- [19] 平瀬創也, *C# で学ぶ偏微分方程式の数値解法*, 東京 : 東京電機大学出版局; (2009), pp. 46-55, ISBN 9784501545901.
- [20] 小林啓祐, *原子炉物理*, コロナ社, (1996).
- [21] M. Tatsumi and A. Yamamoto, “Advanced PWR core calculation based on multi-group nodal-transport method in three-dimensional pin-by-pin geometry,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 40 (2003), pp. 376-387.
- [22] A. Yamamoto, “Generalized coarse-mesh rebalance method for acceleration of neutron transport calculations,” *Nucl. Sci. Eng.* 151 (2005), pp. 274-282.
- [23] Y. Ban, T. Endo, A. Yamamoto and Y. Yamane, “Explicit time integration scheme using Krylov subspace method for reactor kinetics equation,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 48 (2011), pp. 243-255.
- [24] A. Yamamoto, Y. Kitamura, T. Ushio and N. Sugimura, “Convergence improvement of coarse mesh rebalance method for neutron transport calculations,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 41 (2004), pp. 781-789.

## 第3章 従来の動特性計算手法

### 3.1. 本章の概要

前章の定常状態の炉心計算手法では、解析対象の炉心は定常状態となっているため、炉心の核特性を支配する Boltzmann 輸送方程式には角度中性子束の時間微分項が含まれていなかった。しかし、安全解析においては、炉心に反応度が加わった際の炉心の健全性を評価する必要があり、角度中性子束もしくは全中性子束の時間微分項が加わった時間依存の輸送方程式／拡散方程式を解く必要がある。

詳細は後述するが、時間依存の輸送方程式／拡散方程式を解く際には、通常時間を離散化し、離散化した時間の数だけ固定中性子源問題を解く必要がある。ゆえに、定常状態の炉心計算に比べ計算コストが大きく、大型体系での全中性子束の時間発展を詳細な時間間隔で解析するためには、膨大な時間を要する。ゆえに、計算機性能が十分でなかった過去には、時間依存の拡散方程式にさらに近似を加えた一点炉動特性方程式が用いられており、必要な安全余裕(計算の不確定性、設計及び運転の範囲等)を確保するために大きな保守性が考慮されていた。しかし近年の著しい計算機と数値解析技術の進歩により、実際の原子炉プラントの挙動を詳細にモデル化し、核特性、熱流動特性及びプラント特性を同時に取り扱うことができる詳細なシミュレーション計算が可能となってきた。ゆえに、従来の安全解析よりも詳細な評価手法を適用し、従来の安全解析手法における過度な保守性を適正化するための研究が進められている[1]。特に時間依存の中性子輸送計算においては Characteristics 法を用いた動特性計算は近似が最も少ない動特性計算手法として注目されており、DeCART コードのような Characteristics 法を用いた動特性計算コードが開発されている。ただし、Characteristics 法を用いた動特性計算には、①膨大なメモリ量を要する点、②計算機のメモリ容量に関する制約から新たな近似を導入せざるを得ず、導入した近似の定量評価がこれまでなされてこなかった点、③計算の実現には膨大な計算時間がかかる点等が依然として問題となっている。

そこで本章では、これまでに開発されてきた動特性計算手法の計算理論、現行の Characteristics 法を用いた動特性計算コードの潜在的な問題点について述べ、上述の問題点を解決するための指針を示す。

まず3.2節では空間依存動特性方程式として、時間依存の輸送方程式／拡散方程式について示し、3.3節では過去に開発されてきた時間依存拡散方程式の数値解法として、 $\theta$ 法、周波数変換法、改良準静近似法、及びこれらを理論的に統一した Multigrid Amplitude Function 法について示す[2-8]。ただし、動特性計算では遅発中性子先行核密度についても計算する必要があるため3.4節では、遅発中性子先行核密度の数値解法について述べる。3.5節では、Characteristics 法を用いた動特性計算手法として現在考案されている Straightforward 法、及び DeCART コードで採用されている等方近似法について述べ、これらの手法の問題点について示す。最後に、3.6節では本章のまとめを述べる。

### 3.2. 空間依存動特性方程式

#### 3.2.1. 時間依存輸送方程式

2章では定常状態における Boltzmann 輸送方程式を示したが、動特性計算で用いる時間依存の Boltzmann 輸送方程式は、(3.2.1.1)式で表される。

$$\frac{1}{v(E)} \frac{\partial \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E, t) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (3.2.1.1)$$

ここで、(3.2.1.1)式の右辺は中性子源の項であり、(3.2.1.2)式で表される。

$$\begin{aligned}
Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) &= \int_0^{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, t) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE' d\Omega' \\
&+ \frac{\chi_p(E, t)}{4\pi} (1 - \beta) \int_0^{4\pi} \int_0^\infty v \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE' d\Omega' \quad (3.2.1.2) \\
&+ \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d, family}(E, t) \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t)
\end{aligned}$$

(3.2.1.2)式中の遅発中性子先行核密度  $C_{family}$  は、先行核の崩壊によって減少し、核分裂によって生成されることから、(3.2.1.3)式で表される。

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} \int_0^\infty v \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \phi(\vec{r}, E', t) dE' - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (3.2.1.3)$$

(3.2.1.1)、(3.2.1.2)式より、ある方向に着目した時の中性子数の時間変化は、核分裂や遅発中性子先行核、及び散乱による中性子の生成と漏洩や吸収による中性子の消滅の総和によって記述される。ここで、(3.2.1.1)~(3.2.1.3)式に多群近似を加え、等方散乱を仮定すると、(3.2.1.1)~(3.2.1.3)式はそれぞれ(3.2.1.4)、(3.2.1.5)式で記述できる。

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\
&= \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} &\sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ &+ \sum_{family} \chi_{d,g, family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1.4)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (3.2.1.5)$$

(3.2.1.4)、(3.2.1.5)式に示すように、時間依存の輸送方程式は角度中性子束及び遅発中性子先行核密度に関する2つのバランス式から成る連立微分方程式である。Characteristics法を用いた動特性計算では、(3.2.1.4)式に対し角度の離散化を加えCharacteristics Line毎の角度中性子束のバランス式を導出し、さらに(3.2.1.5)式をFlat flux region単位で平均化することで動特性計算を行うが、詳細は3.5節で述べる。次項では(3.2.1.4)式に対しさらに拡散近似を適用した時間依存の拡散方程式を示す。

### 3.2.2. 時間依存拡散方程式

定常状態における拡散方程式は、角度中性子束の角度分布を球面調和関数展開し、角度分布を1次の展開係数までで近似することで導出できた。時間依存の拡散方程式についても同様にすると、詳細は省略するが、(3.2.2.1)式が得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} &= \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) - \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) \\
&+ \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\
&+ \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t)
\end{aligned} \quad (3.2.2.1)$$

ここで、遅発中性子先行核密度に関する方程式は(3.2.1.5)式と同一である。時間依存輸送方程式と時間依存拡散方程式の違いとしては、角度中性子束の角度分布が厳密に取り扱われているか、球面調和関数の1次までで近似されているかの違いであり、時間依存拡散方程式では次項で述べる一点炉動特性方程式とは異なり、全中性子束の空間依存性を陽に取り扱っている。

### 3.2.3. 一点炉動特性方程式

一点炉動特性方程式は全中性子束の空間分布の相対的な形状が定常状態から変化しないとし、全中性子束の大きさ(振幅)のみが時間的に変化すると仮定している。ゆえに、制御棒の異常な引き抜き等を伴う局所的な反応度投入を取り扱う場合には、全中性子束の空間分布が定常状態から大きく変化するため、一点炉動特性方程式では取り扱うことができない。ただし、体系全体の全中性子束の時間的挙動を調べるには有用であり、改良準静近似のように動特性方程式を効率的に解くためにも応用されている[4]。本項では、一点炉動特性方程式の導出について述べる。

まず一点炉近似では、全中性子束と遅発中性子先行核密度が空間と時間について変数分離可能であり、全中性子束も遅発中性子先行核密度も同様の空間分布を有していると仮定する。つまり全中性子束と遅発中性子先行核密度を(3.2.3.1)、(3.2.3.2)式で定義する。なお、以下の導出では、全中性子束のエネルギー群は一群とする。

$$\phi(\vec{r}, t) = v \varphi(\vec{r}) n(t) \quad (3.2.3.1)$$

$$C_{family}(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}) C_{family}(t) \quad (3.2.3.2)$$

ここで、(3.2.3.1)、(3.2.3.2)式中の  $n(t)$ 、 $C_{family}(t)$  は時間にのみ依存する関数であり、それぞれ全中性子束及び遅発中性子先行核密度の振幅に該当する項である。また、 $\varphi(\vec{r})$  は定常状態における全中性子束及び遅発中性子先行核密度の空間分布を示す。

次に、幾何学的バックリング  $B^2$  を用いると  $\varphi(\vec{r})$  は(3.2.3.3)式を満たす。

$$\nabla^2 \varphi(\vec{r}) + B^2 \varphi(\vec{r}) = 0 \quad (3.2.3.3)$$

ここで、(3.2.2.2)式を全エネルギーで積分すると、(3.2.3.4)、(3.2.3.5)式を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} &= \nabla \cdot D(\vec{r}, t) \nabla \phi(\vec{r}, t) - \Sigma_a(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t) \\
&+ (1 - \beta) v \Sigma_f(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t)
\end{aligned} \quad (3.2.3.4)$$

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} v \Sigma_f(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (3.2.3.5)$$

(3.2.3.1)~(3.2.3.3)式を(3.2.3.4)、(3.2.3.5)式に代入し、断面積の時間依存性を無視すると、(3.2.3.6)、

(3.2.3.7)式が得られる。

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\left\{ DB^2 n(t) + \Sigma_a - (1 - \beta)v\Sigma_f \right\} v n(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \quad (3.2.3.6)$$

$$\frac{dC_{family}(t)}{dt} = \beta_{family} v \Sigma_f(t) v n(t) - \lambda_{family} C_{family}(t) \quad (3.2.3.7)$$

ここで、中性子の漏洩にはバックリングを用いたことから、実効増倍率は(3.2.3.8)式で表される。よって、(3.2.3.8)式を(3.2.3.6)式に代入すると(3.2.3.9)式が得られる。

$$k_{eff} = \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2} \quad (3.2.3.8)$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = (DB^2 n(t) + \Sigma_a) \left\{ -1 + (1 - \beta)k_{eff} \right\} v n(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \quad (3.2.3.9)$$

また、炉内中性子の実効的な平均寿命  $l_{eff}$  を用いると、(3.2.3.9)式は(3.2.3.11)式で表される。なお、 $l_{eff}$  を用いるメリットとしては、 $k_{eff} = 0$  の場合でも動特性方程式が解ける点にある。

$$l_{eff} = \frac{1}{v(\Sigma_a + DB^2)} \quad (3.2.3.10)$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{(1 - \beta)k_{eff} - 1}{l_{eff}} n(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \quad (3.2.3.11)$$

ただし、一点炉動特性方程式は実効増倍率  $k_{eff}$  ではなく、(3.2.3.12)式で定義される反応度  $\rho$  を用いて表すのが一般的である。

$$\rho \equiv \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \Leftrightarrow k_{eff} = \frac{1}{1 - \rho} \quad (3.2.3.12)$$

よって、(3.2.3.12)式を(3.2.3.11)式に代入すると、(3.2.3.13)式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{l_{eff}(1 - \rho)} n(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \\ &= \frac{\rho - \beta}{l_{eff} / k_{eff}} n(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \end{aligned} \quad (3.2.3.13)$$

さらに、中性子世代時間  $\Lambda$  は(3.2.3.14)式で定義されることから、(3.2.3.13)式は(3.2.3.15)式で表される。(3.2.3.15)式は臨界近傍でよく使用されるが、 $k_{eff} = 0$  の時、 $\Lambda$  が $-\infty$ となるため解くことができない点に留意しなければならない。

$$\Lambda \equiv \frac{l_{eff}}{k_{eff}} \quad (3.2.3.14)$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \quad (3.2.3.15)$$

遅発中性子先行核密度についても同様に、(3.2.3.7)、(3.2.3.8)、(3.2.3.10)、(3.2.3.14)式から(3.2.3.16)式を得る。

$$\frac{dC_{family}(t)}{dt} = \frac{\beta_{family}}{\Lambda} n(t) - \lambda_{family} C_{family}(t) \quad (3.2.3.16)$$

(3.2.3.15)、(3.2.3.16)式より、一点炉動特性方程式を導出できた。ただし上述の導出では全中性子束の空間分布が定常状態から変化しないと仮定しているが、実際の炉心では時間と共に全中性子束の空間分布も変化するため、上述の一点炉動特性方程式では全中性子束の空間分布の時間変化を正確に取り扱うことができない。ゆえに、両者の矛盾は計算精度の悪化として現れる可能性がある。

ゆえに、現行の主要な動特性計算手法の一つである改良準静近似法では、定常状態の随伴中性子束を用いて一点炉動特性方程式を導出し、上述の計算精度の悪化を低減している。以下では、随伴中性子束を用いた一点炉動特性方程式の導出方法を示す。

随伴中性子束を用いた一点炉動特性方程式を導出する際には、まず全中性子束を時間に依存する振幅関数と空間及び時間に依存する形状関数に分離する。

$$\phi_g(\vec{r}, t) = P(t)\varphi_g(\vec{r}, t) \quad (3.2.3.17)$$

$P(t)$  : 振幅関数

$\varphi_g(\vec{r}, t)$  : 形状関数

次に、(3.2.3.17)式を(3.2.2.2)式に代入すると、(3.2.3.18)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{1}{v_g} \left\{ \varphi_g(\vec{r}, t) \frac{\partial P(t)}{\partial t} + P(t) \frac{\partial \varphi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} \right\} = R_g(\vec{r}, t) \quad (3.2.3.18)$$

ただし、(3.2.3.18)式中の関数  $R_g$  は(3.2.3.19)式で表される。

$$\begin{aligned} R_g(\vec{r}, t) = & P(t) \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \varphi_g(\vec{r}, t) - \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) P(t) \varphi_g(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) P(t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) P(t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (3.2.3.19)$$

また、遅発中性子先行核密度に関するバランス式は(3.2.3.20)式で表される。

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} P(t) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (3.2.3.20)$$

ここで、(3.2.3.18)式の両辺に重み関数として定常状態における随伴中性子束  $\phi_g^\dagger(\vec{r})$  を掛け、全位相空間における積分を行うと(3.2.3.21)式を得る。ただし Bracket 記号は全位相空間における積分操作を意味する。

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial P(t)}{\partial t} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \frac{1}{v_g} \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle + P(t) \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \frac{1}{v_g} \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&= P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle - P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&+ P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \sum_{\substack{g' \neq g \\ s, g' \rightarrow g}}^G \Sigma_{s, g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) P(t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&+ P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&+ \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \sum_{family} \chi_{d, g, family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \right\rangle
\end{aligned} \tag{3.2.3.21}$$

ま、(3.2.3.20)式についても同様に  $\phi_g^\dagger(\vec{r}) \chi_{d, g, family}$  を掛け、全位相空間で積分し(3.2.3.22)式を得る。

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \chi_{d, g, family} C_{family}(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&= P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \beta_{family} \chi_{d, g, family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&- \lambda_{family} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \chi_{d, g, family} C_{family}(\vec{r}, t) \right\rangle
\end{aligned} \tag{3.2.3.22}$$

ここで、(3.2.3.23)式に示す形状関数の規格化条件を用いると、(3.2.3.21)式の左辺第二項は 0 となる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \frac{1}{v_g} \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle = 0 \tag{3.2.3.23}$$

さらに、中性子の生成に関する項を(3.2.3.24)式で定義する。

$$\begin{aligned}
F(t) &= \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&+ \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \sum_{family} \beta_{family} \chi_{d, g, family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle
\end{aligned} \tag{3.2.3.24}$$

(3.2.3.23)、(3.2.3.24)式より、(3.2.3.21)式は(3.2.3.25)式に変形できる。

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial P(t)}{\partial t} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \frac{1}{v_g} \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&= P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle - P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&+ P(t) \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \sum_{\substack{g' \neq g \\ g' \rightarrow g}}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) P(t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle \tag{3.2.3.25} \\
&+ P(t) F(t) - \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \sum_{family} \beta_{family} \chi_{d,g,family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle \\
&+ \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \right\rangle
\end{aligned}$$

ここで、一点炉動特性パラメータを以下のように定義する。

$$\rho(t) = 1 + \frac{1}{F(t)} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \varphi_g(\vec{r}, t) - \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \varphi_g(\vec{r}, t) \\ + \sum_{\substack{g' \neq g \\ g' \rightarrow g}}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) P(t) \varphi_{g'}(\vec{r}, t) \end{array} \right\} \right\rangle \tag{3.2.3.26}$$

$$\beta_{family}(t) = \frac{1}{F(t)} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \chi_{d,g,family} \beta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \right\rangle \tag{3.2.3.27}$$

$$\beta(t) = \sum_{family} \beta_{family}(t) \tag{3.2.3.28}$$

$$\Lambda(t) = \frac{1}{F(t)} \left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \frac{1}{v_g} \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle \tag{3.2.3.29}$$

$$C_{family}(t) = \frac{\left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \right\rangle}{\left\langle \phi_g^\dagger(\vec{r}), \frac{1}{v_g} \varphi_g(\vec{r}, t) \right\rangle} \tag{3.2.3.30}$$

(3.2.3.25)~(3.2.3.30)式より、(3.2.3.31)、(3.2.3.32)式で一点炉動特性方程式を得ることができる。

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} P(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \tag{3.2.3.31}$$

$$\frac{dC_{family}(t)}{dt} = \frac{\beta_{family}(t)}{\Lambda(t)} P(t) - \lambda_{family} C_{family}(t) \tag{3.2.3.32}$$

次節では、現行の主要な炉心計算手法として、時間依存拡散方程式の数値解法について述べる。

### 3.3. 時間依存拡散方程式の数値解法

本章の概要で述べた通り、時間依存拡散方程式に対しては様々な数値解法が開発されてきた。本節では、代表的な計算手法として、 $\theta$ 法、周波数変換法、改良準静近似法、Multigrid Amplitude Function法の基礎理論について述べる[2-8]。

#### 3.3.1. $\theta$ 法

$\theta$ 法は時間に対して連続的な関数である中性子束を直接離散化する手法である[2]。本項では $\theta$ 法の導出を示す。

まず、導出を簡略化するため、(3.2.2.2)式の全中性子束に関する中性子バランス式を(3.3.1.1)式で表す。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = R_g(\vec{r}, t) \quad (3.3.1.1)$$

ただし、(3.3.1.1)式中の関数 $R_g(r, t)$ は(3.3.1.2)式で表される。

$$\begin{aligned} R_g(\vec{r}, t) = & \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) - \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{\substack{g' \neq g \\ g' \rightarrow g}} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g, family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (3.3.1.2)$$

ここで、(3.3.1.1)式の左辺は時間微分項であり、計算機で直接取り扱うのは困難である。ゆえに $\theta$ 法では、時間を離散化し(3.3.1.1)式を(3.3.1.2)式に示すように近似的に取り扱う。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \phi_g(\vec{r}, t_n)}{\Delta t} \approx \theta R_g(\vec{r}, t_{n+1}) + (1 - \theta) R_g(\vec{r}, t_n) \quad (3.3.1.3)$$

ただし、(3.3.1.3)式中の $t_{n+1}, t_n$ はそれぞれ $n+1$ 番目、 $n$ 番目のタイムステップにおける時刻を示し、 $\Delta t$ はタイムステップ幅である。

$$\Delta t = t_{n+1} - t_n \quad (3.3.1.4)$$

(3.3.1.2)式を(3.3.1.3)式に代入すると、(3.3.1.5)式を得る。

$$\begin{aligned} & -\nabla \cdot D_g(\vec{r}, t_{n+1}) \nabla \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \left\{ \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{1}{\theta v_g \Delta t} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\ = & \sum_{\substack{g' \neq g \\ g' \rightarrow g}} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \\ & + \frac{\phi_g(\vec{r}, t_n)}{\theta v_g \Delta t} + \frac{1 - \theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) + \sum_{family} \chi_{d,g, family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) \end{aligned} \quad (3.3.1.5)$$

ただし(3.3.1.5)式の右辺には時刻 $t = t_{n+1}$ における遅発中性子先行核密度が含まれる。詳細は3.4節で述べるが、遅発中性子先行核密度の計算には(3.3.1.6)式が用いられる。

$$\begin{aligned}
C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) &= \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \\
&\quad + \xi_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1})
\end{aligned} \tag{3.3.1.6}$$

よって(3.3.1.6)式を(3.3.1.5)式に代入すると、(3.3.1.7)式を得る。

$$\begin{aligned}
& -\nabla \cdot D_g(\vec{r}, t_{n+1}) \nabla \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\
&= \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \gamma_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + S_g(\vec{r}, t_n)
\end{aligned} \tag{3.3.1.7}$$

ただし、(3.3.1.7)式中の各変数の意味は、(3.3.1.8)~(3.3.1.10)式に示す通りである。

$$\Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) = \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{1}{\theta v_g \Delta t} \tag{3.3.1.8}$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g}(1 - \beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \tag{3.3.1.9}$$

$$\begin{aligned}
S_g(\vec{r}, t_n) &= \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \right\} \\
&\quad + \frac{\phi_g(\vec{r}, t_n)}{\theta v_g \Delta t} + \frac{1 - \theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n)
\end{aligned} \tag{3.3.1.10}$$

ここで、(3.3.1.7)式に着目すると、(3.3.1.7)式は(2.4.2.23)式に示す固定源問題と同形であることが分かる。

$$\mathbf{A} \vec{\phi} = \mathbf{F} \vec{\phi} + \mathbf{S} \tag{再掲} (2.4.2.23)$$

ゆえに、時間に関する離散化を加えた動特性方程式を解くことは、タイムステップ毎に(3.3.1.7)式に示す固定源問題を解くことに帰着する。計算フローとしては、Fig. 3.3.1.1 に示す形となる。

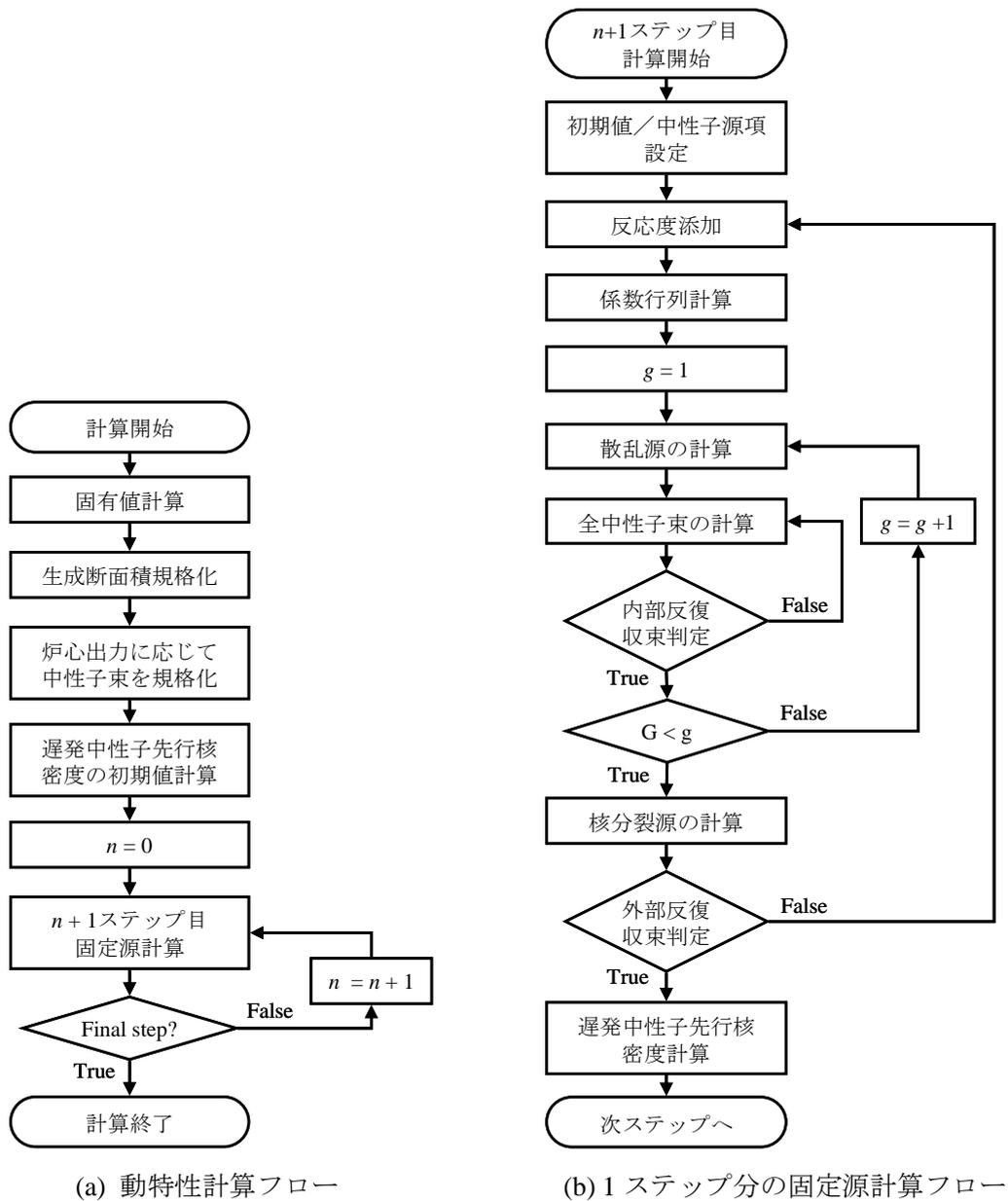


Fig. 3.3.1.1  $\theta$ 法を用いた動特性計算フロー

Fig. 3.3.1.1 (a) に示すように、臨界状態から開始する動特性計算の場合、まず固有値計算を実施し、得られた実効増倍率で(3.3.1.11)式に示すように生成断面積を割る。これにより、(3.3.1.12)式の固有値方程式は臨界状態となる。

$$\frac{1}{k_{eff}} \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r}) \rightarrow \nu \Sigma'_{f,g'}(\vec{r}) \tag{3.3.1.11}$$

$$\mathbf{A} \vec{\phi} = \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{F} \vec{\phi} \rightarrow \mathbf{A} \vec{\phi} = \mathbf{F}' \vec{\phi} \tag{3.3.1.12}$$

また、固有値計算では全中性子束の相対的な形状は得られるものの、その絶対値は決定できない。よって、(3.3.1.13)式を満たすように固有値計算で得られた全中性子束を規格化する。ただし、(3.3.1.13)式の  $P_0$  は初期の炉心出力である。

$$P_0 = \int_{core} \sum_{g'}^G \kappa \Sigma_{f,g'}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) dV \quad (P_0: \text{初期の炉心出力}) \tag{3.3.1.13}$$

(3.3.1.13)式を満たすように初期の全中性子束の大きさを規格化すれば、初期状態における全中性子束のレベルが決定できるため、定常状態における遅発中性子先行核密度のレベルも決定できる。詳細は3.4節で述べるが、遅発中性子先行核密度の初期値は(3.3.1.14)式より求める。

$$C_{family}(\vec{r},0) = \frac{\beta_{family}}{\lambda_{family}} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r},0) \phi_{g'}(\vec{r},0) \quad (3.3.1.14)$$

以上が動特性計算を開始する前の初期化処理である。動特性計算は以上の初期化が終了次第、各タイムステップにおいて固定源計算を行うことで実現できる。Fig. 3.3.1.1 (b) には1ステップ分の固定源計算フローを示す。

まず  $n+1$  ステップ目の固定源計算を開始する前に、全中性子束の初期値を設定する。通常、 $n+1$  ステップ目の固定源計算における全中性子束の初期値は、前ステップの全中性子束の値となる。同時に、核分裂源の初期値も全中性子束の初期値から計算しておく。

$$\phi_g^{n+1,*}(\vec{r}) = \phi_g^n(\vec{r}) \quad (\phi_g^{n+1,*}(\vec{r}) : n+1 \text{ ステップ目の全中性子束の初期値}) \quad (3.3.1.15)$$

また、(3.3.1.7)式中の中性子源項  $S_g$  は前の時間ステップの全中性子束及び遅発中性子先行核密度から計算できるため、(3.3.1.10)式を用いて計算する。以上が  $n+1$  ステップ目の固定源計算の初期化処理である。

次に、制御棒の移動や断面積の摂動等の反応度添加を行う。この処理により中性子の生成と消滅のバランスが崩れることとなり、全中性子束が時間変化する。燃料温度の上昇等に伴う核熱フィードバックもこの反応度添加に含まれる。

その後、拡散方程式を差分化した際の全中性子束の係数行列を計算し、 $n+1$  ステップ目の全中性子束を(3.3.1.7)式より反復計算で求める。なお、Fig. 3.3.1.1 (b)の計算フローではフィードバックを考慮して反応度添加及び係数行列の計算を外部反復の中に取り込んでいるが、フィードバックを考慮しない場合係数行列は反復計算中に変化しないため、反応度添加と係数行列の計算を外部反復の外に出すことができる。

最後に、全中性子束及び核分裂源が十分収束し終わったら、外部反復を抜け、 $n+1$  ステップ目の遅発中性子先行核密度を(3.3.1.6)式を用いて求める。以上の処理により、 $\theta$  法を用いた動特性計算を実施できる。

$\theta$  法の特徴としては、パラメータ  $\theta$  の与え方によって、 $\theta$  法は陽解法、完全陰解法、クランク・ニコルソン法と等価となる点である[2]。

- $\theta = 0$  : 陽解法
- $\theta = 0.5$  : クランク・ニコルソン法
- $\theta = 1$  : 完全陰解法

中でも  $\theta = 0.5$  のクランク・ニコルソン法の精度は陽解法・完全陰解法に比べて良いことが知られている。これは陽解法及び完全陰解法のタイムステップ幅に対する計算精度が1次精度であるのに対し、クランク・ニコルソン法では2次精度であるためである[2]。実際、一点炉動特性方程式の解析解を参照解とした際の陽解法、完全陰解法、クランク・ニコルソン法の計算精度を遅発臨界及び即発臨界の2つについて比較すると、Fig. 3.3.1.2 に示すようになる。

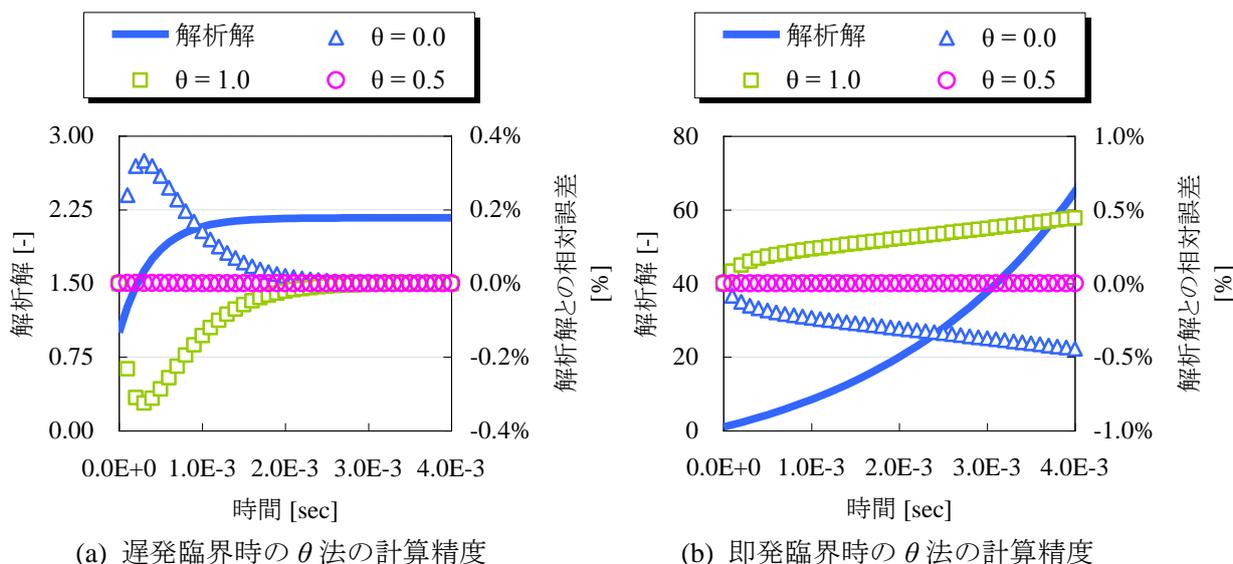


Fig. 3.3.1.2 遅発臨界及び即発臨界時の $\theta$ 法の計算精度

Fig. 3.3.1.2 に示すように、陽解法では上に凸の時間変化に対し過大評価、下に凸の時間変化に対し過小評価の傾向を示し、完全陰解法では上に凸の時間変化と下に凸の時間変化に対し過小評価、過大評価の傾向を示すが、クランク・ニコルソン法では、 $\theta = 0.5$  とすることにより、正負の誤差が打ち消し合い、参照解と極めて良く一致していることが確認できる。

ただし、クランク・ニコルソン法が任意の体系において万能であるわけではなく、ステップ状摂動のように強い反応度が瞬間的に投入される場合には、クランク・ニコルソン法の解が時間と共に振動する場合がある。ゆえに、実際の炉心計算では、精度は劣るものの安定な完全陰解法が用いられる場合もある。

### 3.3.2. 周波数変換法

周波数変換法は、全中性子束の時間微分項に対し直接差分近似を適用するのではなく、全中性子束の時間変化が指数関数状となると仮定して計算する手法である[3, 4]。全中性子束の時間変化の形状を指数関数で近似する理由としては、遅発中性子先行核 1 群の場合、一点炉動特性方程式の解析解が指数関数の重ねあわせにより(3.3.2.1)式のように記述できることに起因している。

$$n(t) = \frac{\rho}{\rho - \beta} \exp\left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} t\right) - \frac{\beta}{\rho - \beta} \exp\left(-\frac{\lambda\rho}{\rho - \beta} t\right) \quad (3.3.2.1)$$

以下に周波数変換法の基礎式を示す。

まず周波数変換法では、全中性子束を(3.3.2.2)式に示すように時間に弱く依存する項と時間に対し指数関数状に変化する項に分離する。これは、全中性子束の時間変化の様子が指数関数状であれば、タイムステップ幅を粗く取ったとしても計算精度の悪化を最小限に抑えることができるためである。

$$\phi_g(\vec{r}, t) = \varphi_g(\vec{r}, t) \exp\left\{\int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') t' \right\} \quad (3.3.2.2)$$

$\varphi_g(\vec{r}, t)$  : 時間に対し弱く依存する項

$\exp\left\{\int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\}$  : 時間に対し指数関数状に変化する項

$\omega_g(\vec{r}, t)$  : 周波数

ただし、(3.3.2.2)式中の周波数は(3.3.2.3)式で定義される。

$$\omega_g(\vec{r}, t) \equiv \frac{1}{\phi_g(\vec{r}, t)} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \ln\{\phi_g(\vec{r}, t)\} \quad (3.3.2.3)$$

ただし、(3.3.2.3)式を直接計算することは困難であるため、周波数は通常、(3.3.2.4)式に示すようにタイムステップ内で平均化したものが用いられる。

$$\omega_g(\vec{r}, t) \approx \overline{\omega_g(\vec{r})} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \omega_g(\vec{r}, t') dt' \quad (3.3.2.4)$$

この場合、(3.3.2.4)式を(3.3.2.3)式に代入すると、(3.3.2.5)式が得られる。

$$\begin{aligned} \overline{\omega_g(\vec{r})} &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \omega_g(\vec{r}, t') dt' = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\partial}{\partial t} \ln\{\phi_g(\vec{r}, t')\} dt' \\ &= \frac{1}{\Delta t} \left[ \ln\{\phi_g(\vec{r}, t')\} \right]_{t_n}^{t_{n+1}} = \frac{1}{\Delta t} \left[ \ln\{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1})\} - \ln\{\phi_g(\vec{r}, t_n)\} \right] \\ &= \frac{\ln\{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1})/\phi_g(\vec{r}, t_n)\}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.3.2.5)$$

次に、(3.3.2.2)~(3.3.2.5)式より、(3.3.2.2)式を(3.3.1.1)式の左辺に代入すると、微分積分学の基本定理より、(3.3.2.6)式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} &= \exp\left\{\int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\phi_g(\vec{r}, t)}{v_g} \frac{\partial \exp\left\{\int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\}}{\partial t} \\ &= \exp\left\{\int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\} \left( \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\phi_g(\vec{r}, t)}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') dt' \right) \\ &= \exp\left\{\int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\} \left( \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\omega_g(\vec{r}, t)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t) \right) \\ &= R_g(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (3.3.2.6)$$

(3.3.2.6)式を時間に対し弱く依存する項の時間微分項について解くと、(3.3.2.7)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[ R_g(\vec{r}, t) - \frac{\omega_g(\vec{r}, t)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t) \right] \exp\left\{\int_{t_n}^t \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\} \quad (3.3.2.7)$$

(3.3.2.7)式に $\theta$ 法を適用すると、(3.3.2.8)式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \phi_g(\vec{r}, t_n)}{\Delta t} &= \theta \left[ R_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \frac{\overline{\omega_g^{n+1}}(\vec{r})}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \right] \exp\left\{\int_{t_n}^{t_{n+1}} \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\} \\ &\quad + (1-\theta) \left[ R_g(\vec{r}, t_n) - \frac{\overline{\omega_g^n}(\vec{r})}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_n) \right] \exp\left\{\int_{t_n}^{t_n} \omega_g(\vec{r}, t') dt'\right\} \end{aligned} \quad (3.3.2.8)$$

ただし、(3.3.2.8)式中の周波数には  $n+1$  ステップ目と  $n$  ステップ目の周波数が含まれており、それぞれ別の周波数である。

$$\overline{\omega}_g^{n+1}(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \omega_g(\vec{r}, t') dt' \quad , \quad \overline{\omega}_g^n(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_g(\vec{r}, t') dt' \quad (3.3.2.9)$$

(3.3.2.8)式の両辺に  $\exp(\omega_g t_{n+1})$  を掛け、整理すると(3.3.2.10)式を得る。

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t} + \frac{\overline{\omega}_g^{n+1}(\vec{r})}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - R_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\ & = \left[ \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t} - \frac{1-\theta}{\theta} \frac{\overline{\omega}_g^n(\vec{r})}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1-\theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \right] \exp \left\{ \overline{\omega}_g^{n+1}(\vec{r}) \Delta t \right\} \end{aligned} \quad (3.3.2.10)$$

最後に、(3.3.1.2)式を(3.3.2.10)式に代入すると、(3.3.2.11)式を得る。なお、遅発中性子先行核密度については、(3.3.1.6)式を用いた。

$$\begin{aligned} & -\nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) + \Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\ & = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \gamma_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + S_g(\vec{r}, t_n) \end{aligned} \quad (3.3.2.11)$$

ただし、(3.3.2.11)式中の各変数の意味は(3.3.2.12)~(3.3.2.14)式に示す通りである。

$$\Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) = \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) + \frac{1}{\theta v_g \Delta t} + \frac{\overline{\omega}_g^{n+1}(\vec{r})}{v_g} \quad (3.3.2.12)$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g} (1 - \beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \quad (3.3.2.13)$$

$$\begin{aligned} S_g(\vec{r}, t_n) = & \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \right\} \\ & + \left[ \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t} - \frac{1-\theta}{\theta} \frac{\overline{\omega}_g^n(\vec{r})}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1-\theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \right] \exp \left\{ \overline{\omega}_g^{n+1}(\vec{r}) \Delta t \right\} \end{aligned} \quad (3.3.2.14)$$

(3.3.2.11)式に示すように、周波数変換法についても  $\theta$  法と同様、時間依存の拡散方程式は固定源問題の形に帰着することができる。また、(3.3.1.8)~(3.3.1.10)式と(3.3.2.12)~(3.3.2.14)式を比較すると周波数変換法では、周波数を 0 にした際に  $\theta$  法と等価になることが確認できる。

以上が周波数変換法の基礎式であるが、本項で述べた周波数変換法では、(3.3.2.2)式のように時間に弱く依存する関数を用いているのにも関わらず、最終的に得られた(3.3.2.11)式は全中性子束のバランス式となっている。これは全中性子束に関するバランス式を用いることで反復計算中常に全中性子束が得られるため、反復計算中に得られた全中性子束を用いて周波数を(3.3.2.5)式により求めることができるというメリットがあるためである。

$$\overline{\omega}_g^{n+1}(\vec{r}) = \frac{\ln \left\{ \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) / \phi_g(\vec{r}, t_n) \right\}}{\Delta t} \quad (\text{再掲}) \quad (3.3.2.5)$$

周波数の更新は主に固定源計算の外部反復中に行われるが、反復計算中に周波数を更新することで、(3.3.2.15)式に示す見かけ上の時間微分値を小さくすることができる。その結果、時間の差分

化誤差を低減し、計算精度の向上が見込まれる。

$$\frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \phi_g(\vec{r}, t_n) \exp\{\overline{\omega}_g^{n+1}(\vec{r}) \Delta t\}}{\Delta t} \quad (3.3.2.15)$$

また、全中性子束に関するバランス式を立てることで、従来から炉心計算の精度向上に大きく寄与している不連続因子を直接用いることができるメリットもある。

Fig. 3.3.2.1 に周波数変換法を用いた動特性計算のフローを示す。

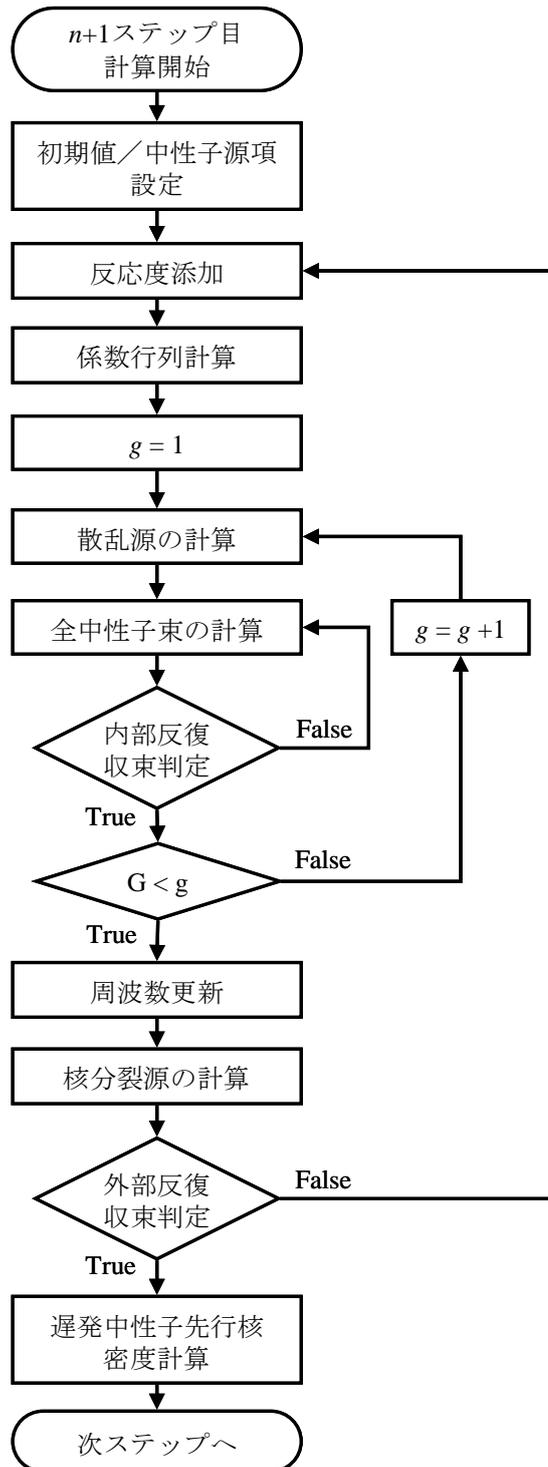


Fig. 3.3.2.1 周波数変換法を用いた動特性計算フロー

周波数変換法で用いる(3.3.2.12)式は $\theta$ 法で用いるバランス式と同形であるため、1ステップ分の動特性計算フローもほぼ $\theta$ 法となる。ただし、 $n+1$ ステップ目の固定源計算を開始する前に、全中性子束の初期値だけでなく、周波数の初期値も設定する必要がある。これは、全中性子束の初期値と同様、前ステップの周波数を初期値として用いれば良い。

$\theta$ 法との大きな違いは、外部反復中に周波数の更新処理が入る点である。(3.3.2.6)式を用いた周波数の更新は、Fig. 3.3.2.1に示すように外部反復中に行われる。

なお、Fig. 3.3.2.1はフィードバックを考慮した計算フローとなっているため反応度添加処理が外部反復の中に含まれているが、フィードバック効果を考慮しない場合は、反応度添加処理のみ外部反復の外側に出しても良い。ただし、(3.3.2.6)、(3.3.2.13)式からも分かるように周波数変換法では外部反復中に見かけ上の断面積が変化するため、周波数を更新した後は、係数行列を更新する必要がある。ゆえに(3.3.2.13)式のように定義する限り、フィードバック効果を含まない場合でも、係数行列の更新は外部反復中に必要となる。

以上のように、周波数変換法を用いた動特性計算は $\theta$ 法と大きな違いはなく実施可能であることが分かる。ただし、周波数変換法ではまず全中性子束の時間変化が指数関数の単項で近似できると陽に仮定しており、また、タイムステップ内の周波数の時間依存性を無視している。ゆえに、全中性子束の時間変化が指数関数の単項で近似できる場合についてはタイムステップ幅を粗く取ったとしても良好な計算精度を担保できるが、Fig. 3.3.1.2(a)に示す時間変化のように指数関数の単項では表すことができない時間変化に対しては、むしろ $\theta$ 法よりも計算精度が悪化する場合がある。実際の炉心での時間変化の例にあげると、即発臨界のように即発中性子のみが支配的な場合、周波数変換法に優位性が見られるが、即発跳躍のように全中性子束の時間依存性が即発中性子から遅発中性子に移行する場合は $\theta$ 法に比べ計算精度が悪化する。これは後者における全中性子束の時間変化が、即発中性子と遅発中性子それぞれの指数関数的変化の重ねあわせで表されるために、本来の指数関数の単項では近似しきれなくなるためである。

### 3.3.3. 改良準静近似法

改良準静近似法は、全中性子束を『時間に強く依存し、空間に依存しない関数』と『時間に弱く依存し、空間に強く依存する関数』に分離し、それぞれの関数を独立して計算する手法である[5, 6]。特に前者は振幅関数、後者は形状関数と呼ばれる。全中性子束は時間にも空間にも強く依存する関数であるため、全中性子束の時間依存性・空間依存性を正確に計算するためには、時間及び空間共に詳細な時間ステップ、詳細な空間メッシュが必要となる。しかし、改良準静近似法のように全中性子束を振幅関数と形状関数に分離した場合、時間依存性が強い振幅関数は詳細なタイムステップでの計算を粗い空間メッシュで実施し、空間依存性の強い形状関数は詳細な空間メッシュでの計算を粗いタイムステップで実施することが可能となる。これらの計算は詳細なタイムステップかつ詳細なメッシュ分割での全中性子束の計算よりも計算コストが低く、振幅関数から詳細な時間依存性を、形状関数から詳細な空間依存性を互いに補い合うことで、計算精度の悪化を抑えつつ高速な計算を実施できる。本項では、改良準静近似法の基礎理論について述べる。

本項の始めにも述べた通り、改良準静近似法では全中性子束を(3.3.3.1)式のように振幅関数と形状関数に分離する。

$$\phi_g(\vec{r}, t) \equiv P(t)\varphi_g(\vec{r}, t) \quad (3.3.3.1)$$

$P(t)$  : 振幅関数

$\varphi_g(\vec{r}, t)$  : 形状関数

(3.3.3.1)式を(3.3.1.1)式に代入すると、(3.3.3.2)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{\omega(t)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t) + \frac{P(t)}{v_g} \frac{\partial \varphi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = R_g(\vec{r}, t) \quad (3.3.3.2)$$

ここで、(3.3.3.2)式の  $\omega$  は動的周波数と呼ばれ、(3.3.3.3)式で定義される。

$$\omega(t) \equiv \frac{1}{P(t)} \frac{\partial P(t)}{\partial t} \quad (3.3.3.3)$$

(3.3.3.2)式より、(3.3.3.4)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \varphi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{1}{P(t)} \left\{ R_g(\vec{r}, t) - \frac{\omega(t)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t) \right\} \quad (3.3.3.4)$$

ここで(3.3.3.4)式に対し  $\theta$  法を適用すると、(3.3.3.5)式を得る。ただしこの時の差分近似は形状関数の時間微分項に対する差分近似であることを考えると、形状関数は時間に弱く依存する関数であるため、タイムステップ幅  $\Delta t$  は比較的粗いタイムステップで良い。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \frac{\varphi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \varphi_g(\vec{r}, t_n)}{\Delta t} &= \frac{\theta}{P(t_{n+1})} \left\{ R_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \frac{\omega(t_{n+1})}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \right\} \\ &\quad + \frac{1-\theta}{P(t_n)} \left\{ R_g(\vec{r}, t_n) - \frac{\omega(t_n)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_n) \right\} \end{aligned} \quad (3.3.3.5)$$

ここで(3.3.3.5)式の両辺に振幅関数  $P(t_{n+1})$  を掛けて両辺を整理すると、形状関数に関するバランス式であった(3.3.3.5)式は、全中性子束に関するバランス式として(3.3.3.6)式で記述できる。

$$\begin{aligned} &\frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1})}{\theta v_g \Delta t} - R_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{\omega(t_{n+1})}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\ &= \left[ \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t} - \frac{1-\theta}{\theta} \frac{\omega(t_n)}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1-\theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \right] \frac{P(t_{n+1})}{P(t_n)} \end{aligned} \quad (3.3.3.6)$$

次に、(3.3.1.2)式を(3.3.3.6)式の左辺に代入すると、(3.3.3.7)式を得る。

$$\begin{aligned}
& -\nabla \cdot D_g(\vec{r}, t_{n+1}) \nabla \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \left\{ \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{1}{\theta v_g \Delta t} + \frac{\omega(t_{n+1})}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\
& = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \\
& \quad + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) \\
& \quad + \left[ \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t} - \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{\omega(t_n)}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1 - \theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \right] \frac{P(t_{n+1})}{P(t_n)}
\end{aligned} \tag{3.3.3.7}$$

最後に、遅発中性子先行核密度には(3.3.1.6)式を用いると、最終的に(3.3.3.8)式を得る。

$$\begin{aligned}
& -\nabla \cdot D_g(\vec{r}, t_{n+1}) \nabla \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\
& = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \gamma_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + S_g(\vec{r}, t_n)
\end{aligned} \tag{3.3.3.8}$$

ただし、(3.3.3.8)式の各変数の意味は以下の通りである。

$$\Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) = \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{1}{\theta v_g \Delta t} + \frac{\omega(t_{n+1})}{v_g} \tag{3.3.3.9}$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g} (1 - \beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \tag{3.3.3.10}$$

$$\begin{aligned}
S_g(\vec{r}, t_n) = \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \right\} \\
+ \left[ \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t} - \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{\omega(t_n)}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1 - \theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \right] \frac{P(t_{n+1})}{P(t_n)}
\end{aligned} \tag{3.3.3.11}$$

(3.3.3.8)式に着目すると、(3.3.3.8)式は固定源問題と同形であるため、改良準静近似法を用いた動特性計算もタイムステップ毎に固定源問題を解くことに帰着する。(3.3.3.8)式では形状関数のみに対し差分近似を適用しているため、比較的粗いタイムステップ幅で計算しても計算精度に与える影響は大きくない。ゆえに、全中性子束の時間微分項を直接差分化するよりも全体の計算コストを抑えることができる。

ただし、(3.3.3.8)式を計算するためには、各時刻における動的周波数  $\omega(t_{n+1})$  及び振幅関数の比  $P(t_{n+1})/P(t_n)$  が必要である。改良準静近似法では、これらのパラメータの計算のために、3.2.3節で導出した一点炉動特性方程式を用いる。一点炉動特性方程式は(3.3.3.12)、(3.3.3.13)式で表されるが、(3.3.3.12)、(3.3.3.13)式は空間依存性を含んでいないため、非常に計算コストが低い。

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} P(t) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t) \tag{3.3.3.12}$$

$$\frac{dC_{family}(t)}{dt} = \frac{\beta_{family}(t)}{\Lambda(t)} P(t) - \lambda_{family} C_{family}(t) \tag{3.3.3.13}$$

ゆえに、(3.2.3.12)式中の振幅関数  $P(t)$  は形状関数よりも詳細なタイムステップで計算することができる。よって(3.2.3.12)式を用いて詳細なタイムステップで振幅関数を計算すれば、(3.3.3.8)式を計算する際に必要な振幅関数の比  $P(t_{n+1})/P(t_n)$  が得られる。また、動的周波数は(3.3.3.3)式で定義され

ることから、(3.3.3.14)式を用いて計算することができる。

$$\omega(t_n) = \frac{1}{P(t_n)} \left. \frac{\partial P(t')}{\partial t'} \right|_{t=t_n} = \frac{1}{P(t_n)} \left\{ \frac{\rho(t_n) - \beta(t_n)}{\Lambda(t_n)} P(t_n) + \sum_{family} \lambda_{family} C_{family}(t_n) \right\} \quad (3.3.3.14)$$

ただし(3.2.3.12)、(3.2.3.13)式を実際に計算するためには、振幅関数の詳細タイムステップの各時刻における反応度、遅発中性子割合、中性子世代時間が必要であり、これらのパラメータは各時刻における形状関数を用いて算出する必要がある。しかし、振幅関数と形状関数のタイムステップ幅が異なることから、形状関数の値は  $t = t_n$  及び  $t = t_{n+1}$  でしか得られていない。ゆえに、詳細タイムステップの各時刻における形状関数は、何らかの近似によって計算する必要がある。

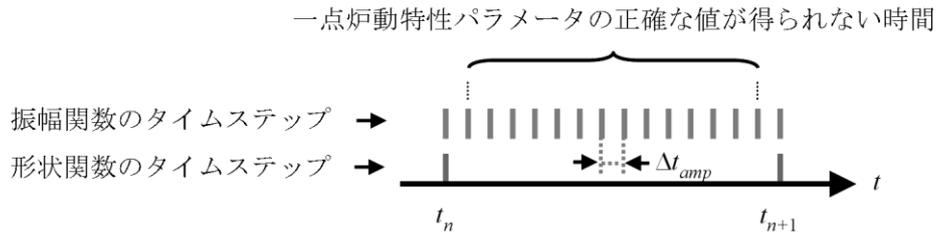
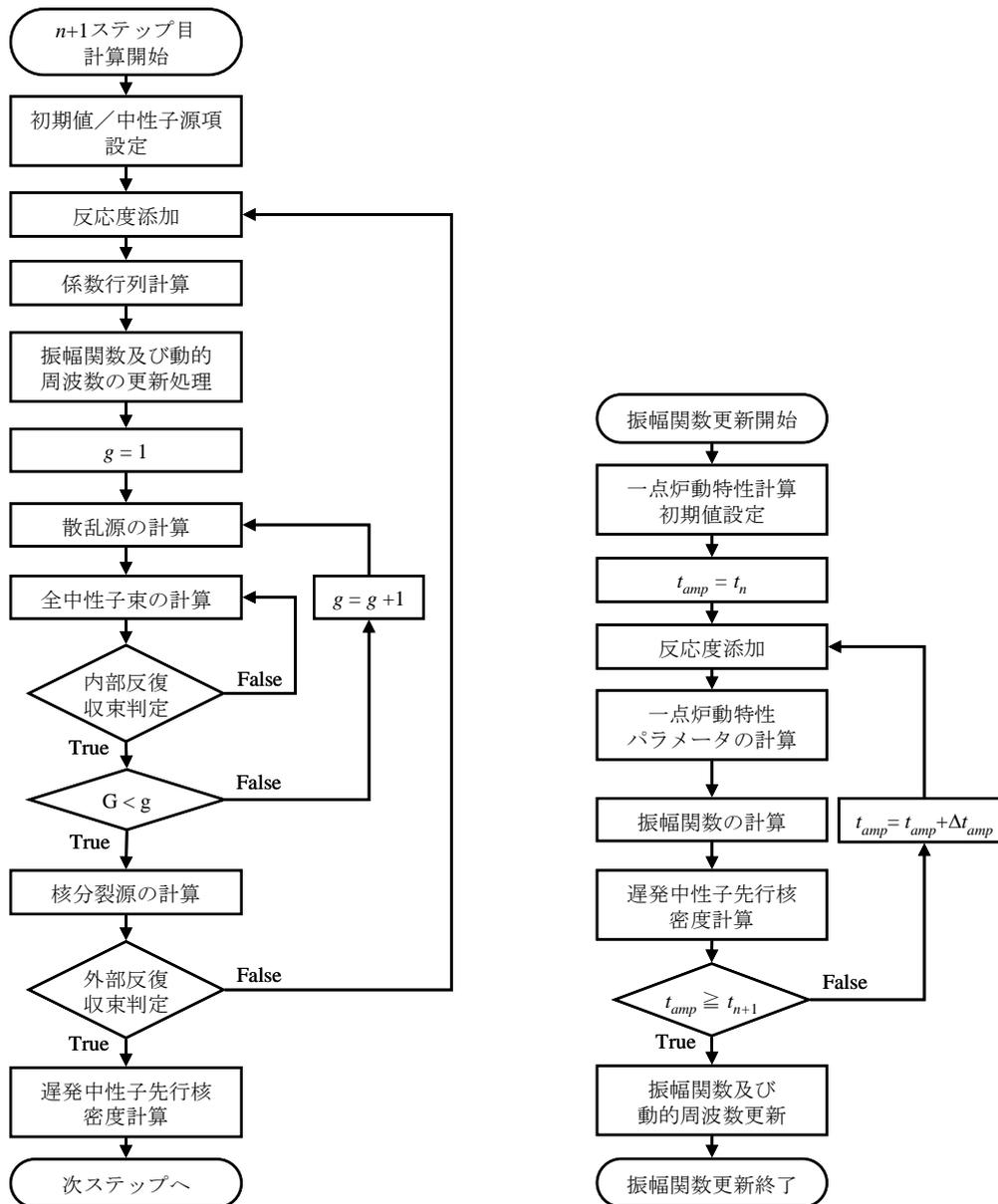


Fig. 3.3.3.1 振幅関数と形状関数のタイムステップの違い

方法としては、①振幅関数の詳細タイムステップの各時刻における形状関数の値を一定として取り扱う方法や、②振幅関数の詳細タイムステップの各時刻における形状関数を線形内挿で求める方法がある[6]。ただし前者は  $t = t_n \sim t_{n+1}$  の間で体系内の全中性子束分布の相対的な形状が変化していないと仮定しているため、形状関数のタイムステップ幅が大きくなるにつれて計算精度が悪化する。

以上が改良準静近似法の基礎理論となる。改良準静近似法では、上述の(3.3.3.8)式、(3.2.3.12)式を用いて、形状関数と振幅関数の計算を交互に行いながら、最終的に詳細タイムステップ・詳細メッシュでの中性子束を求める。計算フローは Fig. 3.3.3.2 に示す通りである。



(a) 改良準静近似法のフロー (b) 振幅関数／動的周波数の更新フロー

Fig. 3.3.3.2 改良準静近似法の計算フロー

Fig. 3.3.3.2 に示すように、改良準静近似法では、まず  $t = t_n$  の時刻から計算を開始し、振幅関数の計算に用いる一点炉動特性パラメータの算出を行いながら、各詳細タイムステップの振幅関数を求める。そして、詳細タイムステップで刻んだ時刻が  $t = t_{n+1}$  になった時点で、振幅関数及び動的周波数を更新し、(3.3.3.8)式を用いて形状関数のタイムステップで全中性子束の計算を行う。その後、全中性子束の収束判定を行い、全中性子束が十分収束していれば次のステップへ移行し、全中性子束が収束していなければ再度振幅関数の計算に戻る。以上のように、改良準静近似法では全中性子束を収束させるためのループと振幅関数を求めるためのループの 2 つが噛み合った形となるため、 $\theta$  法や周波数変換法よりもコーディングは複雑となる。また体系全体に一意的な振幅関数を用いているため、局所的に大きな反応度が投入されるような場合は計算精度が悪化する可能性がある。

### 3.3.4. Multigrid Amplitude Function 法

3.3.1~3.3.3 項で示したように時間依存の拡散方程式には数多くの解法が提案されているが、それぞれの手法は互いに独立しており、理論的に統一された数学構造を持っていなかった。ゆえに、現行の動特性計算コードは、コード内に実装する動特性計算手法専用に特化した形で実装されている。しかし近年、Multigrid Amplitude Function (MAF)法と呼ばれる  $\theta$  法、周波数変換法、改良準静近似法を理論的に統一した動特性計算手法が提案されている[7-9]。本項では、MAF 法の基礎理論について述べる。

まず MAF 法では、全中性子束を(3.3.4.1)式のように振幅関数と形状関数に分離する。このアプローチは改良準静近似法と同様であるが、改良準静近似法では振幅関数のエネルギー依存性・空間依存性が無視されているのに対し、MAF 法では振幅関数のエネルギー依存性・空間依存性を考慮している。ただし、振幅関数は空間に弱く依存する関数であるため、通常、形状関数を計算する詳細メッシュ体系よりも粗い粗メッシュ毎に定義した振幅関数が用いられる。

$$\phi_g(\vec{r}, t) \equiv P_{g,i}(t) \varphi_g(\vec{r}, t) \quad (3.3.4.1)$$

$P_{g,i}(t)$  : エネルギー  $g$  群、粗メッシュ  $i$  の振幅関数

$\varphi_g(\vec{r}, t)$  : 形状関数

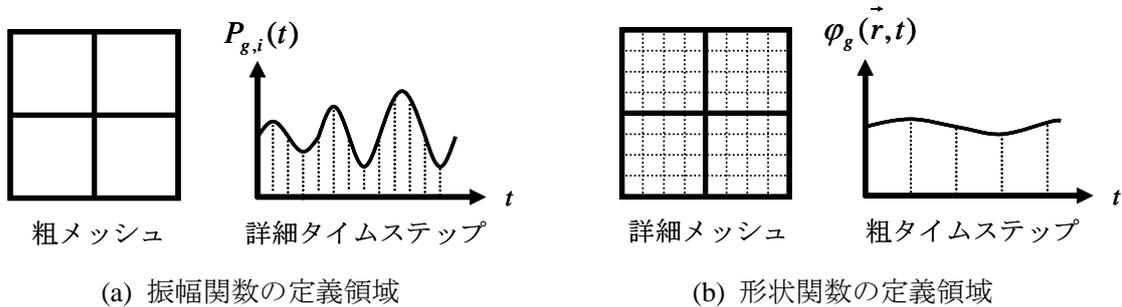


Fig. 3.3.4.1 MAF 法における振幅関数と形状関数

(3.3.4.1)式を(3.3.1.1)式に代入すると、(3.3.4.2)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{\omega_{g,i}(t)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t) + \frac{P_{g,i}(t)}{v_g} \frac{\partial \varphi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = R_g(\vec{r}, t) \quad (3.3.4.2)$$

ここで、(3.3.4.2)式の  $\omega_{g,i}$  は MAF 法における動的周波数であり、振幅関数と同様、エネルギー及び空間に依存する形で定義される。

$$\omega_{g,i}(t) \equiv \frac{1}{P_{g,i}(t)} \frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} \quad (3.3.4.3)$$

(3.3.4.2)式より、(3.3.4.4)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{1}{P_{g,i}(t)} \left\{ R_g(\vec{r}, t) - \frac{\omega_{g,i}(t)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t) \right\} \quad (3.3.4.4)$$

ここで(3.3.4.4)式に対し $\theta$ 法を適用すると、(3.3.4.5)式を得る。ただし、 $\Delta t_{shape}$ は形状関数に対するタイムステップ幅を示す。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \phi_g(\vec{r}, t_n)}{\Delta t_{shape}} &= \frac{\theta}{P_{g,i}(t_{n+1})} \left\{ R_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \frac{\omega_{g,i}(t_{n+1})}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \right\} \\ &+ \frac{1-\theta}{P_{g,i}(t_n)} \left\{ R_g(\vec{r}, t_n) - \frac{\omega_{g,i}(t_n)}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_n) \right\} \end{aligned} \quad (3.3.4.5)$$

ここで(3.3.4.5)式の両辺に振幅関数 $P_{g,i}(t_{n+1})$ を掛けて両辺を整理すると、全中性子束に関するバランス式を(3.3.4.6)式で記述できる。

$$\begin{aligned} &\frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1})}{\theta v_g \Delta t_{shape}} - R_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{\omega_{g,i}(t_{n+1})}{v_g} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\ &= \left[ \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t_{shape}} - \frac{1-\theta}{\theta} \frac{\omega_{g,i}(t_n)}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1-\theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \right] \frac{P_{g,i}(t_{n+1})}{P_{g,i}(t_n)} \end{aligned} \quad (3.3.4.6)$$

次に、(3.3.1.2)式を(3.3.4.6)式の左辺に代入すると、(3.3.4.7)式を得る。

$$\begin{aligned} &-\nabla \cdot D_g(\vec{r}, t_{n+1}) \nabla \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \left\{ \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{1}{\theta v_g \Delta t_{shape}} + \frac{\omega_{g,i}(t_{n+1})}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\ &= \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \chi_{p,g} (1-\beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \\ &+ \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) \\ &+ \left[ \left\{ \frac{1}{\theta v_g \Delta t_{shape}} - \frac{1-\theta}{\theta} \frac{\omega_{g,i}(t_n)}{v_g} \right\} \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1-\theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \right] \frac{P_{g,i}(t_{n+1})}{P_{g,i}(t_n)} \end{aligned} \quad (3.3.4.7)$$

最後に、遅発中性子先行核密度には(3.3.1.6)式を用いると、最終的に(3.3.4.8)式が得られる。

$$\begin{aligned} &-\nabla \cdot D_g(\vec{r}, t_{n+1}) \nabla \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \\ &= \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \gamma_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + S_g(\vec{r}, t_n) \end{aligned} \quad (3.3.4.8)$$

ただし、(3.3.4.8)式の各変数の意味は以下の通りである。

$$\Sigma'_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) = \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{1}{\theta v_g \Delta t_{shape}} + \frac{\omega_{g,i}(t_{n+1})}{v_g} \quad (3.3.4.9)$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g} (1-\beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \quad (3.3.4.10)$$

$$S_g(\vec{r}, t_n) = \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \right\} \\ + \left[ \frac{1}{\theta v_g \Delta t_{shape}} - \frac{1-\theta}{\theta} \frac{\omega_{g,i}(t_n)}{v_g} \right] \phi_g(\vec{r}, t_n) + \frac{1-\theta}{\theta} R_g(\vec{r}, t_n) \left[ \frac{P_{g,i}(t_{n+1})}{P_{g,i}(t_n)} \right] \quad (3.3.4.11)$$

ただし、(3.3.4.8)~(3.3.4.11)式を用いて動特性計算を行うためには、エネルギー群及び粗メッシュ毎の振幅関数及び動的周波数が必要となる。改良準静近似法では、振幅関数及び動的周波数のエネルギー依存性・空間依存性を無視しているために振幅関数の計算に一点炉動特性方程式を用いることができたが、MAF法ではエネルギー及び空間依存の振幅関数及び動的周波数を定義しているために、別の方法で求める必要がある。以下では、MAF法における振幅関数の計算方法について示す。

まず(3.3.1.1)式を(3.3.4.12)式のように粗メッシュ単位で積分する。ただし、(3.3.4.12)式中の $V_i$ は粗メッシュの体積を示す。

$$\int_{V_i} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} dV = \int_{V_i} R_g(\vec{r}, t) dV \quad (3.3.4.12)$$

ここで(3.3.4.13)式で振幅関数を定義すると、(3.3.4.12)は(3.3.4.14)式で表される。

$$P_{g,i}(t) \equiv \int_{V_i} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} dV \quad (3.3.4.13)$$

$$\frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} = F_{g,i}(t) P_{g,i}(t) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} c_{family,i}(t) \quad (3.3.4.14)$$

ただし、(3.3.4.14)式中の各変数は以下の通りである。

$$F_{g,i}(t) \equiv \frac{\left\{ \int_{V_i} \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) dV - \int_{V_i} \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) dV \right. \\ \left. + \int_{V_i} \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) dV + \int_{V_i} \chi_{p,g} (1-\beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) dV \right\}}{P_{g,i}(t)} \quad (3.3.4.15)$$

$$c_{family,i}(t) \equiv \int_{V_i} C_{family}(\vec{r}, t) dV \quad (3.3.4.16)$$

遅発中性子先行核密度のバランス式である(3.2.1.5)式についても同様に粗メッシュ毎に積分すると、(3.3.4.17)式を得る。

$$\frac{\partial c_{family,i}(t)}{\partial t} = \alpha_{family,i} P_i(t) - \lambda_{family} c_{family,i}(t) \quad (3.3.4.17)$$

ただし、(3.3.4.17)式中の各変数は以下の通りである。

$$\alpha_{family,i}(t) \equiv \frac{\beta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t)}{P_i(t)}, \quad P_i(t) \equiv \sum_{g'}^G P_{g',i}(t) \quad (3.3.4.18)$$

(3.3.4.14)、(3.3.4.17)式は一点炉動特性方程式と同形である。つまり、振幅関数を(3.3.4.13)式で定義することで、粗メッシュにおける中性子バランス式を、粗メッシュ毎の一点炉動特性方程式の形

に変形することができる。ゆえに MAF 法はその開発当初、粗メッシュ毎に(3.3.4.14)、(3.3.4.17)式で示される一点炉動特性方程式を独立して解く方向で開発が進められてきた。すなわち、(3.3.4.14)式が着目する粗メッシュ  $i$  の振幅関数に関するバランス式になっていることから、(3.3.4.14)式中の関数  $F_{g,i}(t)$  内の漏洩項をバックリングで評価し、粗メッシュ  $i$  での物理量のみを用いて計算できる形で計算が行われていた。しかしこの方法では、隣接粗メッシュとの間での中性子漏洩を近似的にしか考慮できず、粗メッシュ内の中性子バランスが崩れてしまうため、振幅関数が収束せず発散することが多々あることが確認されており、現在提案されている MAF 法では Time-dependent Coarse Mesh Finite Difference (TCMFD)法と呼ばれる手法によって振幅関数を計算している[8]。具体的には、まず(3.3.4.12)式の両辺を粗メッシュの体積  $V_i$  で割り平均化する。

$$\frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} dV = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} R_g(\vec{r}, t) dV \quad (3.3.4.19)$$

ここで、粗メッシュ平均の全中性子束を(3.3.4.20)式で定義すると、振幅関数及び動的周波数は粗メッシュ平均全中性子束及びその時間微分項の値から求めることができることが分かる。

$$\phi_{g,i}^{CM}(t) \equiv \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \phi_g(\vec{r}, t) dV \quad (3.3.4.20)$$

$$P_{g,i}(t) \equiv \int_{V_i} \frac{\phi_g(\vec{r}, t)}{v_g} dV = \frac{1}{v_g} \int_{V_i} \phi_g(\vec{r}, t) dV = \frac{V_i}{v_g} \phi_{g,i}^{CM}(t) \quad (3.3.4.21)$$

$$\omega_{g,i}(t) \equiv \frac{1}{P_{g,i}(t)} \frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} = \frac{1}{\phi_{g,i}^{CM}(t)} \frac{\partial \phi_{g,i}^{CM}(t)}{\partial t} \quad (3.3.4.22)$$

ゆえに、振幅関数及び動的周波数を計算するためには、詳細タイムステップでの粗メッシュ平均全中性子束及びその時間微分項が得られれば良い。以下では TCMFD 法を用いて粗メッシュ平均全中性子束及びその時間微分項を求める方法を示す。

まず、(3.3.4.20)式より、(3.3.4.19)式は(3.3.4.23)式で表される。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,i}^{CM}(t)}{\partial t} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} R_g(\vec{r}, t) dV \quad (3.3.4.23)$$

さらに、2.5.1 節で述べた CMFD 法と同様に、詳細メッシュにおける反応率を保存する粗メッシュ平均の巨視的断面積を(3.3.4.24)式で定義する。同様に、遅発中性子先行核密度についても粗メッシュ平均の遅発中性子先行核密度を(3.3.4.25)式で表す。

$$\Sigma_{x,g,i}^{CM}(t) = \frac{\int_{V_i} \Sigma_{x,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) dV}{\int_{V_i} \phi_g(\vec{r}, t) dV} \quad (x: \text{反応}) \quad (3.3.4.24)$$

$$C_{family,i}^{CM}(t) = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} C_{family}(\vec{r}, t) dV \quad (3.3.4.25)$$

(3.3.1.2)式を(3.3.4.23)式に代入すると、(3.3.4.24)、(3.3.4.25)式より、(3.3.4.26)式を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,i}^{CM}(t)}{\partial t} &= \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) dV - \Sigma_{r,g,i}^{CM}(t) \phi_{g,i}^{CM}(t) \\
&+ \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i}^{CM}(t) \phi_{g',i}^{CM}(t) + \chi_{p,g}^{CM} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',i}^{CM}(t) \phi_{g',i}^{CM}(t) \\
&+ \sum_{family} \chi_{d,g,family}^{CM} \lambda_{family} C_{family,i}^{CM}(t)
\end{aligned} \tag{3.3.4.26}$$

ここで(3.3.4.26)式中の中性子漏洩項について考えると、漏洩項は詳細メッシュでの中性子流  $J_g$  を用いて(3.3.4.27)で表すことができる。ただし  $\vec{n}$  は粗メッシュ表面での単位法線ベクトルである。

$$-\frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) dV = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \cdot J_g(\vec{r}, t) dV = \frac{1}{V_i} \int_{S_i} J_g(\vec{r}, t) \cdot \vec{n} dS \tag{3.3.4.27}$$

簡略化のため一次元体系を考えると、(3.3.4.27)式は粗メッシュ境界面における詳細メッシュでの中性子流を用いて(3.3.4.28)式で表される。

$$\frac{1}{V_i} \int_{S_i} J_g(\vec{r}, t) \cdot \vec{n} dS = \frac{J_{g,i+1/2}^{CM}(t) - J_{g,i-1/2}^{CM}(t)}{\Delta x_i^{CM}} \tag{3.3.4.28}$$

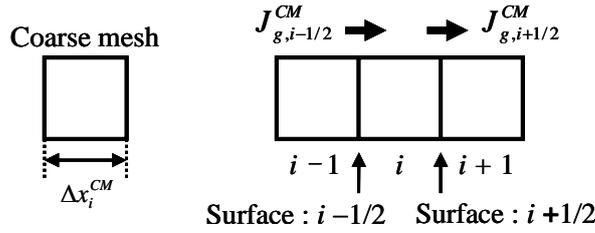


Fig. 3.3.4.2 一次元体系における粗メッシュ境界における中性子流

よって、(3.3.4.28)式を(3.3.4.26)式に代入すると、(3.3.4.29)式を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,i}^{CM}(t)}{\partial t} &= -\frac{J_{g,i+1/2}^{CM}(t) - J_{g,i-1/2}^{CM}(t)}{\Delta x_i^{CM}} - \Sigma_{r,g,i}^{CM}(t) \phi_{g,i}^{CM}(t) \\
&+ \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i}^{CM}(t) \phi_{g',i}^{CM}(t) + \chi_{p,g}^{CM} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',i}^{CM}(t) \phi_{g',i}^{CM}(t) \\
&+ \sum_{family} \chi_{d,g,family}^{CM} \lambda_{family} C_{family,i}^{CM}(t)
\end{aligned} \tag{3.3.4.29}$$

さらに(3.3.4.29)式に対し  $\theta$  法を適用すると、(3.3.4.30)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\phi_{g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) - \phi_{g,i}^{CM}(t_n^{amp})}{\Delta t_{amp}} = \theta R_{g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) - (1 - \theta) R_{g,i}^{CM}(t_n^{amp}) \tag{3.3.4.30}$$

ただし、(3.3.4.30)式中の関数  $R^{CM}(t)$  は(3.3.4.31)式で表される。

$$\begin{aligned}
R_{g,i}^{CM}(t) = & -\frac{J_{g,i+1/2}^{CM}(t) - J_{g,i-1/2}^{CM}(t)}{\Delta x_i^{CM}} - \Sigma_{r,g,i}^{CM}(t)\phi_{g,i}^{CM}(t) \\
& + \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i}^{CM}(t)\phi_{g',i}^{CM}(t) + \chi_{p,g}^{CM}(1-\beta) \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i}^{CM}(t)\phi_{g',i}^{CM}(t) \\
& + \sum_{family} \chi_{d,g,family}^{CM} \lambda_{family} C_{family,i}^{CM}(t)
\end{aligned} \tag{3.3.4.31}$$

(3.3.4.30)式に(3.3.4.31)式を代入し整理すると、(3.3.4.32)式を得る。

$$\begin{aligned}
& \frac{J_{g,i+1/2}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) - J_{g,i-1/2}^{CM}(t_{n+1}^{amp})}{\Delta x_i^{CM}} + \left\{ \Sigma_{r,g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + \frac{1}{\theta \nu_g \Delta t_{amp}} \right\} \phi_{g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \\
= & \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \phi_{g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + \chi_{p,g}^{CM}(1-\beta) \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \phi_{g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \\
& + \sum_{family} \chi_{d,g,family}^{CM} \lambda_{family} C_{family,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + \frac{1-\theta}{\theta} R_{g,i}^{CM}(t_n^{amp}) + \frac{\phi_{g,i}^{CM}(t_n^{amp})}{\theta \nu_g \Delta t_{amp}}
\end{aligned} \tag{3.3.4.32}$$

また、遅発中性子先行核密度には(3.3.1.6)式を用いると、(3.3.4.32)式は(3.3.4.33)式で表される。

$$\begin{aligned}
& \frac{J_{g,i+1/2}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) - J_{g,i-1/2}^{CM}(t_{n+1}^{amp})}{\Delta x_i^{CM}} + \Sigma'_{r,g,i}(t_{n+1}^{amp}) \phi_{g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \\
= & \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \phi_{g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + \gamma_{p,g}^{CM} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \phi_{g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + S_{g,i}^{CM}(t_n^{amp})
\end{aligned} \tag{3.3.4.33}$$

ただし、(3.3.4.33)式中の各変数の意味は(3.3.4.34)~(3.3.4.36)式に示す通りである。

$$\Sigma'_{r,g,i}(t_{n+1}^{amp}) = \Sigma_{r,g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + \frac{1}{\theta \nu_g \Delta t} \tag{3.3.4.34}$$

$$\gamma_{p,g}^{CM} = \chi_{p,g}^{CM}(1-\beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family}^{CM} \lambda_{family} \xi_{family} \tag{3.3.4.35}$$

$$\begin{aligned}
S_{g,i}^{CM}(t_n^{amp}) = & \sum_{family} \chi_{d,g,family}^{CM} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family,i}^{CM}(t_n^{amp}) + \eta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',i}^{CM}(t_n^{amp}) \phi_{g',i}^{CM}(t_n^{amp}) \right\} \\
& + \frac{1-\theta}{\theta} R_{g,i}^{CM}(t_n^{amp}) + \frac{\phi_{g,i}^{CM}(t_n^{amp})}{\theta \nu_g \Delta t_{amp}}
\end{aligned} \tag{3.3.4.36}$$

ただし、(3.3.4.33)式に含まれる中性子流は、粗メッシュ境界面での詳細メッシュでの中性子流であるため、粗メッシュでの物理量のみを用いた単純な有限差分で表すことはできない。ゆえに、CMFD法と同様に、粗メッシュでの中性子流が詳細メッシュでの中性子流を再現するよう、粗メッシュでの中性子流の計算式に対し補正を加える。具体的には、粗メッシュでの中性子流を(3.3.4.37)式で表し、(3.3.4.37)式が詳細メッシュでの中性子流と等しくなるように中性子流の補正係数 $D^{cor}$ を決定する。

$$\begin{aligned}
J_{g,i+1/2}^{CM}(t) = & -\frac{2D_{g,i}^{CM}(t)D_{g,i+1}^{CM}(t)}{D_{g,i}^{CM}(t)\Delta x_{i+1}^{CM} + D_{g,i+1}^{CM}(t)\Delta x_i^{CM}} \left\{ \phi_{g,i+1}^{CM}(t) - \phi_{g,i}^{CM}(t) \right\} \\
& + D_{g,i+1/2}^{cor}(t) \left\{ \phi_{g,i+1}^{CM}(t) + \phi_{g,i}^{CM}(t) \right\}
\end{aligned} \tag{3.3.4.37}$$

よって、(3.3.4.37)式を(3.3.4.33)式に代入すると、粗メッシュ・詳細タイムステップの動特性計算

に用いる(3.3.4.38)式が得られる。

$$\begin{aligned}
& A_{g,i}^{CM,x-}(t_{n+1}^{amp})\phi_{g,i-1}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + A_{g,i}^{CM,0}(t_{n+1}^{amp})\phi_{g,i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + A_{g,i}^{CM,x+}(t_{n+1}^{amp})\phi_{g,i+1}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) \\
&= \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s,g' \rightarrow g,i}^{CM} \phi_{g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + \gamma_{p,g}^{CM} \sum_{g'}^G \nu \sum_{f,g',i}^{CM} \phi_{g',i}^{CM}(t_{n+1}^{amp}) + S_{g,i}^{CM}(t_n^{amp})
\end{aligned} \quad (3.3.4.38)$$

ただし、(3.3.4.38)式中の各変数の意味は以下の通りである。

$$A_{g,i}^{CM,x-}(t) = -\frac{2D_{g,i}^{CM}(t)D_{g,i-1}^{CM}(t)}{\{D_{g,i}^{CM}(t)\Delta x_{i-1}^{CM} + D_{g,i-1}^{CM}(t)\Delta x_i^{CM}\}\Delta x_i^{CM}} - \frac{D_{g,i-1/2}^{cor}(t)}{\Delta x_i^{CM}} \quad (3.3.4.39)$$

$$A_{g,i}^{CM,x+}(t) = -\frac{2D_{g,i+1}^{CM}(t)D_{g,i}^{CM}(t)}{\{D_{g,i}^{CM}(t)\Delta x_{i+1}^{CM} + D_{g,i+1}^{CM}(t)\Delta x_i^{CM}\}\Delta x_i^{CM}} + \frac{D_{g,i+1/2}^{cor}(t)}{\Delta x_i^{CM}} \quad (3.3.4.40)$$

$$A_{g,i}^{CM,0}(t) = \Sigma'_{r,g,i}^{CM}(t) - \{A_{g,i}^{CM,x-}(t) + A_{g,i}^{CM,x+}(t)\} + \frac{2D_{g,i+1/2}^{cor}(t) - 2D_{g,i-1/2}^{cor}(t)}{\Delta x_i^{CM}} \quad (3.3.4.41)$$

よって、振幅関数を求めるには、(3.3.4.38)式を用いて粗メッシュ・詳細タイムステップの動特性計算を実施して詳細タイムステップにおける粗メッシュ平均全中性子束を求めた後、(3.3.4.21)式を用いて計算すれば良い。また、動的周波数を計算する際には粗メッシュ平均全中性子束の時間微分項が必要となるが、これは(3.3.4.29)式から直接計算することができる。

以上の導出の過程では、改良準静近似法と同様、近似は導入されていない。しかし、Fig. 3.3.4.3に示すように、形状関数の計算に用いるタイムステップ幅と振幅関数の計算に用いるタイムステップ幅が異なるため、振幅関数の計算における任意の時刻における中性子流の補正係数を得ることはできない。また、(3.3.4.38)式を計算するために必要な粗メッシュ平均の各種反応断面積は、詳細メッシュでの全中性子束を用いた均質化によって求める必要があるが、振幅関数の計算における任意の時刻における詳細メッシュ体系での全中性子束は得られていない。

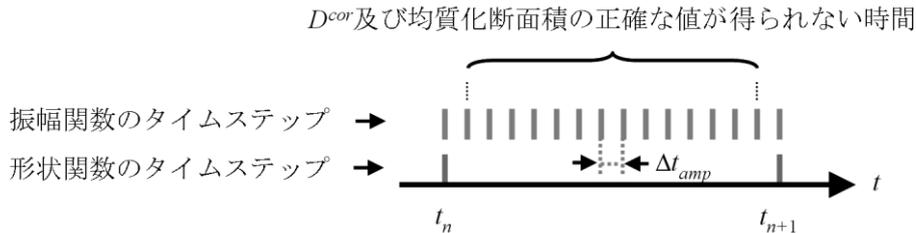


Fig. 3.3.4.3 形状関数と振幅関数のタイムステップの違い

ゆえに、MAF法の実装では改良準静近似法と同様、形状関数及び中性子流の補正係数  $D^{cor}$  に対し近似を導入する。具体的には、形状関数のタイムステップと振幅関数のタイムステップが完全に一致する  $t = t_n$  及び  $t = t_{n+1}$  においては中性子流の補正係数の正確な値が得られていることから、(3.3.4.42)式に示すように  $t = t_n \sim t_{n+1}$  の間で中性子流の補正係数を線形に内挿する。

$$D_{g,i}^{cor}(t_{amp}) = \frac{D_{g,i}^{cor}(t_{n+1}) - D_{g,i}^{cor}(t_n)}{\Delta t_{shape}}(t_{amp} - t_n) + D_{g,i}^{cor}(t_n) \quad (3.3.4.42)$$

この近似は中性子流の補正係数が時間に対し強く依存する場合、計算結果に影響を与えることとなる。しかし、参考文献[6]によればノード法の非線形反復に用いる結合係数が時間に対し大きく依存しないことから、CMFD法に用いる中性子流の補正係数も同様に時間に対し大きく依存しないことが期待できる。

これに対し任意の時刻の均質化断面積を求めるには、まず形状関数を  $t = t_n \sim t_{n+1}$  の間で内挿する。

$$\phi_g^{inter}(\vec{r}, t_{amp}) = \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \phi_g(\vec{r}, t_n)}{\Delta t_{shape}} (t_{amp} - t_n) + \phi_g(\vec{r}, t_n) \quad (3.3.4.43)$$

次に、内挿して求めた形状関数に対し振幅関数を掛け、全中性子束を再構成する。

$$\phi_g^{reconst}(\vec{r}, t_{amp}) = P_{g,i}(t_{amp}) \phi_g^{inter}(\vec{r}, t_{amp}) \quad (3.3.4.44)$$

(3.3.4.44)式で再構成された全中性子束は、振幅関数の詳細な時間依存性と、形状関数の詳細な空間依存性の両方を考慮している。よって、(3.3.4.44)式で再構成した全中性子束を用いて、詳細タイムステップにおける均質化断面積を計算する。

以上で振幅関数及び形状関数の計算が可能となる。計算フローは Fig. 3.3.4.4 に示す通りである [7, 8]。

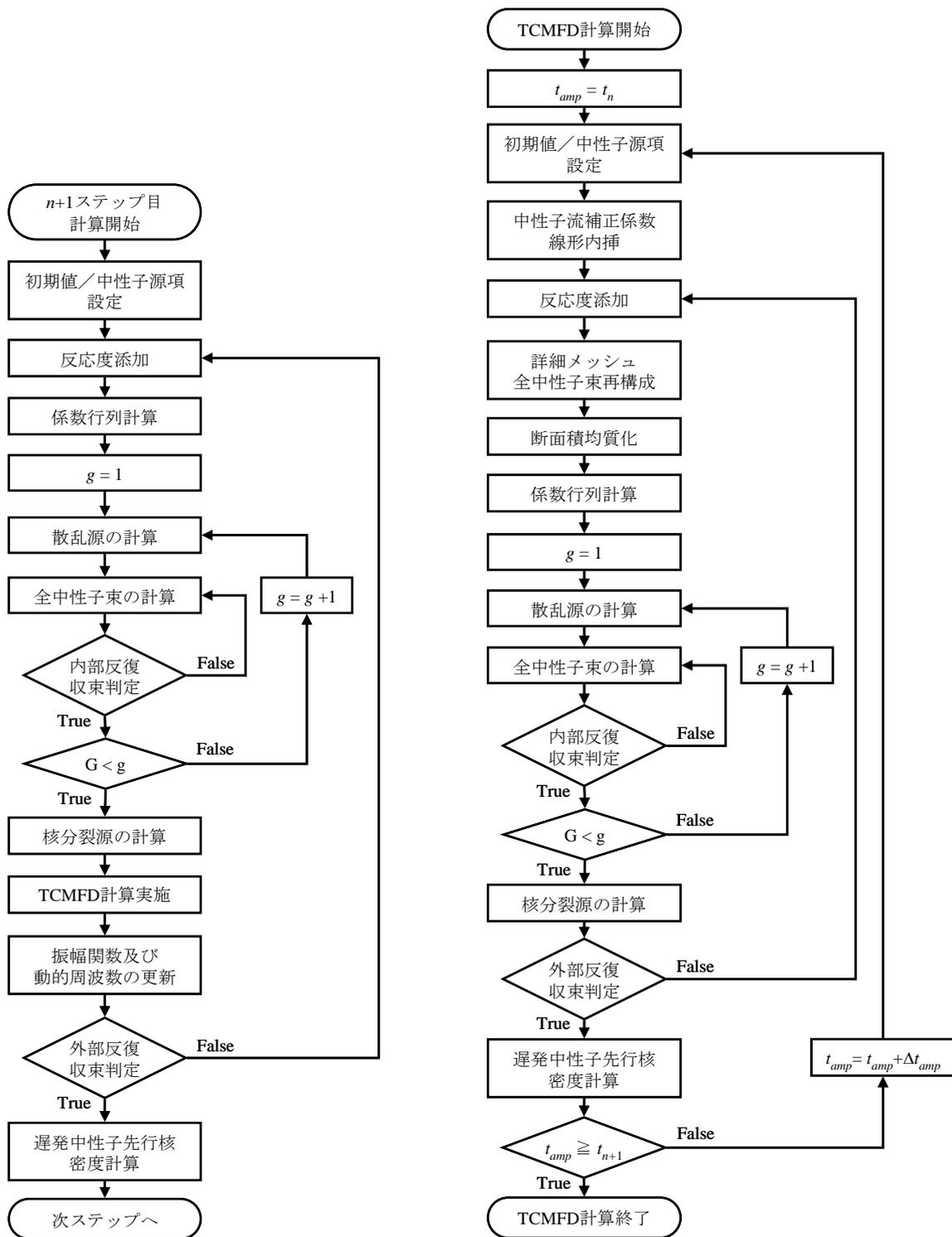


Fig. 3.3.4.4 MAF法の計算フロー(Original)

MAF法では(3.3.4.8)式に示す詳細メッシュの中性子バランス式を用いて、詳細メッシュ・粗タイムステップでの動特性計算を実施する。よって、Fig. 3.3.4.4 (a)に示すように、まず反復計算前に全中性子束/核分裂源の初期値と(3.3.4.11)式の中性子源項を計算する。その後反復計算に入り、外部反復中にTCMFD計算を実施して振幅関数及び動的周波数を更新しながら全中性子束及びを収束させる。TCMFD計算では、Fig. 3.3.4.4 (b)に示すように、振幅関数のタイムステップ時刻  $t_{amp}$

が  $t_{amp} = t_n \sim t_{n+1}$  の間で粗メッシュ・詳細タイムステップの動特性計算を実施する。ただし、MAF法の基礎理論で述べた通り、振幅関数のタイムステップにおける任意の時刻で中性子流の補正係数  $D^{cor}$  及び詳細メッシュの全中性子束を得ることはできないため、補正係数の内挿及び詳細メッシュの全中性子束の再構成処理を行う。ただし、中性子流の補正係数はフィードバック効果の影響を受けないため外部反復の外側で、全中性子束の再構成は均質化断面積に直接影響を与えるため、外部反復の内側でそれぞれ実施する。これは粗メッシュ・詳細タイムステップでの計算において、フィードバック効果を適切に取り込むためである。

ただし Fig. 3.3.4.4 (a)の計算フローにおける振幅関数及び動的周波数の更新は、詳細メッシュ・粗タイムステップの反復計算における外部反復数十回に一度実施されている。これは振幅関数及び動的周波数の更新を毎回の反復計算の度に実施すると、計算コストが大きく増加してしまうためである。ゆえに、外部反復何回に一回の振幅関数及び動的周波数の更新を行うかは感度解析によって事前に求めておく必要がある。

ただし、参考文献[9]のように振幅関数及び動的周波数の更新のタイミングを Fig. 3.3.4.5 のように各タイムステップにおける反復計算の外側に設ける計算フローも提案されている。なお、提案手法では粗メッシュ・詳細タイムステップ計算のフローは Fig. 3.3.4.4 と同一であるため、Fig. 3.3.4.5 では詳細メッシュ・粗タイムステップでの計算フローのみを示す。

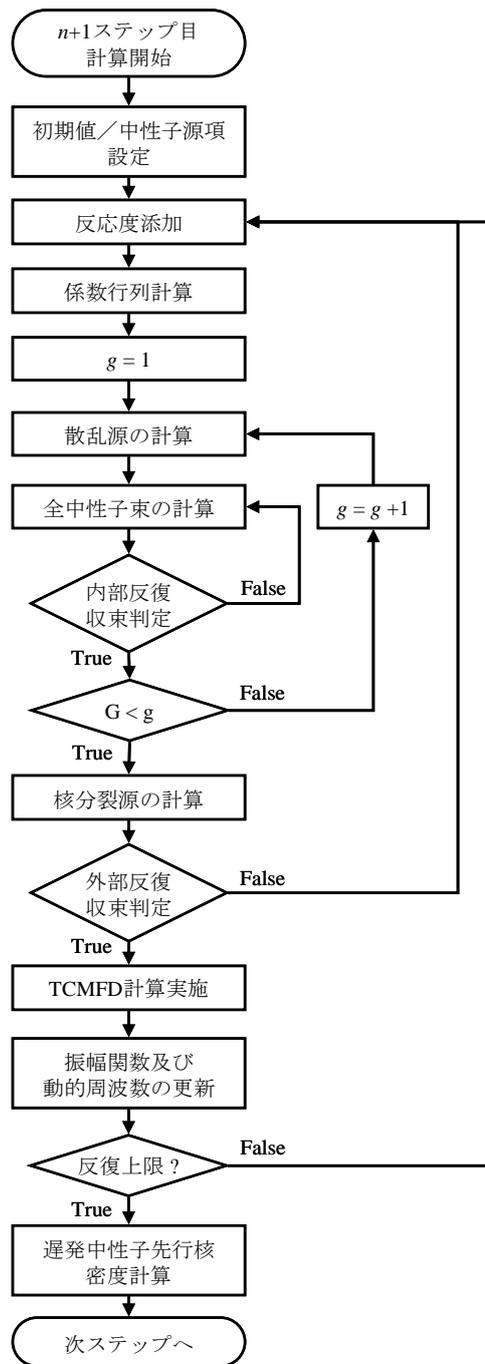


Fig. 3.3.4.5 詳細メッシュ・粗タイムステップでの計算フローの別案

Fig. 3.3.4.5 に示すように、参考文献[9]では振幅関数及び動的周波数の更新処理を外部反復の外側に設け、振幅関数と動的周波数を固定した状態での固定源計算と、振幅関数及び動的周波数の更新処理を繰り返す形としている。ゆえに一定回数の反復を行うまでは、次の時間ステップに移行しない。よって反復回数の上限值が大きい場合、後者はより多くの計算を行う必要があるため、計算時間の観点からは前者の計算フローに優位性がある。ただし、安定性の観点からは後者の計算フローの方が安定である。これは反復計算中の数値計算誤差が十分収束し切った状態で振幅関数と動的周波数を計算するために、数値計算誤差が動的周波数に与える影響が小さいためである。

本項の始めに述べた通り、MAF法は現行の主要な動特性計算手法の $\theta$ 法、周波数変換法、改良準静近似法を統一化した手法である。ゆえに、MAF法における特殊形が $\theta$ 法、周波数変換法、改良

良準静近似法となる。以下に、MAF 法と  $\theta$  法、周波数変換法、改良準静近似法が等価となる条件を示す。

#### (1) $\theta$ 法

まず  $\theta$  法における基礎式は(3.3.1.7)~(3.3.1.10)式で表されることから、MAF 法の基礎式(3.3.4.8)~(3.3.4.11)式と(3.3.1.7)~(3.3.1.10)式を比較すると、 $\theta$  法と MAF 法が等価となる条件は、(3.3.4.45)式で表される。

$$P_{g,i}^{FI}(t) = 1, \quad \omega_{g,i}^{FI}(t) = 0 \quad (3.3.4.45)$$

#### (2) 周波数変換法

周波数変換法の基礎式は(3.3.2.12)~(3.3.2.15)式で表されることから、MAF 法の基礎式である(3.3.4.8)~(3.3.4.11)式と(3.3.2.11)~(3.3.1.14)式を比較すると、周波数変換法と MAF 法が等価となる条件は、(3.3.4.46)、(3.3.4.47)式で表される。

$$P_g^{FT}(\vec{r}, t) = \exp\left\{\omega_g^{FT}(\vec{r}, t)t\right\} \quad (3.3.4.46)$$

$$\omega_g^{FT}(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \ln\left\{\phi_g(\vec{r}, t)\right\} \quad (3.3.4.47)$$

(3.3.4.46)、(3.3.4.47)式に示すように、周波数変換法では時間に強く依存する項は指数関数の単項で近似しているため、MAF 法における振幅関数は(3.3.4.46)式に示すように指数関数となる。

#### (3) 改良準静近似法

改良準静近似法の基礎式は(3.3.3.8)~(3.3.3.11)式で表されることから、MAF 法の基礎式(3.3.4.8)~(3.3.4.11)式と(3.3.3.8)~(3.3.3.11)式を比較すると、改良準静近似法と MAF 法が等価となる条件は、(3.3.4.48)、(3.3.4.49)式で表される。

$$P_g^{IQS}(\vec{r}, t) = P(t) \quad : \quad \text{一点炉動特性方程式の数値解} \quad (3.3.4.48)$$

$$\omega_g^{IQS}(\vec{r}, t) = \frac{1}{P(t)} \frac{\partial P(t)}{\partial t} \quad : \quad \text{一点炉における動的周波数} \quad (3.3.4.49)$$

以上のように MAF 法を動特性計算コードに実装すれば、解析手法に応じて振幅関数及び動的周波数を適切に設定することで、 $\theta$  法、周波数変換法、改良準静近似法を再現することができる。この観点から、MAF 法は、単に振幅関数及び動的周波数の時間的・空間的依存性を従来法よりも厳密に取り扱っているだけでなく、高い汎用性を持っていることが確認できる。

### 3.4. 遅発中性子先行核密度の計算方法

前節では、全中性子束の計算方法について述べた。しかし、動特性計算を行う上では、遅発中性子先行核密度についても計算を行う必要がある。本節では、遅発中性子先行核密度の計算方法として、 $\theta$  法、核分裂源の時間変化を関数近似した解法、振幅関数を用いた遅発中性子先行核密度の計算方法について述べる。

### 3.4.1. $\theta$ 法

$\theta$  法は前節で全中性子束を求める際に使用した方法であるが、遅発中性子先行核に関するバランス方程式にも適用することができる。まず、3.2 節で示した通り、遅発中性子先行核は核分裂によって生成され先行核の崩壊によって減少するため、そのバランス方程式は(3.2.1.5)式で表される。

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (\text{再掲}) \quad (3.2.1.5)$$

(3.2.1.5)式に  $\theta$  法を適用すると、(3.4.1.1)式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) - C_{family}(\vec{r}, t_n)}{\Delta t} \\ &= \theta \left\{ \beta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) \right\} \\ &+ (1 - \theta) \left\{ \beta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) \right\} \end{aligned} \quad (3.4.1.1)$$

(3.4.1.1)式をまとめ、整理すると(3.4.1.2)式を得る。

$$\begin{aligned} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) &= \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \\ &+ \xi_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \end{aligned} \quad (3.4.1.2)$$

ただし、(3.4.1.2)式の各係数は(3.4.1.3)~(3.4.1.5)式に示す通りである。

$$\mu_{family} = \frac{1 - (1 - \theta) \lambda_{family} \Delta t}{1 + \theta \lambda_{family} \Delta t} \quad (3.4.1.3)$$

$$\eta_{family} = \frac{(1 - \theta) \beta_{family} \Delta t}{1 + \theta \lambda_{family} \Delta t} \quad (3.4.1.4)$$

$$\xi_{family} = \frac{\theta \beta_{family} \Delta t}{1 + \theta \lambda_{family} \Delta t} \quad (3.4.1.5)$$

(3.4.1.2)式を用いれば、 $n$  ステップ目の遅発中性子先行核密度及び全中性子束と、 $n+1$  ステップ目の全中性子束を用いて、 $n+1$  ステップ目の遅発中性子先行核密度を求めることができる。なお、定常状態から過渡計算を行う際の、初期状態(0 ステップ目)における遅発中性子先行核密度は、(3.2.1.5)式の時間微分項を 0 とした方程式から求めることができ、(3.4.1.6)式で与えることができる。

$$C_{family}(\vec{r}, 0) = \frac{\beta_{family}}{\lambda_{family}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, 0) \phi_{g'}(\vec{r}, 0) \quad (3.4.1.6)$$

### 3.4.2. 核分裂源の時間変化を関数近似した解法

前項では遅発中性子先行核密度の時間微分項を直接離散化した、離散化誤差の観点から、現行の炉心計算コードの多くでは、(3.2.1.5)式の核分裂源の項の時間変化を関数近似し、解析的に遅発中性子先行核密度を求めている[10]。以下では、核分裂源の項を線形近似した際の解析解を示す。

まず、(3.2.1.5)式の両辺に  $\exp(\lambda_{family} t)$  を掛けると(3.4.2.1)式を得る。

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (\text{再掲}) \quad (3.2.1.5)$$

$$e^{\lambda_{family} t} \frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = e^{\lambda_{family} t} \beta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) - e^{\lambda_{family} t} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (3.4.2.1)$$

ここで、(3.4.2.1)式の右辺第二項を左辺に移項し整理すると、(3.4.2.2)式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ C_{family}(\vec{r}, t) e^{\lambda_{family} t} \right\} &= e^{\lambda_{family} t} \frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} + e^{\lambda_{family} t} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \\ &= e^{\lambda_{family} t} \beta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (3.4.2.2)$$

さらに、(3.4.2.2)式を  $t = t_n \sim t_{n+1}$  の範囲で積分すると、(3.4.2.3)式を得る。

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ C_{family}(\vec{r}, t) e^{\lambda_{family} t} \right\} dt = \beta_{family} \int_{t_n}^{t_{n+1}} e^{\lambda_{family} t} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) dt \quad (3.4.2.3)$$

ここで、(3.4.2.3)式の左辺を計算し整理すると、 $t_{n+1} - t_n = \Delta t$  より、(3.4.2.4)式を得る。

$$\begin{aligned} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) &= C_{family}(\vec{r}, t_n) e^{-\lambda_{family} \Delta t} \\ &\quad + \beta_{family} \int_{t_n}^{t_{n+1}} e^{-\lambda_{family}(t_{n+1}-t)} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) dt \end{aligned} \quad (3.4.2.4)$$

ただし、(3.4.2.4)式の右辺第2項は解析的に得られる値ではないため、核分裂源がタイムステップ間で線形に変化すると仮定し、(3.4.2.5)式で近似する。

$$\sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) = f_1(t - t_n) + f_0 \quad (3.4.2.5)$$

ただし、(3.4.2.5)式中の各変数の意味は(3.4.2.6)、(3.4.2.7)式の通りである。

$$f_1 = \frac{1}{\Delta t} \sum_{g'}^G \left\{ \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) - \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \right\} \quad (3.4.2.6)$$

$$f_0 = \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \quad (3.4.2.7)$$

(3.4.2.5)~(3.4.2.7)式を(3.4.2.4)式に代入すると、最終的に(3.4.2.8)式を得る。

$$\begin{aligned} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) &= \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \\ &\quad + \xi_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \end{aligned} \quad (3.4.2.8)$$

ここで、(3.4.2.8)式の各変数は(3.4.2.9)~(3.4.2.11)式に示す通りである。

$$\mu_{family} = \exp(-\lambda_{family}\Delta t) \quad (3.4.2.9)$$

$$\eta_{family} = \frac{\beta_{family}}{\lambda_{family}} \left\{ \frac{1 - \exp(-\lambda_{family}\Delta t)}{\lambda_{family}\Delta t} - \exp(-\lambda_{family}\Delta t) \right\} \quad (3.4.2.10)$$

$$\xi_{family} = \frac{\beta_{family}}{\lambda_{family}} \left\{ 1 - \frac{1 - \exp(-\lambda_{family}\Delta t)}{\lambda_{family}\Delta t} \right\} \quad (3.4.2.11)$$

なお、定常状態から過渡計算を行う際の遅発中性子先行核密度は、(3.4.1.6)式と同一である。なお、(3.4.2.9)~(3.4.2.11)式の  $\exp(-\lambda_{family}\Delta t)$  の項に対し Padé 近似を適用した場合、(3.4.2.9)~(3.4.2.11)式は(3.4.2.13)、(3.4.2.14)式で表され、(3.4.1.3)~(3.4.1.5)式で  $\theta = 0.5$  とした時と等価となる。

$$\exp(-x) \approx \frac{2-x}{2+x} \quad (\text{Padé 近似}) \quad (3.4.2.12)$$

$$\mu_{family} = \frac{2 - \lambda_{family}\Delta t}{2 + \lambda_{family}\Delta t} \quad (3.4.2.13)$$

$$\eta_{family} = \xi_{family} = \frac{\beta_{family}\Delta t}{2 + \lambda_{family}\Delta t} \quad (3.4.2.14)$$

### 3.4.3. 振幅関数を用いた遅発中性子先行核密度の計算方法

MAF 法では、形状関数を粗タイムステップで、振幅関数を詳細タイムステップで計算し、両者をカップリングすることで、全中性子束の計算精度を向上させている。しかし、全中性子束を精度良く計算できたとしても、遅発中性子先行核密度を粗タイムステップで精度良く計算できない場合は、計算精度の向上は見込まれない。つまり、前項で述べたように現行の炉心計算コードでは核分裂源を関数近似した際の遅発中性子先行核密度の解析解が用いられるものの、粗タイムステップの間では核分裂源の時間変化の線形性が成り立ちにくくなるため、計算精度の向上が見込まれなくなる可能性がある。以上の観点から、遅発中性子先行核密度を振幅関数と形状関数に分離した遅発中性子先行核密度の計算方法が提案されている[7, 8]。以下にその基礎式を示す。

まず、遅発中性子先行核密度を(3.4.3.1)式に示すように、振幅関数と形状関数に分離する。

$$C_{family}(\vec{r}, t) = Q_{family,i}(t)\varphi_{family}(\vec{r}, t) \quad (3.4.3.1)$$

$Q_{family,i}(t)$  : 粗メッシュ  $i$  における遅発中性子先行核密度の振幅関数

$\varphi_{family}(\vec{r}, t)$  : 遅発中性子先行核密度の形状関数

次に、(3.2.1.5)式に(3.4.3.1)式を代入すると、(3.2.1.5)式の左辺は(3.2.3.2)式で表される。

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (\text{再掲}) \quad (3.2.1.5)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} &= \varphi_{family}(\vec{r}, t) \frac{\partial Q_{family,i}(t)}{\partial t} + Q_{family,i}(t) \frac{\partial \varphi_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\
&= \omega_{family,i}(t) C_{family}(\vec{r}, t) + Q_{family,i}(t) \frac{\partial \varphi_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t}
\end{aligned} \tag{3.4.3.2}$$

ここで、 $\omega_{family,i}$  は粗メッシュ  $i$  における遅発中性子先行核密度の動的周波数であり、(3.4.3.2)式で定義される。

$$\omega_{family,i}(t) \equiv \frac{1}{Q_{family,i}(t)} \frac{\partial Q_{family,i}(t)}{\partial t} \tag{3.4.3.3}$$

次に、(3.2.1.5)に(3.2.3.2)式を代入し、整理すると、(3.4.3.4)式が得られる。

$$\frac{\partial \varphi_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{R_{family}(\vec{r}, t)}{Q_{family,i}(t)} \tag{3.4.3.4}$$

ここで、(3.4.3.4)式中の関数  $R_{family}$  は(3.4.3.5)式で表される。

$$\begin{aligned}
R_{family}(\vec{r}, t) &= \beta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \\
&\quad - \omega_{family,i}(t) C_{family}(\vec{r}, t)
\end{aligned} \tag{3.4.3.5}$$

(3.4.3.4)式に着目すると、(3.4.3.4)式の左辺は遅発中性子先行核密度の形状関数に関する時間微分項である。形状関数は時間に対し弱く依存する関数であるため、遅発中性子先行核密度の時間微分項そのものに差分近似を適用するよりも、形状関数の時間微分項に差分近似を適用した方が、差分化に伴う離散化誤差を低減することができる。ゆえに、(3.4.3.4)式に対し  $\theta$  法を適用すると、(3.4.3.6)式を得る。

$$\frac{\varphi_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) - \varphi_{family}(\vec{r}, t_n)}{\Delta t} = \theta \frac{R_{family}(\vec{r}, t_{n+1})}{Q_{family,i}(t_{n+1})} + (1 - \theta) \frac{R_{family}(\vec{r}, t_n)}{Q_{family,i}(t_n)} \tag{3.4.3.6}$$

次に、両辺に遅発中性子先行核密度の振幅関数  $Q_{family,i}(t_{n+1})$  を掛けて整理すると(3.4.3.7)式を得る。この操作により、形状関数のバランス式は、遅発中性子先行核密度に関するバランス式となる。

$$\begin{aligned}
C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) &= C_{family}(\vec{r}, t_n) \frac{Q_{family,i}(t_{n+1})}{Q_{family,i}(t_n)} \\
&\quad + \theta \Delta t R_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) + (1 - \theta) \Delta t R_{family}(\vec{r}, t_n) \frac{Q_{family,i}(t_{n+1})}{Q_{family,i}(t_n)}
\end{aligned} \tag{3.4.3.7}$$

最後に、(3.4.3.5)式を(3.4.3.7)式に代入し整理すると、最終的に(3.4.3.8)式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) &= \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \\
&\quad + \xi_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1})
\end{aligned} \tag{3.4.3.8}$$

ここで、(3.4.3.8)式の各変数は(3.4.3.9)~(3.4.3.11)式に示す通りである。

$$\mu_{family} = \frac{1 - (1 - \theta)\lambda_{family}\Delta t - (1 - \theta)\omega_{family,i}(t_n)\Delta t}{1 + \theta\lambda_{family}\Delta t + \theta\Delta t\omega_{family,i}(t_{n+1})} \frac{Q_{family,i}(t_{n+1})}{Q_{family,i}(t_n)} \quad (3.4.3.9)$$

$$\eta_{family} = \frac{(1 - \theta)\beta_{family}\Delta t}{1 + \theta\lambda_{family}\Delta t + \theta\Delta t\omega_{family,i}(t_{n+1})} \frac{Q_{family,i}(t_{n+1})}{Q_{family,i}(t_n)} \quad (3.4.3.10)$$

$$\xi_{family} = \frac{\theta\beta_{family}\Delta t}{1 + \theta\lambda_{family}\Delta t + \theta\Delta t\omega_{family,i}(t_{n+1})} \quad (3.4.3.11)$$

ただし、(3.4.3.9)~(3.4.3.11)式を計算するためには、遅発中性子先行核密度の振幅関数及び動的周波数が必要である。ここで、TCMFD 法を用いた場合、全中性子束の振幅関数及び動的周波数は(3.3.4.21)、(3.3.4.22)式のように粗メッシュ平均の全中性子束を用いて定義されたことから、遅発中性子先行核密度の振幅関数は(3.4.3.12)、(3.4.3.13)式で定義できる。

$$P_{g,i}(t) \equiv \int_{V_i} \frac{\phi_g(\vec{r}, t)}{v_g} dV = \frac{V_i}{v_g} \phi_{g,i}^{CM}(t) \quad (\text{再掲}) (3.3.4.21)$$

$$\omega_{g,i}(t) \equiv \frac{1}{P_{g,i}(t)} \frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} = \frac{1}{\phi_{g,i}^{CM}(t)} \frac{\partial \phi_{g,i}^{CM}(t)}{\partial t} \quad (\text{再掲}) (3.3.4.22)$$

$$Q_{family,i}(t) = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} C_{family}(\vec{r}, t) dV = C_{family,i}^{CM}(t) \quad (3.4.3.12)$$

$$\omega_{family}(\vec{r}, t) = \frac{1}{C_{family,i}^{CM}(t)} \frac{\partial C_{family,i}^{CM}(t)}{\partial t} \quad (3.4.3.13)$$

よって、粗メッシュ・詳細タイムステップの計算を実施する TCMFD 計算の中で  $t = t_{n+1}$  における全中性子束の振幅関数及び動的周波数を計算する際、同時に(3.4.3.12)、(3.4.3.13)式を計算しておけば、(3.4.3.9)~(3.4.3.11)式を用いて遅発中性子先行核密度の計算に用いる係数を計算することができる。よって、TCMFD 計算の枠組みで実装することができ、MAF 法との親和性も高い。

### 3.5. Characteristics 法を用いた時間依存輸送方程式の数値解法

3.3 節では時間依存の拡散方程式の数値解法、3.4 節では、遅発中性子先行核密度の計算方法について述べた。本節では、時間依存の輸送方程式の数値解法について述べる。時間依存輸送方程式を数値的に解く際の基本的な考え方は時間依存の拡散計算と同様であるが、Characteristics 法を用いた動特性計算には、非常に膨大なメモリ量と計算時間を要する等の問題点がある。本項では、従来法の問題点を明らかにし、新手法として何を改善すべきか、その道筋を示す意味でも Characteristics 法を用いた時間依存輸送方程式の数値解法として Straightforward 法、等方近似法について述べる[11, 12]。

### 3.5.1. Straightforward 法

Characteristics 法を用いた時間依存輸送方程式の数値解法として現在提案されている手法は大別して Straightforward 法と等方近似法の 2 種類がある。特に本項で示す Straightforward 法は Characteristics 法を用いた動特性計算の計算理論に最も忠実に従った計算手法である[11]。以下にその導出を示す。

まず時間依存の輸送方程式は(3.2.1.5)、(3.2.1.4)式に示す通りである。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\ &= \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g}(1-\beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (\text{再掲}) \quad (3.2.1.4) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial C_{family}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_{family} \sum_g^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) - \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \quad (\text{再掲}) \quad (3.2.1.5)$$

ここで、簡略化のため(3.2.1.4)式を(3.5.1.1)式で表す。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} = R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \quad (3.5.1.1)$$

ただし、(3.5.1.1)式中の関数  $R_g$  は (3.5.1.2)式で表される。

$$\begin{aligned} R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = & -\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\ & + \frac{1}{4\pi} \left[ \begin{aligned} & \chi_{p,g}(1-\beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right] \quad (3.5.1.2) \end{aligned}$$

ここで、(3.5.1.1)式に対し  $\theta$  法を用いると(3.5.1.3)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \psi_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\Delta t} = \theta R_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + (1-\theta) R_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (3.5.1.3)$$

ただし、(3.5.1.3)式中の添字  $n$  はタイムステップを表す添字であり、 $n$  番目のタイムステップにおける時刻を  $t_n$  とすると、 $\psi^n(\vec{r}, \vec{\Omega})$ 、 $R^n(\vec{r}, \vec{\Omega})$  はそれぞれ(3.5.1.4)式のように表される。

$$\psi_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t_n) \quad , \quad R_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) = R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t_n) \quad (3.5.1.4)$$

次に、(3.5.1.3)式に(3.5.1.2)式を代入し、式を整理すると、(3.5.1.5)式を得る。

$$\begin{aligned}
& \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}^{n+1}(\vec{r}) \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\
&= \frac{1}{4\pi} \left[ \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) \right] \\
&+ \frac{\psi_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\theta v_g \Delta t} + \frac{1 - \theta}{\theta} R_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}^{n+1}(\vec{r})
\end{aligned} \tag{3.5.1.5}$$

また、3.4節で述べた通り、遅発中性子先行核密度は(3.5.1.6)式で表されることから、(3.5.1.5)式に(3.5.1.6)式を代入し整理すると、(3.5.1.7)式を得る。

$$C_{family}^{n+1}(\vec{r}) = \mu_{family} C_{family}^n(\vec{r}) + \eta_{family} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}^n(\vec{r}) \phi_{g'}^n(\vec{r}) + \xi_{family} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) \tag{3.5.1.6}$$

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}^{n+1}(\vec{r}) \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g^{n+1}(\vec{r}) + S_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) \tag{3.5.1.7}$$

ただし、(3.5.1.7)式中の各変数の意味は(3.5.1.8)~(3.5.1.10)式の通りである。<sup>‡</sup>

$$Q_g^{n+1}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \left[ \gamma_g \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) \right] \tag{3.5.1.8}$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g} (1 - \beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \tag{3.5.1.9}$$

$$\begin{aligned}
S_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family}^n(\vec{r}) + \eta_{family} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}^n(\vec{r}) \phi_{g'}^n(\vec{r}) \right\} \\
&+ \frac{1 - \theta}{\theta} R_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \frac{\psi_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\theta v_g \Delta t}
\end{aligned} \tag{3.5.1.10}$$

ここで(3.5.1.7)式は、固定中性子源問題と同形であることから、時間依存の輸送方程式を解くこともまた、タイムステップ毎に固定源問題を解くことに帰着できる。

ただし、(3.5.1.7)式は Characteristics Line 上の中性子バランス式にはなっていないため、定常状態の時と同様、以下のように変形を行う。まず、中性子の飛行方向は(3.5.1.11)式で表されることから、任意の位置 $(x_0, y_0, z_0)$ から Characteristics Line に沿って  $s$  だけ移動した位置 $(x, y, z)$ は(3.5.1.12)式で表される。

$$\vec{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \tag{3.5.1.11}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} \tag{3.5.1.12}$$

(3.5.1.11)、(3.5.1.12)式より、(3.5.1.7)式の左辺第一項の漏洩項は、(3.5.1.13)式で表される。

<sup>‡</sup> (3.5.1.7)~(3.5.1.10)式の導出において、 $1/v_g \Delta t$  が掛かった現ステップの角度中性子束を(3.5.1.10)式の中に取り込んでいる理由は Null transient 問題を回避するためである。詳細は Appendix A で述べる。

$$\begin{aligned}
\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \Omega_x \frac{\partial \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial y} + \Omega_z \frac{\partial \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial z} \\
&= \frac{\partial \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial z} \frac{dz}{ds} \\
&= \frac{\partial \psi_g^{n+1}(s, \vec{\Omega})}{\partial s}
\end{aligned} \tag{3.5.1.13}$$

ゆえに、(3.5.1.7)式は、(3.5.1.14)式で表される。

$$\frac{\partial \psi_g^{n+1}(s, \vec{\Omega})}{\partial s} + \Sigma_{t,g}^{n+1}(s) \psi_g^{n+1}(s, \vec{\Omega}) = Q_g^{n+1}(s) + S_g^n(s, \vec{\Omega}) \tag{3.5.1.14}$$

最後に、(3.5.1.14)式を角度に関して離散化すると、(3.5.1.15)式が導出できる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k}^{n+1}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g}^{n+1}(s) \psi_{g,m,k}^{n+1}(s) = Q_g^{n+1}(s) + S_{g,m,k}^n(s) \tag{3.5.1.15}$$

ただし、 $m$  は飛行方向を表す飛行方向番号、 $k$  は炉心内に無数に引いた Characteristics Line の識別番号である。また、任意セグメント  $i$  に着目した時、全中性子束項及び断面積がセグメント  $i$  を含む着目領域  $r$  内で一定であると仮定すると、(3.5.1.16)式が得られる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}{ds} + \Sigma_{t,g,i}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,m,k}^n(s) \quad (i \in \text{region } r) \tag{3.5.1.16}$$

この時、(3.5.1.16)式の右辺は(3.5.1.17)、(3.5.1.18)式で表される。

$$Q_{g,r}^{n+1} = \frac{1}{4\pi} \left[ \gamma_g \sum_{g'} v \Sigma_{f,g',r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} \right] \tag{3.5.1.17}$$

$$\begin{aligned}
S_{g,m,k}^n(s) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{\text{family}} \chi_{d,g,\text{family}} \lambda_{\text{family}} \left\{ \mu_{\text{family}} C_{\text{family},r}^n + \eta_{\text{family}} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n \right\} \\
&+ \frac{1-\theta}{\theta} R_{g,m,k}^n(s) + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\theta v_g \Delta t}
\end{aligned} \tag{3.5.1.18}$$

ただし、(3.5.1.18)式の中には関数  $R_{g,m,k}$  が含まれており、(3.5.1.19)式に示すように、関数  $R_{g,m,k}$  には中性子の漏洩項が含まれている。ゆえに、(3.5.1.16)式を解析的に解くのは困難である。

$$\begin{aligned}
R_{g,m,k}^n(s) &= - \frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} - \Sigma_{t,g,i} \psi_{g,m,k,i}^n(s) \\
&+ \frac{1}{4\pi} \left[ \chi_{p,g} (1-\beta) \sum_{g'} v \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n \right. \\
&\quad \left. + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}^n \phi_{g',r}^n + \sum_{\text{family}} \chi_{d,g,\text{family}} \lambda_{\text{family}} C_{\text{family},r}^n \right]
\end{aligned} \tag{3.5.1.19}$$

ゆえに時間積分に関する計算精度は悪化するものの、(3.5.1.18)式において  $\theta = 1$  (完全陰解法)を用いればこの問題を回避できる。この場合、(3.5.1.16)、(3.5.1.18)式は(3.5.1.20)、(3.5.1.21)式で表すことができる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}{ds} + \Sigma_{t,g,i}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,m,k,i}^n \quad (i \in \text{region } r) \tag{3.5.1.20}$$

$$S_{g,m,k,i}^n = \frac{1}{4\pi} \sum_{\text{family}} \chi_{d,g,\text{family}} \lambda_{\text{family}} \left\{ \mu_{\text{family}} C_{\text{family},r}^n + \eta_{\text{family}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n \right\} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}}{\nu_g \Delta t} \quad (3.5.1.21)$$

(3.5.1.20)式は解析的に解くことができ、その解析解は(3.5.1.22)式で表される。

$$\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} \exp(-\Sigma_{t,g,r}^{n+1} s) + \frac{Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,m,k,i}^n}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \left[ 1 - \exp(-\Sigma_{t,g,r}^{n+1} s) \right] \quad (3.5.1.22)$$

よって、極角方向の補正を加えたセグメント長を(3.5.1.22)式に代入すると、放出角度中性子束は(3.5.1.23)式で計算できる。

$$\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} = \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}^{n+1} S_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) + \frac{Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,m,k,i}^n}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}^{n+1} S_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) \right] \quad (3.5.1.23)$$

また、セグメント平均角度中性子束は(3.5.1.24)式で計算することができる。

$$\frac{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}{\sin \theta_m} = \frac{\int_0^{S_{m,k,i}} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) ds}{\int_0^{S_{m,k,i}} ds} = \frac{\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1} S_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,m,k,i}^n}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \quad (i \in \text{region } r) \quad (3.5.1.24)$$

次に空間積分を行い、領域平均の角度中性子束を求めると、領域平均の角度中性子束は(3.5.1.25)式で表される。ただしこの時、(3.5.1.26)式に示す規格化条件が成り立っているものとする。

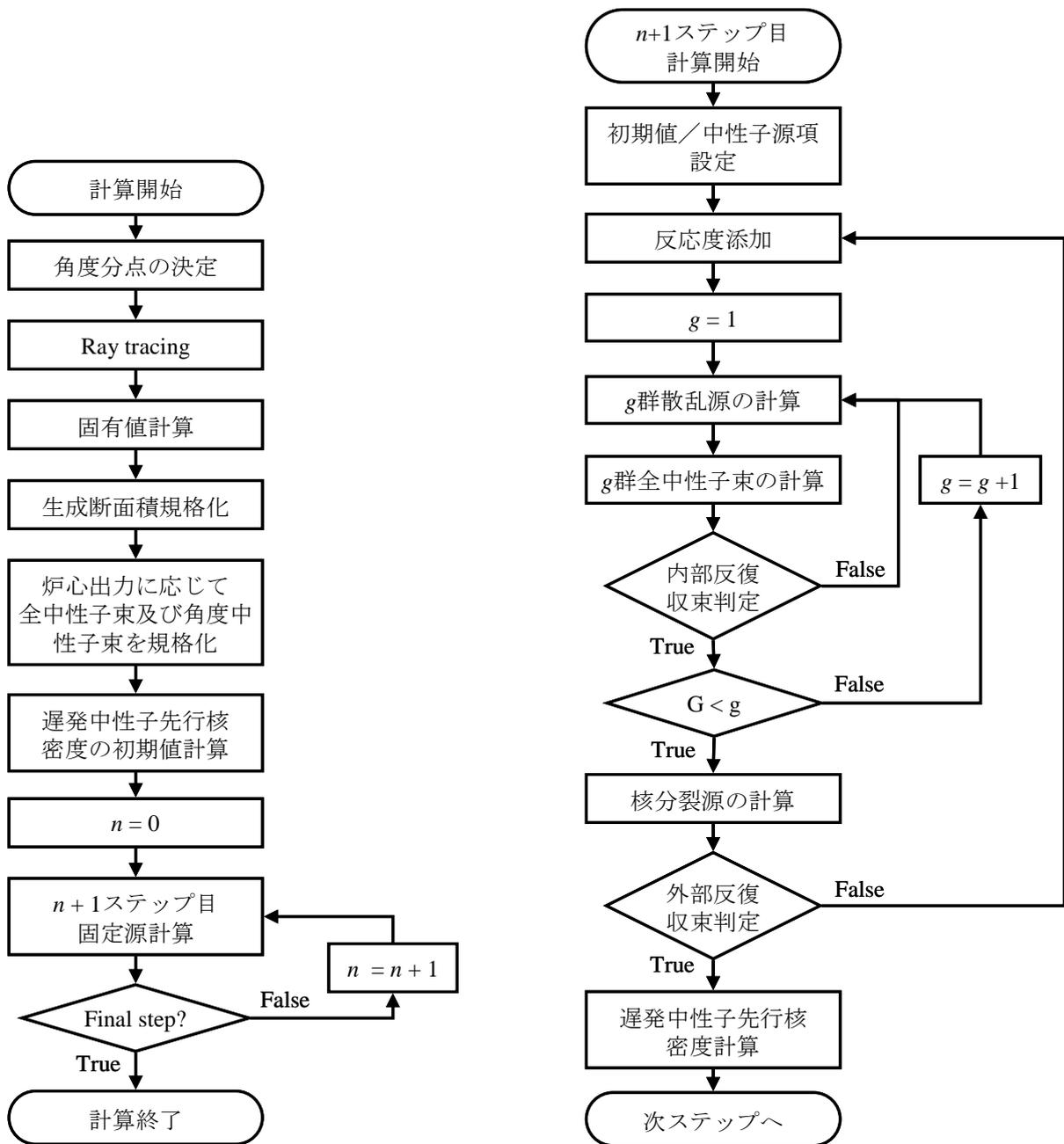
$$\begin{aligned} \frac{\psi_{g,m,r}^{n+1}}{\sin \theta_m} &= \frac{\sum_{k \in r} \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A_{m,k} \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\sum_{k \in r} \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A_{m,k}} \\ &= \frac{\sin \theta_m}{V_r \Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} \left( \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} + \frac{S_{g,m,k,i}^n S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \right) + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \end{aligned} \quad (3.5.1.25)$$

$$\sum_{k \in r} S_{m,k,i} \delta A_{m,k} = V_r \quad (3.5.1.26)$$

最後に、領域平均角度中性子束を全立体角で積分すると、全中性子束は(3.5.1.27)式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{g,r}^{n+1} &= \frac{1}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \sum_m^M \omega_m Q_{g,r}^{n+1} \\ &+ \frac{1}{V_r \Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \sum_m^M \omega_m \sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} \left( \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} + \frac{S_{g,m,k,i}^n S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \right) \end{aligned} \quad (3.5.1.27)$$

以上で、 $n+1$  ステップ目の全中性子束が得られることから、全中性子束を用いて散乱及び核分裂による中性子源項を更新し、全中性子束が収束するまで反復計算を実施すれば良い。Straightforward法を用いた動特性計算のフローは Fig. 3.5.1.1 に示す通りである。



(a) 動特性計算フロー

(b) 1ステップ分の固定源計算フロー

Fig. 3.5.1.1 Straightforward 法を用いた動特性計算フロー

Fig. 3.5.1.1 に示すように、Characteristics 法を用いた動特性計算のフローは拡散計算における動特性計算フローとほぼ同様である。ただし、固有値計算で得られる物理量として全中性子束の他に体系境界面での入射角度中性子束がある。また(3.5.1.21)、(3.5.1.24)、(3.5.1.27)式に示すように、Straightforward 法を用いた場合、必ずセグメント平均角度中性子束が必要となる。ゆえに通常、Characteristics 法を用いた固有値計算ではセグメント平均角度中性子束をメモリ上に配置しないが、Straightforward 法を動特性計算手法として求める場合、固有値計算終了後に、収束し切った全中性子束及び入射角度中性子束を用いて Transport sweep を 1 度実施し、セグメント平均角度中性子束を求める必要がある。また、固有値計算では全中性子束及び角度中性子束の相対的な形状しか一意に定められないため、炉心出力に応じて全中性子束、入射角度中性子束、セグメント平均角度

中性子束を規格化する必要がある。

よって、まず規格化前の全中性子束を用いて、炉心出力  $P^*$  を計算する。

$$P^* = \int_{core} \kappa \Sigma_{f,g'}(\vec{r}) \phi_g^*(\vec{r}) dV \quad (3.5.1.28)$$

$P^*$  : 規格化前の全中性子束を用いて計算した炉心出力

$\phi_g^*(\vec{r})$  : 規格化前の全中性子束

次に、 $P^*$  が動特性計算の初期条件、つまり初期出力  $P_0$  になるように全中性子束を規格化すれば良いため、規格化前の全中性子束に  $P_0 / P^*$  を掛け、初期の全中性子束分布を決定する。

$$\phi_g(\vec{r}, t) \Big|_{t=0} = \phi_g^*(\vec{r}) \frac{P_0}{P^*} \quad (3.5.1.29)$$

入射角度中性子束、セグメント平均角度中性子束についても同様の規格化を加える。

$$\psi_{g,m,k}^{in}(t) \Big|_{t=0} = \psi_{g,m,k}^{in,*} \frac{P_0}{P^*}, \quad \overline{\psi}_{g,m,k,i}(t) \Big|_{t=0} = \overline{\psi}_{g,m,k,i}^* \frac{P_0}{P^*} \quad (3.5.1.30)$$

$\psi_{g,m,k}^{in,*}$  : 規格化前の体系境界の入射角度中性子束

$\overline{\psi}_{g,m,k,i}^*$  : 規格化前のセグメント平均角度中性子束

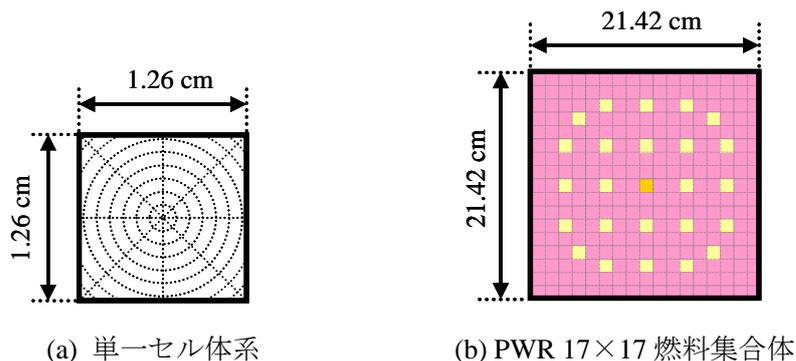
以上が全中性子束及び角度中性子束の規格化処理である。その後、(3.4.1.6)式を用いて初期状態における遅発中性子先行核密度を計算した後、1ステップ目の固定源計算に入る。

$$C_{family}(\vec{r}, 0) = \frac{\beta_{family}}{\lambda_{family}} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, 0) \phi_{g'}(\vec{r}, 0) \quad (\text{再掲}) (3.4.1.6)$$

Fig. 3.5.1.1 (b) は1ステップ分の固定源計算フローを示すが、拡散計算と同様、 $n+1$ ステップ目の反復計算に入る前には、 $n+1$ ステップ目の全中性子束、入射角度中性子束、セグメント角度中性子束に対し初期値を設定する必要がある。よって、初期値としては、前ステップの全中性子束、入射角度中性子束、セグメント角度中性子束をそれぞれ初期値とすれば良い。その後、通常の固定源計算と同様の反復計算を実施する。なお、Fig. 3.5.1.1 (b) ではフィードバック効果を考慮し、燃料の温度上昇等による負の反応度を含めて反応度添加として表しているが、フィードバック効果を考慮しない場合は、反応度添加処理を外部反復の外側に出して良い。反復計算計算が遅発中性子先行核密度を計算して、次のタイムステップに移行する。以上の流れを最終タイムステップまで繰り返すことで、角度中性子束の時間発展を計算することができる。

以上が Characteristics 法を用いた動特性計算の基礎理論であるが、Straightforward 法を用いた動特性計算では、体系内の全てのセグメント平均角度中性子束をメモリ上に保持する必要がある。これは、(3.5.1.23)、(3.5.1.24)、(3.5.1.27)式での計算に必要な(3.5.1.21)式の項の中にセグメント平均角度中性子束が含まれているためである。ゆえに Straightforward 法を用いた動特性計算は非常に膨大なメモリ量を要する。以下では実際に、セグメント平均角度中性子束の記憶に必要なメモリ量の例を示す。メモリ量を算出する体系は、Fig. 3.5.1.2(a)に示す単一セル体系と、Fig. 3.5.1.2(a)のピンセルを  $17 \times 17$  に配列した燃料集合体体系の2つである。なお、Fig. 3.5.1.2(a)の単一セルはセル内に8つの同心円で分割し、等角度に8分割している。(円の半径は  $r = 0.1 \sim 0.8$  cm までの間を

0.1 cm 刻みで設定している。)



(a) 単一セル体系

(b) PWR 17×17 燃料集合体

Fig. 3.5.1.2 ピンセル体系及び単一燃料集合体体系

計算条件は Table 3.5.1.1 に示す通りである。

Table 3.5.1.1 計算条件

計算条件	設定値
エネルギー群数	7
方位角分割数/分点	Cyclic tracking 128 分点
極角分割数/分点	TY-opt 3 分点
Ray tracing 方法	Cyclic tracking 法
パス幅	0.01 cm
セル内分割数	72 分割

以上の条件の下で Ray tracing を実施した際の、それぞれの体系におけるセグメント数、Characteristics Line 数、体系内の Flat flux region 数は Table 3.5.1.2 に示す通りである。

Table 3.5.1.2 体系内のセグメント数/Characteristics Line 数/Flat flux region 数

パラメータ	ピンセル体系	単一燃料集合体体系
セグメント数	197680	57129520
Characteristics Line 数	20424	347208
Flat flux region 数	72	20808

Table 3.5.1.2 より、セグメント平均角度中性子束、入射角度中性子束、全中性子束の記憶に必要なメモリ量を算出することができる。

まず 1 ステップ分のセグメント平均角度中性子束を記憶するのに必要なメモリ量  $M_{seg}$  は、(3.5.1.31)式で計算できる。ただし、全てのセグメント平均角度中性子束は double 型変数で記憶するものとする。ゆえに、1 セグメント当たり 8byte のメモリを要する。

$$M_{seg} = 8GN_{seg}N_{polar} \text{ [byte]} \quad (3.5.1.31)$$

ただし、(3.5.1.31)式の変数の意味は以下の通りである。

- $G$  : エネルギー群数
- $N_{seg}$  : 体系全体のセグメント数
- $N_{polar}$  : 極角分割数

次に、体系境界面での入射角度中性子束の記憶に必要なメモリ量  $M_{in}$  は Characteristics Line の本数から(3.5.1.32)式で計算できる。

$$M_{in} = 8GN_{CL}N_{polar} \text{ [byte]} \quad (N_{CL}: \text{体系全体の Characteristics Line 数}) \quad (3.5.1.32)$$

また、全中性子束の記憶に必要なメモリ量  $M_{flux}$  は、体系内の Flat flux region 数より算出でき、(3.5.1.33)式で計算できる。

$$M_{flux} = 8GN_{region} \text{ [byte]} \quad (N_{region}: \text{体系全体の Flat flux region 数}) \quad (3.5.1.33)$$

よって、(3.5.1.31)~(3.5.1.33)式を用いて Table 3.5.1.2 よりメモリ量を算出すると、セグメント平均角度中性子束、入射角度中性子束、全中性子束の記憶に必要なメモリ量は Table 3.5.1.3 のようになる。

Table 3.5.1.3 1ステップ分の各種中性子束を計算するのに必要なメモリ量

	所要メモリ量	
	ピンセル体系	単一燃料集合体体系
セグメント平均角度中性子束	33210 KB	9598 MB
入射角度中性子束	3431 KB	58 MB
全中性子束	4 KB	1 MB

Table 3.5.1.3 に示すように、今回の計算条件では単一集合体体系において1ステップ分のセグメント平均角度中性子束を記憶するだけでも約 10GB 程度のメモリ量を要する。ゆえに今回の計算条件で Straightforward 法を用いた場合、(3.5.1.21)式内には現ステップと前ステップのセグメント平均角度中性子束が含まれることから、単一燃料集合体を取り扱うだけでも 20GB 程度のメモリ量が必要となる。従来型 4 ループプラントでは、193 体の燃料集合体が炉心に装荷されているため、炉心体系では非常に膨大なメモリ量が必要となることが分かる。これに対し、現行のワークステーションでは非常に高性能なものでも搭載メモリ 64GB~128GB 程度、またオペレーティングシステムで認識可能な最大メモリ量は Windows 7 と Linux(Cent OS)でそれぞれ 192GB、1TB であることから、Straightforward 法を用いた二次元炉心体系での動特性計算は、事実上スーパーコンピュータクラスのマシンでしか実現できない。また、三次元体系では事実上不可能であると言える。

ゆえに現行の Characteristics 法を用いた動特性計算コードでは、所要メモリ量を低減するため、角度中性子束の時間微分項に対し等方近似を適用するのが主流である。本研究では、この手法を等方近似法と呼ぶこととする。次項では、等方近似法の基礎理論と所要メモリ量の低減効果、及び問題点について述べる。

### 3.5.2. 等方近似法

前項で述べた通り、Straightforward 法は角度中性子束の時間微分項に対し時間差分近似を直接適用し、時間依存の輸送方程式を固定源問題に焼き直した後、定常計算と同様に Characteristics Line 上の角度中性子束を導出している。ゆえに、Straightforward 法は Characteristics 法の計算理論に最も忠実である。しかし、導出の過程で現ステップと前ステップのセグメント平均角度中性子束が必要となることで、所要メモリ量の莫大な増加を招いている。ゆえに、実機プラントの解析を Straightforward 法で実施するのは、極めて困難である。

これに対し本項で述べる等方近似法は、角度中性子束の時間微分項の角度依存性を完全に等方と見なすことで導出の過程にセグメント平均角度中性子束が現れないようにし、所要メモリ量を大幅に低減している[12]。以下にその導出を示す。

まず、時間依存の輸送方程式は(3.2.1.4)式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\ &= \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (\text{再掲}) \quad (3.2.1.4) \end{aligned}$$

等方近似法では、まず、(3.2.1.4)式中の角度中性子束の時間微分項が等方であると仮定する。ゆえに、(3.2.1.4)式は(3.5.2.1)式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\ &= \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (3.5.2.1) \end{aligned}$$

(3.5.2.1)式に対し完全陰解法を適用すると、(3.5.2.2)式を得る。

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}^{n+1}(\vec{r}) \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ &= \frac{1}{4\pi} \left[ \begin{aligned} & \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) \\ & + \frac{\phi_g^n(\vec{r}) - \phi_g^{n+1}(\vec{r})}{v_g \Delta t} + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}^{n+1}(\vec{r}) \end{aligned} \right] \quad (3.5.2.2) \end{aligned}$$

ここで、(3.5.2.2)式の右辺に着目すると、角度中性子束の時間微分項を等方であると仮定したために時間差分項が全て等方となり、(3.5.2.2)式の右辺は全中性子束及び遅発中性子先行核密度のみから計算することができる形となる。よって、(3.5.2.2)式を用いて **Straightforward** 法と同様に **Characteristics Line** 上の角度中性子束のバランス式を導出すると、(3.5.2.3)~(3.5.2.6)式を得る。なお、遅発中性子先行核密度については(3.5.1.6)式を用いた。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}{ds} + \Sigma_{t,g,i}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,r}^n \quad (i \in \text{region } r) \quad (3.5.2.3)$$

$$Q_{g,r}^{n+1} = \frac{1}{4\pi} \left[ \gamma_g \sum_{g'} v \Sigma_{f,g',r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} \right] \quad (3.5.2.4)$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g} (1 - \beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \quad (3.5.2.5)$$

$$S_{g,r}^n = \frac{1}{4\pi} \left[ \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family,r}^n + \eta_{family} \sum_{g'} \nu_{\Sigma_{f,g',r}}^n \phi_{g',r}^n \right\} + \frac{\phi_{g,r}^n - \phi_{g,r}^{n+1}}{v_g \Delta t} \right] \quad (3.5.3.6)$$

(3.5.2.3)式は解析的に解くことができ、その解析解は(3.5.2.7)式で表される。

$$\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} = \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}^{n+1} S_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) + \frac{Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,m,k,i}^n}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}^{n+1} S_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) \right] \quad (3.5.2.7)$$

また、(3.5.2.7)式を用いて、セグメント平均角度中性子束は(3.5.2.8)式で計算することができる。

$$\overline{\psi}_{g,m,k,i}^{n+1} = \frac{\int_0^{S_{m,k,i}} \sin \theta_m \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) ds}{\int_0^{S_{m,k,i}} \sin \theta_m ds} = \frac{\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1} S_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,r}^n}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \quad (i \in \text{region } r) \quad (3.5.2.8)$$

次に空間積分を行い、領域平均の角度中性子束を求めると、領域平均の角度中性子束は(3.5.2.9)式で表される。ただしこの時、(3.5.2.10)式に示す規格化条件が成り立っているものとする。

$$\overline{\psi}_{g,m,r} = \frac{\sin \theta_m}{V_r \Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}) + \frac{Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,r}^n}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \quad (3.5.2.9)$$

$$\sum_{k \in r} s_{m,k,i} \delta A_{m,k} = V_r \quad (3.5.2.10)$$

最後に、領域平均角度中性子束を全立体角で積分すると、全中性子束は(3.5.2.11)式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{g,r}^{n+1} &= \frac{1}{\Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \sum_m \omega_m (Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,r}^n) \\ &+ \frac{1}{V_r \Sigma_{t,g,r}^{n+1}} \sum_m \omega_m \sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}) \end{aligned} \quad (3.5.2.11)$$

(3.5.3.6)、(3.5.3.7)、(3.5.2.11)式に着目すると、放出角度中性子束及び全中性子束を計算する際に、セグメント平均角度中性子束は必要ないことが分かる。ゆえに、等方近似法を用いた動特性計算では、セグメント平均角度中性子束をメモリ上に常駐させる必要がないため、所要メモリ量は極めて少なくすむ。また、セグメント平均角度中性子束という物理量を明示的に計算する必要がなくなるため、計算コストとしても低減が見込まれる。さらに、Straightforward法では、通常セグメント平均角度中性子束を明示的に利用しない固有値計算後にセグメント平均角度中性子束を計算し直す必要があることと、固有値計算で得られたセグメント平均角度中性子束を炉心出力に応じて規格化し直す必要があることを述べたが、等方近似法ではこれらの演算は不要となる。よって、炉心出力に応じた規格化は全中性子束と体系境界面における入射角度中性子束のみについて行えば良い。

Table 3.5.2.1 にはメモリ量低減の実例として、Fig. 3.5.1.2(b)の体系に対し Table 3.5.1.1 の計算条件で見積もった Straightforward 法及び等方近似法での中性子束に関する所要メモリ量を示す。

Table 3.5.2.1 Straightforward 法及び等方近似法で必要とされるメモリ量

パラメータ	1 ステップ分の メモリ所要量	所要メモリ量	
		Straightforward 法	等方近似法
セグメント平均角度中性子束	9598 MB	19196 MB	0 MB
入射角度中性子束	58 MB	58 MB	58 MB
全中性子束	1 MB	2 MB	2 MB
合計	-	19256 MB	60 MB

まず、Straightforward 法及び等方近似法では、現ステップと前ステップの全中性子束、現ステップの体系境界面入射角度中性子束が必要となる。Straightforward 法ではさらに現ステップと前ステップのセグメント平均角度中性子束が必要となるが、等方近似法では必要無い。よって等方近似法で要求されるメモリ量は Straightforward 法に比べ極めて少ない。ゆえに、Straightforward 法では計算自体の実現が困難な大型体系や、詳細な計算条件での動特性計算が可能である。また、Straightforward 法のように莫大なメモリ容量の確保や参照を行う必要がなくなるため、メモリへの参照アクセスを低減でき、少なからず高速化を図ることができる。

以上の観点から等方近似法は現在主流の Characteristics 法を用いた動特性計算手法となりつつあり、NEA の PWR/MOX UO<sub>2</sub> Core Transient Benchmark のように、等方近似法を用いた動特性計算コードが参照解として使用される機会も増えてきている[12-14]。これは、Characteristics 法を用いた動特性計算がメモリ量と計算速度の制約さえクリアできれば、時間依存の輸送方程式を最も厳密に解くことができる決定論的動特性計算手法であるためである。

ただし等方近似法には、以下の問題点がある。それは角度中性子束の時間微分項を等方と見なすことによる近似誤差の定量評価がなされていない点である。ここで、等方近似法による近似誤差を定量的に評価し、角度中性子束の時間微分項に対する等方近似の妥当性を確かめるためには Straightforward 法と等方近似法の計算結果の比較を行うべきであるが、大型体系における比較を行うのは事実上不可能である。ゆえにこれまで、角度中性子束の時間微分項に対する等方近似の影響は定量的に議論されていなかった。ただし、現在考えられる中で最も厳密な Characteristics 法を用いた動特性計算の信頼性をより高める意味でも、①等方近似法による近似誤差が無視できるほど小さいか否か、②等方近似法によって計算結果が常に過小評価/過大評価されるような事例はないかを確認することは重要である。

また、Characteristics 法を用いた動特性計算全般に言える問題点として、計算コストの問題がある。元々動特性計算は各タイムステップにおける固定源計算を繰り返すため、定常状態の解析に比べ計算コストが大きくなるが、Characteristics 法そのものの計算コストが高いため、Characteristics 法を用いた動特性計算は必然的に膨大な計算コストを要する。例としてフィードバックを含まない二次元 1/4 炉心体系の解析に要した計算時間を Table 3.5.2.2 に示すが、拡散理論に基づく動特性計算に比べ、Characteristics 法を用いた動特性計算は膨大な計算時間を要することが確認できる。

Table 3.5.2.2 拡散計算/Characteristics 法を用いた動特性計算の計算時間例

	メッシュ数	タイムステップ	計算時間
拡散計算	160×160	$\Delta t = 10$ msec (40 step)	170 sec
Characteristics 法	80×80×8		101 min

(解析対象 : TWIGL ベンチマーク問題 ステップ状摂動条件[11, 15])

以上をまとめると、現行の Characteristics 法を用いた動特性計算手法の問題点は、①計算自体に膨大なメモリ量を要する点、②メモリ量を低減するために使用した等方近似の近似誤差の定量評価が現行手法のみでは困難である点、③計算コストが極めて高く、現在主流の動特性計算手法に比べ膨大な時間を要する点の 3 つである。次章では、以上の問題点に対する本研究のアプローチを示す。

### 3.6. 本章のまとめ

本章では、まず 3.2 節で動特性計算の基礎となる時間依存の輸送方程式／拡散方程式と一点炉動特性方程式について示し、3.3 節では現行の主要な動特性計算手法として、 $\theta$  法、周波数変換法、改良準静近似法の基礎理論と計算フローを示した。また、これらの手法を統一化した MAF 法について、その基礎理論と実装方法を示した。3.4 節では、遅発中性子先行核密度の計算方法として、 $\theta$  法、核分裂源を関数近似した解法、振幅関数を用いた遅発中性子先行核密度の計算方法について述べ、これらの手法が、全て同形で書き表すことができることを示した。3.5 節では、従来の Characteristics 法を用いた動特性計算手法として、Straightforward 法、等方近似法について示し、Straightforward 法、等方近似法それぞれの計算理論及び問題点を示した。次章では、本節で述べた各種動特性計算手法の知識を下に、Characteristics 法を用いた動特性計算が現在抱えている問題点に対する本研究のアプローチを示す。

### 3.7. 参考文献

- [1] 寺前哲也, 坂場弘, 西浦雅詞, 小川純人, 青木繁明, 末村高幸, “より高性能に, より安全に一安全解析の最新技術”, 三菱重工技報 43 (2006), pp. 25-31.
- [2] 平瀬創也, *C# で学ぶ偏微分方程式の数値解法*, 東京電機大学出版局, 東京 (2009), pp. 27-37, ISBN 9784501545901.
- [3] T. Endo and M. Tatsumi, “Study on kinetic transport solvers for pin-by-pin core Calculation,” *Proc. International Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2008)*, Switzerland, Sept. 14-19, 2008, (2008). [CD-ROM].
- [4] T. Downar, D. Lee, Y. Xu and T. Kozlowski, “PARCS v2.6, U.S. NRC core neutronics simulator, Theory manual,” Purdue University (2004).
- [5] K. O. Ott and D. A. Meneley, “Accuracy of the quasistatic treatment of spatial reactor kinetics,” *Nucl. Sci. Eng.* 36 (1969), pp.402-411.
- [6] H. Ikeda and T. Takeda, “Development and verification of an efficient spatial neutron kinetics method for reactivity-initiated event analyses,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 38 (2001), pp. 492–502.
- [7] Y. Ban, T. Endo and A. Yamamoto, “A unified approach for numerical calculation of space-dependent kinetic equation,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 49 (2012), pp. 496-515.
- [8] 伴雄一郎, “空間依存動特性方程式の統一的解法の開発”, 名古屋大学大学院工学研究科 修士論文 (2011).
- [9] 久保田直人, “加速器駆動未臨界炉における動特性計算に関する研究”, 名古屋大学大学院工学研究科 修士論文 (2012).
- [10] W. M. Stacey, *Nuclear reactor physics*, John Wiley & Sons, New York (2001).

- [11] J. B. Taylor, "The development of a three-dimensional nuclear reactor kinetics methodology based on the method of characteristics," Ph.D. Thesis in Nuclear Engineering, Pennsylvania State University (2007).
- [12] M. Hursin, T. J. Downar and J. Thomas, "PWR Control Rod Ejection Analysis with the Method of Characteristic Code DeCART," *Proc. International Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2008)*, Switzerland, Sept. 14-19, 2008, (2008). [CD-ROM].
- [13] J.E. Banfield, S.P. Hamilton, K.T. Clarno and G. I. Maldonado, "A new semi-Implicit direct kinetics method with analytical representation of delayed neutrons," *Trans. Am. Nucl. Soc.* 107 (2012), pp. 1111-1114. [CD-ROM].
- [14] NEA Nuclear Science Committee, "PWR MOX/ $\text{UO}_2$  core transient benchmark final report," (2007), ISBN 9264023305.
- [15] L. A. Hageman and J. B. Yasinsky, "Comparison of alternating direction time differencing method with other implicit method for the solution of the neutron group diffusion equations," *Nucl. Sci. Eng.* 38 (1969), pp. 8-32.

## 第4章 時間依存輸送方程式の新しい数値解析手法

### 4.1. 本章の概要

前章で述べた通り、Characteristics 法を用いた動特性計算では、次の3点が大きな問題となっている。

- ① 計算自体に膨大なメモリ量を要し、実用的なメモリ量で計算を実施するためには、角度中性子束の時間微分項が等方であると仮定せざるを得ない点
- ② 角度中性子束時間微分項に対する等方近似の影響が定量的に評価されていない点
- ③ 計算コストが高く、計算自体に膨大な時間を要する点

以上の観点から、本研究では以下の2点を目的とした。

- ① 要求されるメモリ量が Straightforward 法よりも少なく、Straightforward 法の計算結果を再現できる動特性計算手法
- ② 現行の Characteristics 法を用いた動特性計算手法と比べ、高速かつ高精度な動特性計算手法の開発

本章では、以上の目的に対し本研究で新たに検討を行った動特性計算手法について述べる。

まず4.2節では、膨大な所要メモリ量を低減するための理論的アプローチとして、時空座標系を用いた動特性計算手法について述べる。本手法は次元の時間発展問題を、二次元の時空座標における定常計算に焼きなおすことで、メモリ量の削減を図るものである。次に4.3節では、所要メモリ量を低減するための工学的アプローチとして、本研究で新たに開発した On-flight 法について述べる。本手法は、前ステップの角度中性子束をメモリ上に保持するのではなく、逐次再計算するという簡略なアルゴリズムでありながら、そのインパクトは大きく、本研究の要となる手法である。4.4節では、Characteristics 法を用いた動特性計算をより高速に行うための方法として、時間依存輸送方程式に対する MAF 法の適用を提案する。ただし MAF 法は元々時間依存の拡散方程式をベースとして開発された動特性計算手法であるため、Characteristics 法を用いた動特性計算に MAF 法を導入する上での理論的拡張も含めて理論の拡張及び整備を行う。最後に、4.5節で本章をまとめる。

### 4.2. 時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法

#### 4.2.1. 本手法の概要

3.5.1 項で述べた Straightforward 法の問題点は、角度中性子束の時間微分項に対し有限差分を適用した結果現れるセグメント平均角度中性子束が膨大なメモリ量を要する点である。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} \approx \frac{1}{v} \frac{\psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t_{n+1}) - \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t_n)}{\Delta t} \quad (4.2.1.1)$$

しかし、角度中性子束の時間微分項に対し差分近似を適用しなければ、そもそもセグメント平均角度中性子束が陽的に現れることはないため、所要メモリ量が低減される可能性がある。そこで本研究では、時間依存の輸送方程式に対し差分近似を適用せずに解くアプローチとして本手法を提案する。

まず、時間依存の輸送方程式は(4.2.1.2)式で表される。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E, t) \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad (4.2.1.2)$$

ここで、(4.2.1.2)式の左辺第一項と第二項に着目すると、左辺第一項と第二項は(4.2.1.3)式のよう

に変形できる。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = \frac{1}{v} \left\{ \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \right\} \quad (4.2.1.3)$$

ただし、(4.2.1.3)式の右辺の速度ベクトルは(4.2.1.4)式で表される。

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = (v\Omega_x, v\Omega_y, v\Omega_z) \quad (4.2.1.4)$$

ここで中性子の速度は(4.2.1.5)式に示すように位置の時間微分項を用いても定義できることに着目すると、(4.2.1.3)式は(4.2.1.6)式で表すことができる。

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (4.2.1.5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \\ &= \frac{1}{v} \left\{ \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial z} \frac{dz}{dt} \right\} \end{aligned} \quad (4.2.1.6)$$

ここで、(4.2.1.6)式の右辺は全微分の関係になっていることから、(4.2.1.6)式は(4.2.1.7)式で表すことができる。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = \frac{1}{v} \frac{d\psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{dt} \quad (4.2.1.7)$$

さらに、微小時間  $dt$  内に速度  $v$  の中性子が移動する距離を  $ds$  として定義すると、(4.2.1.2)、(4.2.1.7)式より、(4.2.1.9)式を得る。

$$ds \equiv v dt \quad (4.2.1.8)$$

$$\frac{d\psi(s, \vec{\Omega}, E)}{ds} + \Sigma_t(s, E)\psi(s, \vec{\Omega}, E) = Q(s, \vec{\Omega}, E), \quad s = s(t) \quad (4.2.1.9)$$

ただし、(4.2.1.9)式は中性子の飛行方向とエネルギーを連続的な値として取り扱っているため、計算機上では扱いづらい。よって、(4.2.1.9)式を飛行方向及びエネルギーに対し離散化すると、(4.2.1.10)式が得られる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g}(s)\psi_{g,m,k}(s) = Q_{g,m}(s) \quad (4.2.1.10)$$

ただし、 $g$  はエネルギー群、 $m$  は中性子の飛行方向、 $k$  は Characteristics Line の識別番号を示す添字である。ここで、(4.2.1.10)式は見かけ上定常状態における Characteristics Line 上の角度中性子束に関するバランス式と同形である。ゆえに角度中性子束の時間微分項に対し差分近似を適用せずとも、時間依存の輸送方程式を定常状態と同形の方程式に帰着することができることが確認できる。

(4.2.1.10)式は(4.2.1.11)式に示すように巨視的断面積及び中性子源が着目領域内で一定であれば、解析的に解くことができる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g,r}\psi_{g,m,k}(s) = Q_{g,m,r} \quad (r: \text{領域}) \quad (4.2.1.11)$$

(4.2.1.11)式の解析解は(4.2.1.12)式で表される。

$$\psi_{g,m,k}(s) = \psi_{g,m,k}^{in} \exp(-\Sigma_{t,g,r} s) + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} [1 - \exp(-\Sigma_{t,g,r} s)] \quad (4.2.1.12)$$

ここで(4.2.1.12)式における **Characteristics Line** 上の変位  $s$  は時間依存で定義される物理量であるため、(4.2.1.12)式は  $s = 0$  において入射した中性子が距離  $s$  だけ進む時間間隔でどれだけ生成/消滅したかに関する時間積分を行なっている。つまり本手法は、従来法のようにタイムステップ毎に固定源計算を繰り返すことで角度中性子束に対する時間積分を実施するのではなく、時間積分を空間積分に焼き直し、角度中性子束の時間発展を解析的に求めている。

以上の処理により、角度中性子束時間微分項に対し差分近似を適用することなく、角度中性子束の時間発展を求めることができる。ここで、(4.2.1.12)式にはセグメント平均角度中性子束が現れていないことに着目すると、二次元体系における **Characteristics** 法を用いた固定源計算がセグメント平均角度中性子束をメモリ上に必要としないのと同様、本手法もセグメント平均角度中性子束を陽に取り扱う必要はない。ゆえに、所要メモリ量が低減できる可能性がある。

ただし本手法では **Characteristics Line** 上の変位  $s$  が時間に依存する物理量であるため、**Characteristics Line** 自体を時間依存で定義し、巨視的断面積や中性子源が時間的にも空間的にも一定と見なせる領域を定義する必要がある。次項では、以上の計算理論を用いて動特性計算を行う際の具体的な方法を示す。

#### 4.2.2. 時空座標系上における中性子挙動の定式化

前項で示した通り、時間依存の輸送方程式は、全微分の関係を用いることで角度中性子束時間微分項に対し差分近似を適用することなく定常状態の形に帰着させることができる。ただしこの場合、**Characteristics Line** 上の変位が時間に依存するため、巨視的断面積、全中性子束、中性子源もそれぞれ時間的・空間的に一定と見なせる領域を定義する必要がある。そこで本手法では、時空座標系を用い、体系を時間及び空間に対し離散化して、個々の領域内で巨視的断面積及び中性子源が一定であると仮定して(4.2.1.11)式の解析解を求める。

例として、一次元平板体系での動特性計算を行うことを考える。一次元平板体系の場合、空間軸を  $z$  軸、時空座標系の時間軸を  $v_{ref} t$  軸とする。ただし、 $v_{ref}$  は速さの次元を持った時間軸の長さを拡大/縮小するための任意定数である。この時、体系内における巨視的断面積、全中性子束及び中性子源は時間的・空間的に連続的な分布を持っているが、本手法では Fig. 4.2.2.1 (b) に示すように時空座標系内を巨視的断面積及び全中性子束が一定と見なせる詳細なメッシュ(時空間メッシュ)に分割する。

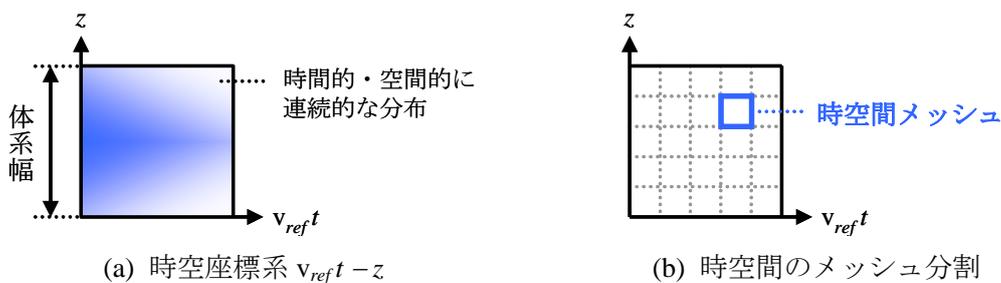


Fig. 4.2.2.1 時空座標系の定義とメッシュ分割

以上の操作により、一次元体系における時間発展問題における各種物理量は、二次元の時空座標

内に全てマッピングされる。

次に、時空座標系における Characteristics Line について考える。まず、空間軸  $z$  軸と極角  $\theta_m$  の角度を無して飛行する中性子を考えると、Characteristics Line 上の中性子の飛行距離  $ds$  と、 $ds$  の空間軸射影成分  $dz$  の関係は(4.2.2.1)式に示す通りである。

$$dz = ds \cos \theta_m \tag{4.2.2.1}$$

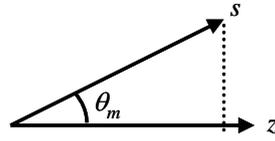


Fig. 4.2.2.2 中性子の飛行方向と空間軸の関係

さらに、Characteristics Line 上の変位と時間の関係には、(4.2.2.2)式の関係があることから、(4.2.2.3)式が導かれる。

$$ds \equiv v_g dt \tag{4.2.2.2}$$

$$dz = ds \cos \theta_m = v_g dt \cos \theta_m = \frac{v_g \cos \theta_m}{v_{ref}} v_{ref} dt \tag{4.2.2.3}$$

ここで(4.2.2.3)式より、時空座標系上における中性子の飛跡は中性子の平均速度  $v_g$  と時間軸のスケール速度  $v_{ref}$ 、そして中性子の飛行方向に依存した直線となることが分かる。つまりこれらの直線群が時空座標系上での Characteristics Line となる。

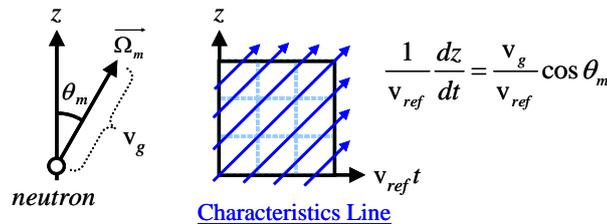


Fig. 4.2.2.3 時空座標系における Characteristics Line

Fig. 4.2.2.3 に示す時空座標系における Characteristics Line は Ray tracing によって得られる。ただし、時空座標系内での Ray tracing は通常の二次元体系における Ray tracing とは異なる。通常、2つの空間軸からなる二次元体系では、あらゆる方向から飛行する中性子を考慮し、計算体系に対し全方向から Characteristics Line を引く。しかし、時空座標系に対して Ray tracing を行う場合、Fig. 4.2.2.4 に示すように時間軸に逆行する向きの Characteristics Line は物理的に考えて必要無い。これは、時間を遡って飛行する中性子が存在しないことを意味する。ただし、エネルギー群によって中性子の平均速度が異なることから、エネルギー群毎に Characteristics Line が異なる。よって、Ray tracing をエネルギー群毎に行なう必要がある。

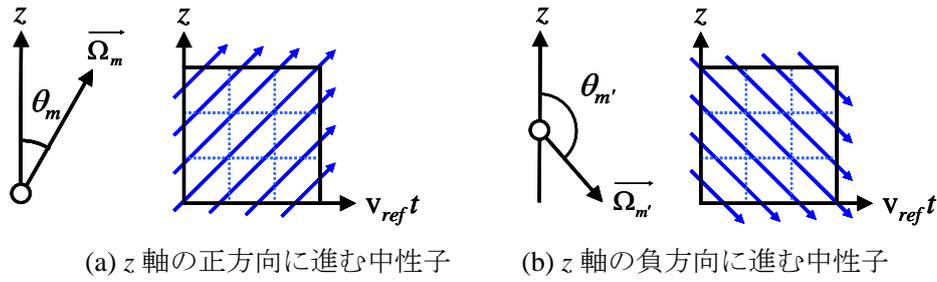


Fig. 4.2.2.4 時空座標系における中性子挙動

ただし、Ray tracing を行った結果得られるのは、時空座標系上での Characteristics Line の幾何学的長さ  $l_{g,m,k,i}$  であり、実際の中性子の飛行距離  $s_{g,m,k,i}$  ではない。ゆえに、実際に飛行した距離を求めるには、まず Fig. 4.2.2.5 に示すように時空座標系上での Characteristics Line の幾何学的長さ  $l_{g,m,k,i}$  を空間軸射影成分に直す。ただしこの時の空間軸射影長さは  $z$  軸上での長さであり、実際中性子は  $z$  軸と角度をなして飛行していることから、得られた空間軸射影長さに極角方向の補正を加えることで実際の飛行距離を求める。

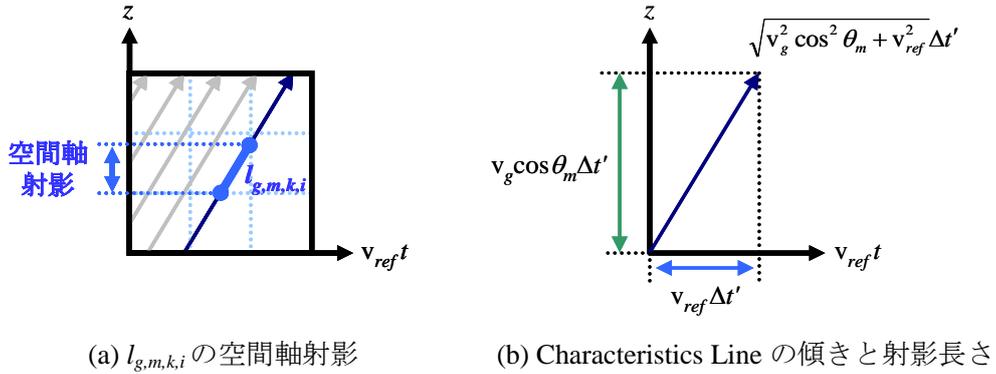


Fig. 4.2.2.5 時空座標系における中性子挙動

この時、空間軸と Characteristics Line の幾何学的関係は Fig. 4.2.2.5 のようになっていることから、時空座標系における幾何学的長さ  $l_{g,m,k,i}$  を空間軸へ射影し、極角方向の補正を加えて実際の飛行距離を求めるには、(4.2.2.4)式のように計算すれば良い。

$$s_{g,m,k,i} = \frac{v_g \cos \theta_m}{\sqrt{v_g^2 \cos^2 \theta_m + v_{ref}^2}} \frac{l_{g,m,k,i}}{\cos \theta_m} = \frac{v_g}{\sqrt{v_g^2 \cos^2 \theta_m + v_{ref}^2}} l_{g,m,k,i} \quad (4.2.2.4)$$

(4.2.1.12)、(4.2.2.4)式より、時空座標系におけるセグメント  $i$  からの放出角度中性子束を(4.2.2.5)式で求めることができる。

$$\psi_{g,m,k,i}^{out} = \psi_{g,m,k,i}^{in} \exp(-\Sigma_{t,g,r} s_{g,m,k,i}) + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} [1 - \exp(-\Sigma_{t,g,r} s_{g,m,k,i})] \quad (i \in r) \quad (4.2.2.5)$$

また、セグメント平均角度中性子束は(4.2.2.6)式で表すことができる。

$$\overline{\psi}_{g,m,k,i} = \frac{\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}}{\Sigma_{t,g,r} s_{g,m,k,i}} + \frac{Q_{g,m,r}}{\Sigma_{t,g,r}} \quad (4.2.2.6)$$

さらに、領域平均の角度中性子束は時空領域  $r$  に属するセグメント平均角度中性子束を平均化する

ることで求められ、(4.2.2.7)式で計算できる。

$$\overline{\psi}_{g,m,r} = \frac{\sum_k^K \overline{\psi}_{g,m,k,i} S_{g,m,k,i} A_{g,m,k}}{\sum_k^K S_{g,m,k,i} A_{g,m,k}} \quad (i \in r, A_{g,m,k}: \text{パス幅}) \quad (4.2.2.7)$$

最後に、飛行方向に関する重み付け積分を実施し、領域平均の全中性子束を(4.2.2.8)式で計算できる。

$$\begin{aligned} \phi_{g,r} &= \sum_m^M \omega_m \overline{\psi}_{g,m,i} \\ &= \frac{1}{\sum_{t,g,r}} \sum_m^M \omega_m Q_{g,m,r} + \frac{1}{\sum_{t,g,r}} \sum_m^M \frac{\omega_m}{\sum_k^K S_{g,m,k,i} A_{g,m,k}} \sum_k^K A_{g,m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}) \end{aligned} \quad (4.2.2.8)$$

(4.2.2.8)式に示すように、全中性子束を計算するための計算式には、セグメント平均角度中性子束は現れない。よって、本手法では定常計算と同様、セグメント平均角度中性子束をメモリ上に保持する必要はない。

以上の操作により、時空座標系における Flat flux region、Characteristics Line が定義でき、全中性子束や角度中性子束といった各種物理量を計算することができることが分かる。以下では、時空座標系における境界条件について示す。

時空座標系を用いた場合、Fig. 4.2.2.6 に示すように空間軸方向の体系境界面以外に時間軸方向にも体系境界面ができる。よって、空間境界面( $z=0, z=z_{max}$ )と時間境界面( $t=0, t=t_{max}$ )の双方に入射角度中性子束を与える必要がある。

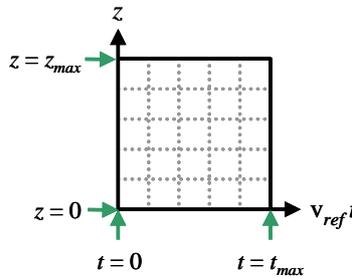


Fig. 4.2.2.6 時空座標系における境界条件

まず時間境界面  $t=0$  及び  $t=t_{max}$  に与える境界条件について考える。Fig. 4.2.2.7 に示すように時刻  $t=0$  において  $z$  軸の正側に進んでいた中性子は、時間の経過に伴い空間境界面での反射を繰り返しながら時空座標系内を運動し、最終的に時刻  $t=t_{max}$  において体系から放出される。よって  $t=0$  の時間境界面については入射角度中性子束を与える必要があるが、 $t=t_{max}$  の時間境界面については入射角度中性子束を与える必要はない。これは、時間軸に逆行する方向の Characteristics Line が存在しないことから明らかである。また、 $t=0$  の時間境界面に対し与える入射角度中性子束は、 $t=0$  が初期状態に該当することから、初期状態における各位置での入射角度中性子束を与えれば良い。

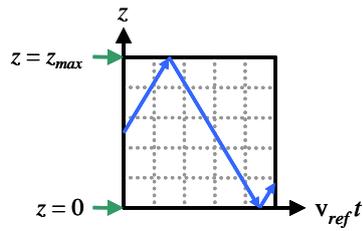


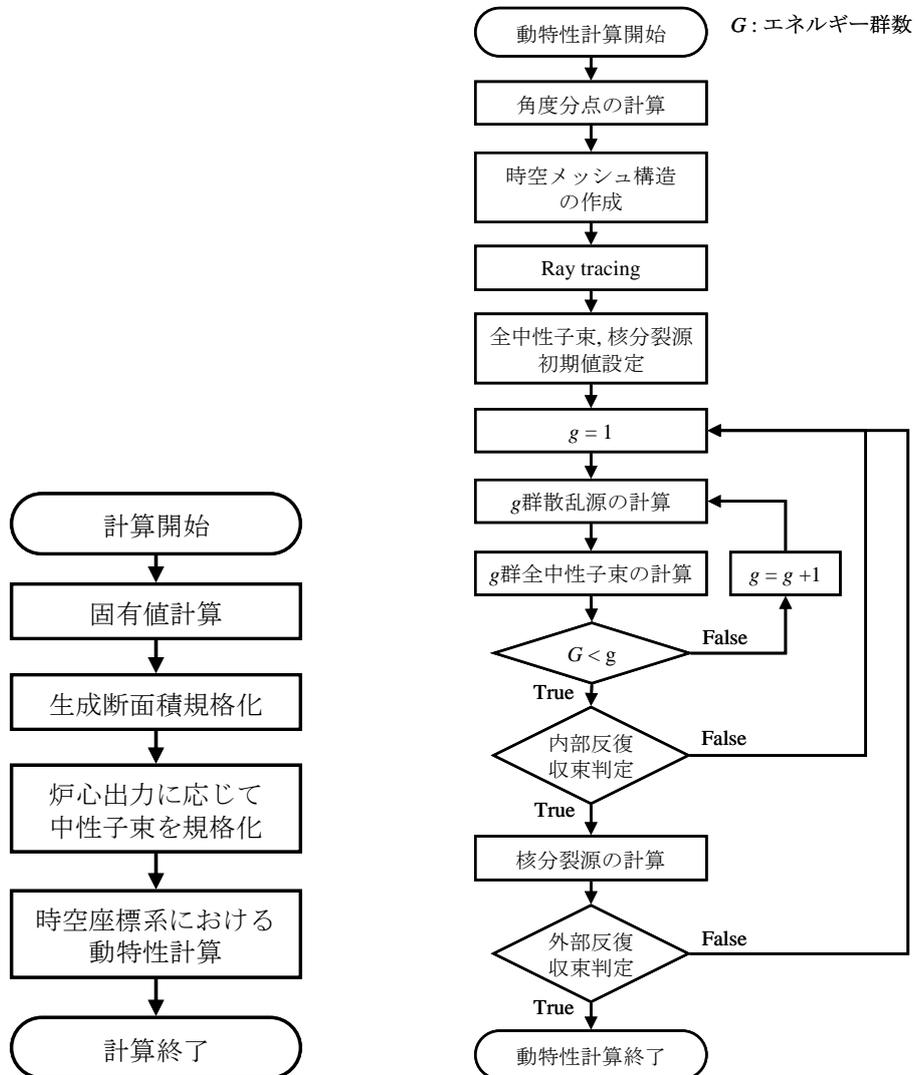
Fig. 4.2.2.7 時空座標系における中性子の移動

次に、空間境界面に与える境界条件について考えると、空間境界面における境界条件は通常の完全反射境界や真空境界等の各種境界条件と全く同一で良いことが分かる。よって、完全反射境界では境界面における放出角度中性子束を入射角度中性子束として与え、真空境界では入射角度中性子束を 0 として与えれば良い。

以上でセグメント平均角度中性子束をメモリ上に保持することなく、動特性計算を実施することができる。次項では、本手法を用いた動特性計算の計算フローについて示す。

### 4.2.3. 計算フロー

前項で述べた通り、本手法を用いることで、一次元体系における動特性計算は時空間二次元体系における定常状態の固定源計算に焼きなおすことができる。よって、本手法の計算フローは Fig. 4.2.3.1 (b) に示すように定常状態における固定源計算フローと同形となる。



(a) 動特性計算までの計算フロー (b) 時空座標系における動特性計算フロー

Fig. 4.2.3.1 本手法における動特性計算フロー

動特性計算に入る前には、まず定常状態における固有値計算もしくは固定源計算を実施する。この時得られた各位置での入射角度中性子束が、時空座標系における動特性計算の時間境界面( $t=0$ )に与える境界条件となる。Fig. 4.2.3.1(a)には臨界状態から開始する動特性計算までの計算フローを示しているため、生成断面積の規格化や中性子束の規格化等の処理が入る。これらの処理を終えた後、Fig. 4.2.3.1(b)に示す時空座標系における動特性計算フローに移行する。

本手法ではまず、入力された空間メッシュ幅、及びタイムステップ幅を用いて Fig. 4.2.3.2 に示すような時空間メッシュ構造を作成する。次に、作成したメッシュ構造に対し Ray tracing を行い、時空座標内での Characteristics Line 群を作成する。ただし、前項で述べた通り、時空座標系における Ray tracing はエネルギー群毎の平均中性子速度に依存することから、全エネルギー群に対し Ray

tracing を行なう必要がある。その後の反復計算を実施する。この時の Transport sweep の計算フローは通常の固定源計算と同様である。

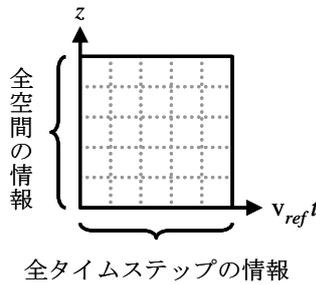


Fig. 4.2.3.2 時空間メッシュ構造

ただし Fig. 4.2.3.1 に示すように、本手法では、従来法と異なりタイムステップに関する反復計算を行なう必要はない。これは Fig. 4.2.3.2 に示すように予め作成した時空間のメッシュ構造内に、全タイムステップ・全空間の物理量が含まれているためである。つまり、Fig. 4.2.3.1 に示す反復計算を全中性子束が十分収束するまで一度実施することで、全タイムステップの全中性子束が一度に得られる。ゆえに、本手法ではタイムステップに関する反復は必要ない。

ただし、従来法のようなタイムステップに関する反復が無いことが、必ずしも計算速度の向上に寄与するわけではないことに留意しておく。例として 100 個の空間メッシュから成る一次元体系における固定源計算を 100 ステップ分実施するよりも、10000 個の時空間メッシュにおける固定源計算を一度実施する方が必ず速いというわけではない。むしろこの場合、反復計算の収束性の観点や CMFD 加速の導入のしやすさを全て考慮すると、計算速度の観点からは前者に分がある。

以上が本手法での動特性計算フローである。本動特性計算手法は解くべき方程式が一見定常状態の計算であるため、従来法のように前ステップから現在のタイムステップへの角度中性子束の時間発展を計算する従来法よりも直感的な時間発展の様子を捉えづらいが、以下のように考えることで本手法における時間発展の概要を捉えることができる。

まず、Fig. 4.2.2.6 で示した通り、本手法では、初期状態においてある位置から放出された中性子の飛跡を Characteristics Line として考え、この時の飛跡に沿って中性子の減衰を計算していく。この操作が時空座標系における Transport sweep である。しかし、 $t = 0 \sim t_{max}$  までの間の個々の Transport sweep において考えると、これらは  $t = 0 \sim t_{max}$  までの角度中性子束の時間発展を計算していることと等価である。つまり本手法では、角度中性子束の時間微分項を空間微分に焼き直したことによって、Transport sweep 自体が時間発展の計算を担っていることとなる。

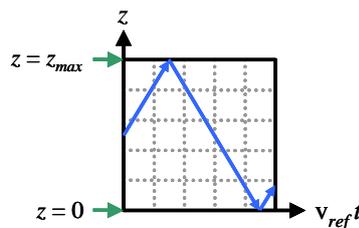


Fig. 4.2.2.6 時空座標系における中性子の移動 (再掲)

また、別の観点から Transport sweep を捉えると、本手法では、Transport sweep の際に  $t = 0$  の初期

状態からある時刻までの角度中性子束の時間発展を反復計算中に再計算していると言える。この概念は、次節で示す On-flight 法の着想にも大きく寄与している。

#### 4.2.4. 時空間における均質化誤差及びその低減方法

4.2.1 節で示した通り、本手法では時間微分項に対し差分近似を適用しておらず、角度中性子束の時間発展を解析的に求めている。よって、時間微分項に対し差分近似を適用した際の差分近似に起因する時間積分誤差は発生しない。しかし、時空座標内でメッシュ分割を行った際、全中性子束及び中性子源は個々の微小な時空間メッシュにおいて一定であると仮定している。よって、時間的・空間的な平均化誤差が生まれる。この時の平均化誤差はメッシュを限りなく細かくすることで低減することができるが、これは計算コストの増大を招く。よって、可能な限り時空間メッシュの分割数は少なく抑えた状態で、良好な計算精度を得る必要がある。

よって本研究では、時空間メッシュにおける平均化誤差を低減するため、Scattered Source Subtraction(SSS)法を採用した[1, 2]。以下にその概要を示す。

まず簡略化のため、エネルギー一群の場合について考えると、(4.2.1.10)式より、Characteristics Line 上の角度中性子束のバランス式は(4.2.4.1)式で表される。

$$\frac{d\psi_{m,k}(s)}{ds} + \Sigma_t \psi_{m,k}(s) = Q_m(s) \quad (4.2.4.1)$$

(4.2.4.1)式に示す通り、本来であれば中性子源項は、Characteristics Line 上で空間的な分布を持つ。(4.2.4.1)式に対し、SSS 法では、(4.2.4.1)式の両辺から  $\Sigma_s \psi(s)$  を差し引き、(4.2.4.2)式のように表す。

$$\frac{d\psi_{m,k}(s)}{ds} + \Sigma_t \psi_{m,k}(s) - \Sigma_s \psi_{m,k}(s) = Q_m(s) - \Sigma_s \psi_{m,k}(s) \quad (4.2.4.2)$$

$$\frac{d\psi_{m,k}(s)}{ds} + \Sigma_a \psi_{m,k}(s) = Q_m(s) - \Sigma_s \psi_{m,k}(s)$$

ただし、エネルギー一群を一群としていることから  $\Sigma_a$  は巨視的吸収断面積であり、 $\Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s$  である。ここで、(4.2.4.1)式と(4.2.4.2)式の右辺両方に Flat flux region 近似を適用すると、(4.2.4.1)、(4.2.4.2)式はそれぞれ(4.2.4.3)、(4.2.4.4)式で表される。

$$\frac{d\psi_{m,k}(s)}{ds} + \Sigma_{t,r} \psi_{m,k}(s) = Q_{m,r} \quad (4.2.4.3)$$

$$\frac{d\psi_{m,k}(s)}{ds} + \Sigma_{a,r} \psi_{m,k}(s) = Q_{m,r} - \Sigma_s \psi_{m,k} = \tilde{Q}_{m,r} \quad (4.2.4.4)$$

ここで、遅発中性子が存在しない、等方散乱を仮定した場合、中性子源項は(4.2.4.5)式で表されることから、(4.2.4.3)、(4.2.4.4)式を比較すると、(4.2.4.4)式の右辺に着目すると、散乱源の項が大きく減少していることが分かる。

$$Q_{m,r} = \frac{1}{4\pi} (\nu \Sigma_f \phi + \Sigma_s \phi) \quad (4.2.4.5)$$

ここで、角度中性子束の角度分布がほぼ等方であると仮定すると、(4.2.4.4)~(4.2.4.6)式より、(4.2.4.4)式は(4.2.4.7)式で表される。

$$\psi \approx \frac{\phi}{4\pi} \quad (4.2.4.6)$$

$$\frac{d\psi_{m,k}(s)}{ds} + \sum_{a,r} \psi_{m,k}(s) \approx \frac{\nu \Sigma_f \phi}{4\pi} \quad (4.2.4.7)$$

(4.2.4.7)式では、散乱源がほぼ0でフラットな状態となっており、散乱源の空間分布の影響が大幅に減少している。ゆえに(4.2.4.3)、(4.2.4.7)式の右辺に対し **Flat flux region** 近似を適用する場合、(4.2.4.3)、(4.2.4.7)式のどちらが適切であるかを考えると、散乱源の空間分布の影響の少ない(4.2.4.7)式に **Flat flux region** 近似を適用した方が適切であり、結果的に中性子源項に対する平均化誤差の影響を低減することができると言える。以上が **SSS** 法の基本概念である。

**SSS** 法は本来、空間的な分布を持つ中性子源項の平均化誤差を低減するための手法であるが、本手法では、角度中性子束の時間微分項を空間微分項に焼き直しているため、**SSS** 法を適用することで、時間及び空間両方の平均化誤差を低減できる可能性がある。よって、本研究では、**SSS** 法と本手法を同時に用いた場合についても検討を行なった。具体的な検討結果については5.2節で述べる。

#### 4.2.5. 二次元／三次元体系への拡張性

本手法では、通常の一次元体系における動特性計算を、時空間二次元体系における定常状態の固定源計算に焼き直して動特性計算を実施する。ゆえに、二次元もしくは三次元体系における動特性計算では、時空間三次元もしくは四次元体系における **Ray tracing** を行なう必要がある。よって、本手法は従来の動特性計算に比べ、二次元もしくは三次元体系への拡張性に劣る。

また、本手法を二次元もしくは三次元体系に対し適用する場合、全中性子束及び中性子源が一定であると見なせるだけの微小な時空間メッシュを時空間三次元もしくは四次元体系で考慮する必要があり、計算時間も膨大となる。

よって本手法は限りなく詳細な時空間メッシュを取れば時間依存輸送方程式に対する近似を最も少なくできる動特性計算手法ではあるものの、実用性の観点からは従来法に分がある。よって次節では、本手法のような理論的観点からのアプローチではなく、より工学的な観点から行った時間依存輸送方程式の厳密解法について述べる。

### 4.3. On-flight 法

#### 4.3.1. 本手法の概要

前節で述べた時空座標における特性曲線を用いた動特性解法は、時間依存の輸送計算をより厳密に解くことができる可能性はあるものの、計算コストの大幅な増加や二次元／三次元体系への拡張性が問題点となっていた。よって、計算理論の観点から **Characteristics** 法を用いた動特性計算が抱える問題点を解決することは困難であると考えられる。よって本研究では、より工学的な観点から **Characteristics** 法を用いた動特性計算の問題点を解決する手法として、**On-flight** 法を提案する。本項では、**On-flight** 法の概要について述べる。

まず、前節で述べた通り、時空座標を用いた動特性解法では、反復計算において **Transport sweep** を実施する度に、 $t = 0$  の初期状態から、ある時刻までの角度中性子束の時間発展を再計算している。

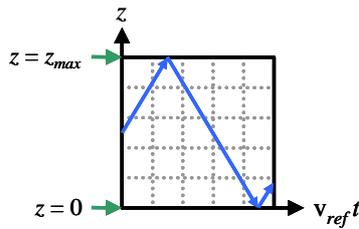


Fig. 4.3.1.1 時空座標系における中性子挙動

ここで、角度中性子束の時間微分項に対して差分近似を適用する場合についても上述の再計算の概念を適用することを考える。つまり、角度中性子束の時間微分項に対し差分近似を適用すると、(4.3.1.1)式に示す角度中性子束のバランス式が得られることから、(4.3.1.1)式右辺第二項の前ステップの角度中性子束を再計算することを考える。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} + \left( \Sigma_{t,g,r}^n + \frac{1}{v_g \Delta t} \right) \psi_{g,m,k,i}^n(s) = Q_{g,r}^n + \frac{\psi_{g,m,k,i}^{n-1}(s)}{v_g \Delta t} \quad (4.3.1.1)$$

ただし、1ステップ前の角度中性子束を再計算するためには、1ステップ前の角度中性子束に関するバランス式を解く必要があり、そのためには2ステップ前の角度中性子束が必要となる。ゆえにこれを繰り返すと、0ステップ目(初期状態)にまで遡って角度中性子束を再計算しなければならないことが分かる。メモリ量を削減するためには以上の再計算を Transport sweep の度に実施すべきであるが、Transport sweep の度に0ステップ目まで遡って角度中性子束を再計算すると、後続のタイムステップになるほど計算コストが増大するという問題がある。

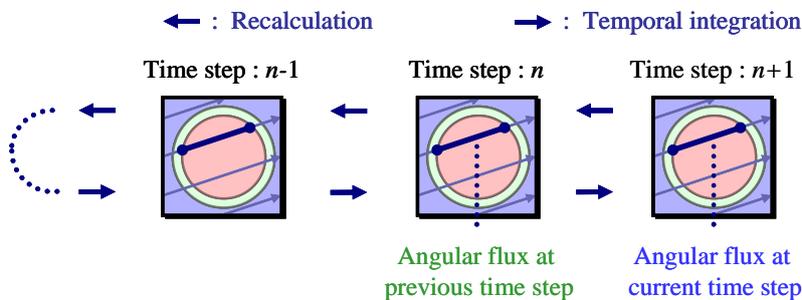


Fig. 4.3.1.2 角度中性子束の再計算の概念図

よって On-flight 法では、遡るタイムステップ数を固定し、最終遡及計算時に等方近似を適用する。つまり1ステップの角度中性子束の再計算を行なう場合、現ステップにおいては等方近似を適用しない。ゆえに、1ステップ前の角度中性子束を再計算によって求める必要がある。しかし、2ステップ前から1ステップ前までの時間変化に等方近似を適用すると、1ステップ前の角度中性子束は再計算無しで求めることができる。この場合、1ステップ分の角度中性子束再計算を実施するための計算コストはかかるものの、1ステップ以上の再計算は必要ないため、後続のタイムステップに移行するにつれて計算コストが増大することはない。以上が On-flight 法の計算概念である。例として Fig. 4.3.1.3 には本手法で1ステップの再計算を実施する際の概念図を示す。

次項では、本手法の計算理論を数学的に記述する。

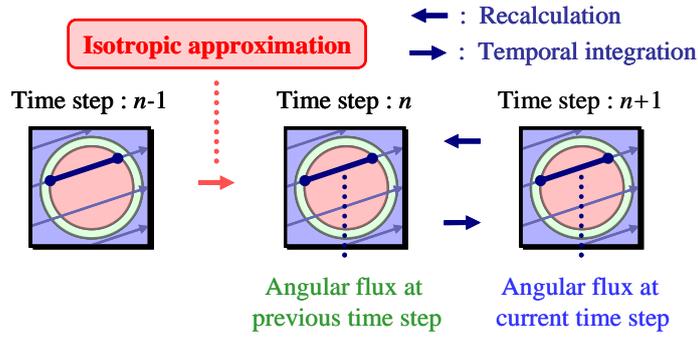


Fig. 4.3.1.3 1ステップの角度中性子束の再計算 + 等方近似の概念図

#### 4.3.2. 基礎理論

まず時間依存の輸送方程式は(4.3.2.1)式で表される。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} = R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \quad (4.3.2.1)$$

ただし、(4.3.2.1)式中の関数  $R_g(r, \Omega, t)$  は(4.3.2.2)式で表される。

$$R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = -\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (4.3.2.2)$$

ここで、(4.3.2.1)式に対し完全陰解法を適用すると、(4.3.2.2)式より、(4.3.2.3)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \psi_g^n(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\Delta t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}^{n+1}(\vec{r}) \psi_g^{n+1}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}^{n+1}(\vec{r}) \phi_{g'}^{n+1}(\vec{r}) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}^{n+1}(\vec{r}) \end{aligned} \right\} \quad (4.3.2.3)$$

次に、Characteristics Line 上の角度中性子束のバランス式を前章と同様に求めると、(4.3.2.3)式は(4.3.2.4)式で表される。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) - \psi_{g,m,k,i}^n(s)}{\Delta t} + \frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family,r}^{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (4.3.2.4)$$

さらに、遅発中性子先行核密度は(4.3.2.5)式で表されるため、(4.3.2.5)式を(4.3.2.4)式に代入すると、(4.3.2.6)式を得る。

$$C_{family,r}^{n+1} = \mu_{family} C_{family,r}^n + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n + \xi_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} \quad (4.3.2.5)$$

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left( \Sigma_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right) \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{v_g \Delta t} \quad (4.3.2.6)$$

ただし、(4.3.2.6)式中の各変数は(4.3.2.7)、(4.3.2.8)式に示す通りである。

$$Q_{g,r}^{n+1} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} + \gamma_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^{n+1} \phi_{g',r}^{n+1} \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left( \mu_{family} C_{family,r}^n + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.3.2.7)$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g} (1 - \beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \quad (4.3.2.8)$$

ここで(4.3.2.6)式の右辺第二項には前ステップの角度中性子束が含まれているため、これをメモリ上に保持することは所要メモリ量の観点から困難である。ゆえにタイムステップを遡り、(4.3.2.6)式における右辺第二項の角度中性子束を再計算することを考える。(4.3.2.6)式より、前ステップの角度中性子束は(4.3.2.9)式より再計算することができる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} + \left( \Sigma_{t,g,r}^n + \frac{1}{v_g \Delta t} \right) \psi_{g,m,k,i}^n(s) = Q_{g,r}^n + \frac{\psi_{g,m,k,i}^{n-1}(s)}{v_g \Delta t} \quad (4.3.2.9)$$

ただし、(4.3.2.9)式を用いて1ステップ前の角度中性子束を再計算するためには、2ステップ前の角度中性子束が必要である。以上の操作を繰り返すと、最終的に  $n+1$  ステップ目の角度中性子束を計算するためには、初期状態までタイムステップを遡り、(4.3.2.10)式に示す連立微分方程式を解く必要がある。

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left\{ \Sigma_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) &= Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{v_g \Delta t} \\ \frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} + \left\{ \Sigma_{t,g,r}^n + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^n(s) &= Q_{g,r}^n + \frac{\psi_{g,m,k,i}^{n-1}(s)}{v_g \Delta t} \\ &\vdots \\ \frac{d\psi_{g,m,k,i}^1(s)}{ds} + \left\{ \Sigma_{t,g,r}^1 + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^1(s) &= Q_{g,r}^1 + \frac{\psi_{g,m,k,i}^0(s)}{v_g \Delta t} \end{aligned} \quad (4.3.2.10)$$

しかし、(4.3.2.10)式を直接計算してしまうとタイムステップ数に比例して計算量が増加する。よって本手法では、遡るタイムステップの数を有限で打ち切り、最終遡及計算時に等方近似を適用する。例として、1ステップの遡及計算を実施する場合、(4.3.2.11)、(4.3.2.12)式に示す連立微分方程式を解析的に解く。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left\{ \Sigma_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{v_g \Delta t} \quad (4.3.2.11)$$

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} + \Sigma_{t,g,r}^n \psi_{g,m,k,i}^n(s) = Q_{g,r}^n + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^{n-1} - \phi_{g,r}^n}{v_g \Delta t} \quad (4.3.2.12)$$

ここで、(4.3.2.11)式は角度中性子束の時間微分項に等方近似を適用していない、現ステップの中性子バランス式であるが、(4.3.2.12)式は等方近似を適用した前ステップの中性子バランス式である。

1ステップの遡及計算を行なう On-flight 法では、まず(4.3.2.12)式より、(4.3.2.13)式に示す前ステップの角度中性子束の解析解を得る。

$$\psi_{g,m,k,i}^n(s) = \psi_{g,m,k,i}^{in,n} \exp(-\Sigma_{t,g,r}^n s) + \frac{Q_{g,r}^n + S_{g,r}^n}{\Sigma_{t,g,r}^n} \{1 - \exp(-\Sigma_{t,g,r}^n s)\} \quad (4.3.2.13)$$

ここで、(4.3.2.13)式中の定数  $S_{g,r}^n$  は(4.3.2.14)式で表される。

$$S_{g,r}^n = \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^{n-1} - \phi_{g,r}^n}{v_g \Delta t} \quad (4.3.2.14)$$

次に、(4.3.2.13)式を(4.3.2.11)式に代入すると、(4.3.2.11)式の解析解が(4.3.2.15)式で与えられる。

$$\begin{aligned} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) &= \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} \exp(-\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s) + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1}} \{1 - \exp(-\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s)\} \\ &+ \frac{1}{v_g \Delta t} \frac{Q_{g,r}^n + S_{g,r}^n}{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} \Sigma_{t,g,r}^n} \{1 - \exp(-\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s)\} \\ &+ \frac{1}{v_g \Delta t} \left( \psi_{g,m,k,i}^{in,n} - \frac{Q_{g,r}^n + S_{g,r}^n}{\Sigma_{t,g,r}^n} \right) \frac{\exp(-\Sigma_{t,g,r}^n s) - \exp(-\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s)}{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} - \Sigma_{t,g,r}^n} \end{aligned} \quad (4.3.2.15)$$

$$\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} = \Sigma_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \quad (4.3.2.16)$$

よって、極角方向の補正を加えたセグメント長を(4.3.2.13)、(4.3.2.15)式に代入すると、前ステップ及び現ステップにおける放出角度中性子束を(4.3.2.17)、(4.3.2.18)式でそれぞれ計算することができる。

$$\psi_{g,m,k,i}^{out,n}(s) = \psi_{g,m,k,i}^{in,n} \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}^n s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) + \frac{Q_{g,r}^n + S_{g,r}^n}{\Sigma_{t,g,r}^n} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}^n s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) \right\} \quad (4.3.2.17)$$

$$\begin{aligned} \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}(s) &= \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} \exp\left(-\frac{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1}} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) \right\} \\ &+ \frac{1}{v_g \Delta t} \frac{Q_{g,r}^n + S_{g,r}^n}{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} \Sigma_{t,g,r}^n} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) \right\} \\ &+ \frac{1}{v_g \Delta t} \left( \psi_{g,m,k,i}^{in,n} - \frac{Q_{g,r}^n + S_{g,r}^n}{\Sigma_{t,g,r}^n} \right) \frac{\exp\left(-\frac{\Sigma_{t,g,r}^n s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) - \exp\left(-\frac{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} s_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right)}{\Sigma'_{t,g,r}{}^{n+1} - \Sigma_{t,g,r}^n} \end{aligned} \quad (4.3.2.18)$$

また、前ステップと現ステップのセグメント平均角度中性子束は(4.3.2.19)、(4.3.2.20)式で計算す

ることができる。

$$\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} = \frac{\psi_{g,m,k,i}^{in,n} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n}}{\sum_{t,g,r}^n s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1} + S_{g,r}^n}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} \quad (4.3.2.19)$$

$$\overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}} = \frac{\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} v_g \Delta t} \quad (4.3.2.20)$$

よって、現ステップにおける領域平均の角度中性子束は(4.3.2.21)式で表される。ただしこの時、(4.3.2.22)式に示す規格化条件が成り立っているものとする。

$$\overline{\psi_{g,m,r}} = \frac{\sin \theta_m}{V_r \sum_{t,g,r}^{n+1}} \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} \left( \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} v_g \Delta t} \frac{s_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \right) + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} \quad (4.3.2.21)$$

$$\sum_{k \in r} s_{m,k,i} \delta A_{m,k} = V_r \quad (4.3.2.22)$$

最後に、領域平均角度中性子束を全立体角で積分すると、全中性子束は(4.3.2.23)式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{g,r}^{n+1} &= \frac{1}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} \sum_m^M \omega_m \mathcal{Q}_{g,r}^{n+1} \\ &+ \frac{1}{V_r \sum_{t,g,r}^{n+1}} \sum_m^M \omega_m \sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} \left( \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} v_g \Delta t} \frac{s_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \right) \end{aligned} \quad (4.3.2.23)$$

ただし、(4.3.2.15)式には前ステップの入射角度中性子束が含まれており、これらを全てメモリ上に配置しておくことは、セグメント平均角度中性子束をメモリ上に配置するのと同様に困難である。よって、前ステップのセグメント平均角度中性子束は、Transport sweep 中に再計算する。1ステップの遡及計算を行なう際の On-flight 法の Transport sweep フローは Fig. 4.3.2.1 に示す通りである。

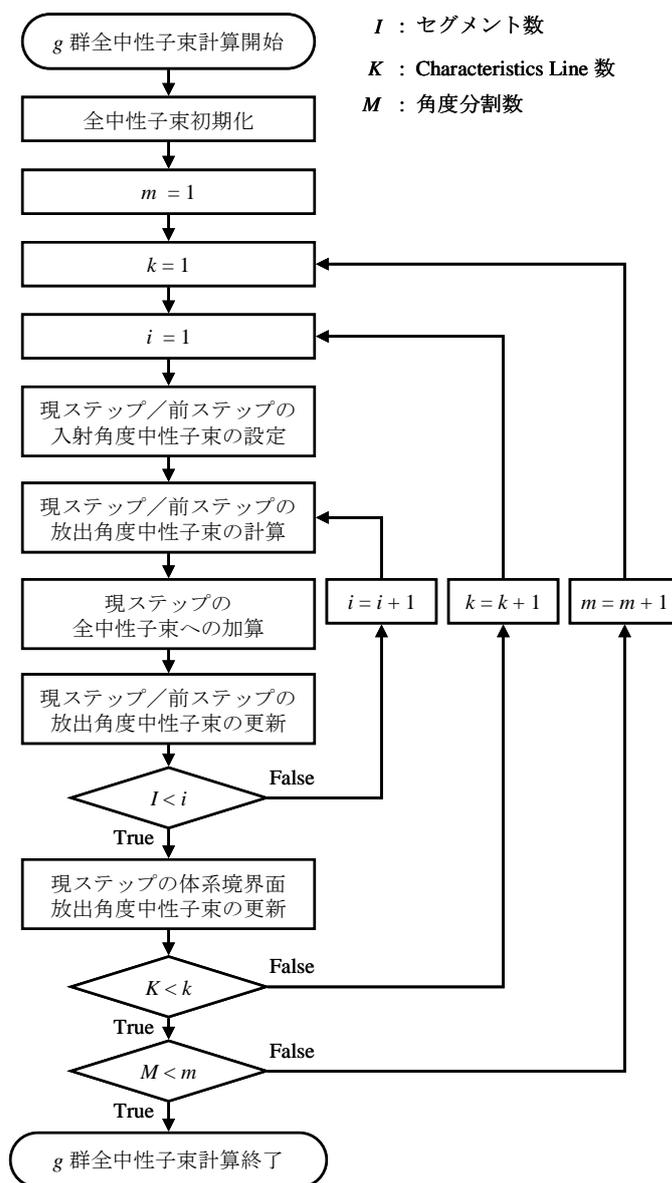


Fig. 4.3.2.1 1ステップの遡及計算を行なう On-flight 法の Transport sweep フロー

Fig. 4.3.2.1 に示すように、1ステップの遡及計算を行なう場合、 $i$  番目のセグメント領域に対する入射角度中性子束を設定する際、現ステップと前ステップの両方において、入射角度中性子束を設定する。また、放出角度中性子束についても現ステップと前ステップ、両方の放出角度中性子束を計算する。この時、現ステップは角度中性子束時間微分項に対し等方近似を適用していないバランス式から導き出した(4.3.2.18)式を用いて放出角度中性子束を計算するのに対し、前ステップにおける放出角度中性子束は、等方近似を適用した(4.3.2.17)式より計算する。

以上の操作により、着目セグメント  $i$  に対する現ステップと前ステップにおける入射角度中性子束と放出角度中性子束が得られる。よって、 $n-1$  ステップ目から  $n$  ステップ目までの全中性子束を用いると、(4.3.2.19)式より、前ステップのセグメント平均角度中性子束を再計算することができる。また、(4.3.2.19)式より再計算した前ステップのセグメント平均角度中性子束を用いて、(4.3.2.23)式より全中性子束への加算分を計算することができる。最後に、現ステップ及び前ステップにおける  $i$  番目のセグメントからの放出角度中性子束を、次のセグメントへの入射角度中性子束として更新することで、後続のセグメントでの計算も同様に行なうことができる。つまり、1

ステップの遡及計算を行なう On-flight 法は、現ステップと前ステップ、計 2 ステップ分の Transport sweep を同時並行で行ないつつ、角度中性子束再計算用の前ステップの Transport sweep に用いるバランス式に、等方近似を適用していると言える。

なお、全中性子束の計算に用いる(4.3.2.23)式中に前ステップのセグメント平均角度中性子束が現れており、一見これらを全てメモリ上に配置しておく必要があるように見えるが、上述の通り、前ステップのセグメント平均角度中性子束は(4.3.2.19)式より計算することができるため、その全てをメモリ上に配置しておく必要はない。ゆえに On-flight 法では、Straightforward 法に比べ所要メモリ量を大幅に低減することができる。

以上が On-flight 法の計算理論である。次項では、本手法の厳密性について述べる。

### 4.3.3. 本手法の厳密性

On-flight 法では、現ステップの角度中性子束を計算するために、複数ステップ前まで遡ったところから角度中性子束を再計算する。ただし、最終遡及計算時には等方近似を適用する。この操作により、複数ステップ前に適用した等方近似の影響は遡るタイムステップに比例して減少する。本項では、On-flight 法の厳密性を示す意味でも、複数ステップ前に適用した等方近似に起因する近似誤差の低減効果について示す。

まず Straightforward 法について考えると、各セグメントにおける角度中性子のバランス式は(4.3.3.1)式で表される。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} \quad (4.3.3.1)$$

ここで、(4.3.3.1)式の両辺を(4.3.3.2)式のようにセグメント内で平均化する。

$$\begin{aligned} \frac{\sin \theta_m}{s_{m,k,i}} \int_0^{s_{m,k,i}} \left[ \frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) \right] ds \\ = \frac{\sin \theta_m}{s_{m,k,i}} \int_0^{s_{m,k,i}} \left( Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} \right) ds \end{aligned} \quad (4.3.3.2)$$

次に(4.3.3.2)式を計算すると、(4.3.3.3)式が得られる。

$$\frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1}}}{s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}} = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{v_g \Delta t} \quad (4.3.3.3)$$

よって(4.3.3.3)式を整理すると、Straightforward 法におけるセグメント平均角度中性子束の基礎式である(4.3.3.4)式が導出できる。

$$\overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1,ref}} = \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1}} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} v_g \Delta t} \quad (ref: \text{Straightforward 法}) \quad (4.3.3.4)$$

(4.3.3.4)式は角度中性子束の時間微分項の非等方性を完全に考慮しているため、最も厳密な式であるが、等方近似法や On-flight 法では、(4.3.3.4)式に近似誤差が含まれた形で表記される。

まず等方近似法から考えると、等方近似法では、各セグメントにおける角度中性子のバランス

式が(4.3.3.5)式で表される。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^n - \phi_{g,r}^{n+1}}{v_g \Delta t} \quad (4.3.3.5)$$

ここで、(4.3.3.1)、(4.3.3.5)式を比較すると、等方近似法を(4.3.3.6)、(4.3.3.7)式で表すこともできる。ただし、(4.3.3.7)式で定義される  $\varepsilon$  は等方近似による誤差項である。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} + \varepsilon_{g,m,k,i}^{n+1}(s) \quad (4.3.3.6)$$

$$\varepsilon_{g,m,k,i}^{n+1}(s) \equiv \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^n - \phi_{g,r}^{n+1}}{v_g \Delta t} - \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} \quad (4.3.3.7)$$

次に、(4.3.3.6)式の両辺をセグメント内で平均化する。

$$\begin{aligned} & \frac{\sin \theta_m}{s_{m,k,i}} \int_0^{s_{m,k,i}} \left[ \frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) \right] ds \\ &= \frac{\sin \theta_m}{s_{m,k,i}} \int_0^{s_{m,k,i}} \left( Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} + \varepsilon_{g,m,k,i}^{n+1}(s) \right) ds \end{aligned} \quad (4.3.3.8)$$

(4.3.3.8)式を計算すると、(4.3.3.9)式を得る。

$$\frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1}}}{s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}} = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{v_g \Delta t} + \overline{\varepsilon_{g,m,k,i}^{n+1}} \quad (4.3.3.9)$$

よって、(4.3.3.9)式より、等方近似法におけるセグメント平均角度中性子束は(4.3.3.10)式で表される。

$$\begin{aligned} \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1,iso}} &= \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{in,n+1}} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} v_g \Delta t} + \frac{\overline{\varepsilon_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} \quad (iso: \text{等方近似}) \quad (4.3.3.10) \\ &= \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1,ref}} + \frac{\overline{\varepsilon_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} \end{aligned}$$

よって(4.3.3.4)、(4.3.3.10)式を比較すると、Straightfoward 法でのセグメント平均角度中性子束に誤差項が加わった形で等方近似法でのセグメント平均角度中性子束を記述できる。

最後に、On-flight 法でのセグメント平均角度中性子束の計算方法について考える。簡略化のため、1 ステップの遡及計算を行なう On-flight 法を考えると、着目しているセグメントにおける角度中性子束のバランス式は(4.3.3.11)、(4.3.3.12)式で表される。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} \quad (4.3.3.11)$$

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^n \psi_{g,m,k,i}^n(s) = Q_{g,r}^n + \frac{\psi_{g,m,k,i}^{n-1}(s) - \psi_{g,m,k,i}^n(s)}{v_g \Delta t} + \varepsilon_{g,m,k,i}^n(s) \quad (4.3.3.12)$$

よって、(4.3.3.11)、(4.3.3.12)式を平均化すると、(4.3.3.13)、(4.3.3.14)式が得られる。

$$\frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1}}}{s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}} = Q_{g,r}^{n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{v_g \Delta t} \quad (4.3.3.13)$$

$$\frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n} - \psi_{g,m,k,i}^{in,n}}}{s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \sum_{t,g,r}^n \overline{\psi_{g,m,k,i}^n} = Q_{g,r}^n + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{n-1} - \psi_{g,m,k,i}^n}}{v_g \Delta t} + \overline{\varepsilon_{g,m,k,i}^n} \quad (4.3.3.14)$$

よって、まず(4.3.3.14)式より、前ステップのセグメント平均角度中性子束は(4.3.3.15)式で再計算される。

$$\overline{\psi_{g,m,k,i}^{n,iso}} = \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{in,n} - \psi_{g,m,k,i}^{out,n}}}{\sum_{t,g,r}^n s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^n}{\sum_{t,g,r}^n} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{n-1} - \psi_{g,m,k,i}^n}}{\sum_{t,g,r}^n v_g \Delta t} + \frac{\overline{\varepsilon_{g,m,k,i}^n}}{\sum_{t,g,r}^n} \quad (4.3.3.15)$$

1 ステップの遡及計算を行なう On-flight 法では、(4.3.3.15)式で再計算されたセグメント平均角度中性子束を用いて現ステップのセグメント平均角度中性子束を計算するため、(4.3.3.13)、(4.3.3.15)式より、現ステップの角度中性子束は(4.3.3.16)式で表される。

$$\begin{aligned} \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}} &= \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{n,iso} - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} v_g \Delta t} \\ &= \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^{out,n+1} - \psi_{g,m,k,i}^{in,n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} s_{m,k,i} / \sin \theta_m} + \frac{Q_{g,r}^{n+1}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{\sum_{t,g,r}^{n+1} v_g \Delta t} + \frac{1}{v_g \Delta t \sum_{t,g,r}^n} \frac{\overline{\varepsilon_{g,m,k,i}^n}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} \\ &= \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1,ref}} + f^* \frac{\overline{\varepsilon_{g,m,k,i}^n}}{\sum_{t,g,r}^{n+1}} \end{aligned} \quad (4.3.3.16)$$

ただし、(4.3.3.16)式中の  $f^*$  は(4.3.3.17)式で表される。

$$f^* = \frac{1}{v_g \Delta t \sum_{t,g,r}^n} \quad (4.3.3.17)$$

ここで、(4.3.3.10)、(4.3.3.16)式を比較すると、 $f^*$  が 1 よりも小さければ、1 ステップ前で適用した等方近似の影響は低減される。また、この時の低減幅は係数  $f^*$  の大きさにも強く依存する。

ここで、スケール係数  $f^*$  の大きさについて考えると、 $f^*$  は通常動特性計算で用いられるようなタイムステップであれば、1 よりも小さい。具体的には、最も遅い熱群の中性子を考慮しても中性子の平均速度は  $10^5$  cm/sec オーダーであり、即発臨界に至るような急峻な過渡を想定しても、要求されるタイムステップ幅はおよそ  $10^{-4} \sim 10^{-3}$  sec 程度である。また熱群を想定した場合、巨視的全断面積は比較的大きく、 $0.1 \sim 1$  cm<sup>-1</sup> オーダー程度である。ゆえにスケール係数  $f^*$  は炉心で想定される過渡計算条件では 1 よりも小さく、On-flight 法は炉心で想定されるあらゆる過渡に対して、等方近似に起因する近似誤差を低減することができる。

なお、上記は 1 ステップの遡及計算を実施した場合の例であるが、 $N$  ステップの遡及計算を実施した場合、On-flight 法は等方近似による近似誤差を  $(1/v_g \Delta t \sum_{t,g}^n)^N$  に低減することができる。これは遡るタイムステップの数を適切に設定することで、On-flight 法の計算結果は実用上十分な計算

精度で Straightforward 法と一致することを意味する。また、スケーリング係数のオーダーが大きくとも  $10^{-1}$  程度であることから、遡るタイムステップの数は、実用上、多くとも数ステップで十分であると考えられる。

以上の観点から、本研究では  $N$  ステップの遡及計算を行なう On-flight 法を  $N$  次の On-flight 法と呼ぶこととする。なお、0 次の On-flight 法は結果的に遡及計算を行なわないことを意味するため、等方近似法に等しく、 $\infty$  次の On-flight 法が Straightforward 法と等価となる。

#### 4.3.4. 所要メモリ量及び計算コスト

最後に、On-flight 法の所要メモリ量及び計算コストについて考える。なお、本項では簡略のため 1 次の On-flight 法の場合についてのみ示す。

まず 1 次の On-flight 法では現ステップと前ステップの Transport sweep を同時に実施する。さらに、前ステップの角度中性子束の再計算には等方近似法を採用するため、1 次の On-flight 法でメモリ上に必要となるデータは以下の 2 つである。

- ①  $n$  ステップ目及び  $n+1$  ステップ目における体系境界面での入射角度中性子束
- ②  $n-1 \sim n+1$  ステップ目までの全中性子束

①は現ステップ現ステップと前ステップの Transport sweep を実施するために必要となるデータであり、②は前ステップにおける角度中性子束のバランス式に等方近似を適用しているために必要となるデータである。以上の条件の下、Straightforward 法及び等方近似法との比較のため、Fig. 4.3.4.1(b)に示す体系で所要メモリ量を算出する。

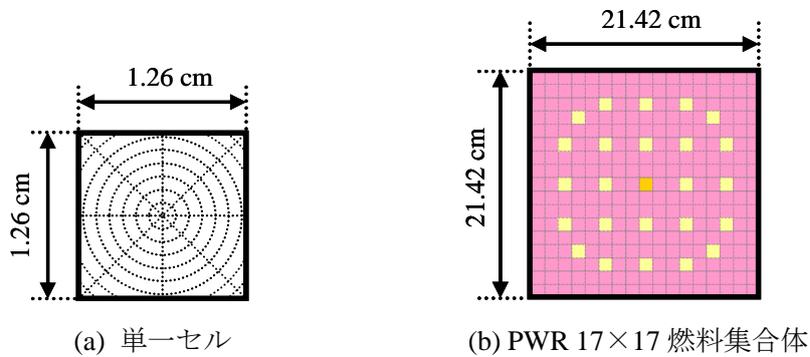


Fig. 4.3.4.1 単一セルの定義及び単一燃料集合体体系

計算条件は Table 4.3.4.1 に示す通りである。

Table 4.3.4.1 計算条件

計算条件	設定値
エネルギー群数	7
方位角分割数/分点	Cyclic tracking 128 分点
極角分割数/分点	TY-opt 3 分点
Ray traicing 方法	Cyclic tracking 法
パス幅	0.01 cm
セル内分割数	72 分割

以上の条件の下、Straightforward 法、等方近似法、On-flight 法で必要となるメモリ量を計算した。各手法の所要メモリ量は Table 4.3.4.2 に示す通りである。

Table 4.3.4.2 Straightforward 法／等方近似法／1 次の On-flight 法で必要とされるメモリ量

パラメータ	1 ステップ分のメモリ所要量	所要メモリ量		
		Straightforward 法	等方近似法	1 次の On-flight 法
セグメント平均 角度中性子束	9598 MB	19196 MB	0 MB	0 MB
入射角度中性子束	58 MB	58 MB	58 MB	116 MB
全中性子束	1 MB	2 MB	2 MB	3 MB
合計	-	19256 MB	60 MB	119 MB

Table 4.3.4.2 に示すように、1 次の On-flight 法は等方近似法よりは多くのメモリを要するものの、Straightforward 法よりも極めて少ないメモリ量で計算を実現できることが分かる。

次に計算コストについて考える。Straightforward 法や等方近似法では現ステップにおける Transport sweep を実施すれば良いだけであるのに対し、1 次の On-flight 法では現ステップ及び前ステップの Transport sweep を実施する必要がある。よって現ステップと前ステップの Transport sweep の計算コストはほぼ変わらないことを考慮すると、1 次の On-flight 法では等方近似法や Straightforward 法のおよそ 2 倍の計算コストがかかることとなる。ただし計算精度の観点からは、On-flight 法で遡るタイムステップの数は多くとも数ステップ程度で十分であり、On-flight 法の計算コストは最大でも等方近似法の数倍の計算コストにしかならない。また、この程度の計算コスト増化は並列計算等により十分カバーできる範囲であり、莫大な計算コストの増加ではない。

以上の観点から、On-flight 法は、従来法に比べ数倍程度の計算コストの増加は招くものの、極めて実用的なメモリ量で従来の等方近似の影響を大幅に低減することができると言える。

#### 4.4. 時間依存輸送方程式に対する MAF 法の適用

前節で述べた On-flight 法は、前ステップの角度中性子束を再計算することでメモリ量を低減し、角度中性子束の時間微分項に対する等方近似の影響を低減する手法であった。一方、本節では、より実用的な計算時間で Characteristics 法を用いた動特性計算を実現するための方法として、時間依存輸送方程式に対する MAF 法[3-5]の適用を提案する。ただし MAF 法は元々拡散方程式をベースとして構築された計算手法であるため、本節では時間依存輸送方程式から再度 MAF 法の導出を行なう。

##### 4.4.1. 等方近似法に対する MAF 法の適用

3.3.4 項で述べた通り、MAF 法は現行の主要な動特性計算手法である周波数変換法や、計算精度の低下を抑えつつ高速な計算が可能となる改良準静近似法を統一的に扱うことが可能な手法となっており、その計算方法は改良準静近似法と同様、『詳細タイムステップの計算』と『粗タイムステップの計算』を組み合わせ、従来法よりも高速かつ高精度な動特性計算の実現を図るものである。本項では、角度中性子束の時間微分項に対し等方近似を適用した時間依存輸送方程式に対する MAF 法の適用方法について述べる。なお、角度中性子束の時間微分項に対し等方近似を適用した時間依存輸送方程式は(4.4.1.1)、(4.4.1.2)式で表される。

$$\frac{1}{4\pi} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = Q_g(\vec{r}, t) \quad (4.4.1.1)$$

$$Q_g(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g, family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.1.2)$$

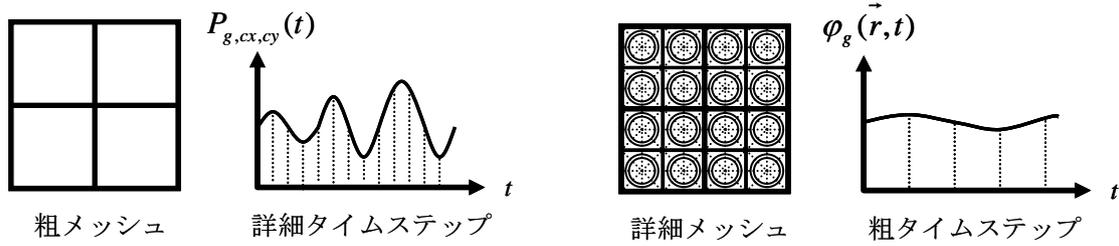
まず等方近似法において MAF 法を導入するには、全中性子束を(4.4.1.3)式のように振幅関数と形状関数の積で表記する。

$$\phi_g(\vec{r}, t) = P_{g,cx,cy}(t) \varphi_g(\vec{r}, t) \quad (4.4.1.3)$$

$P_{g,cx,cy}(t)$  : エネルギー-g 群、粗メッシュ( $cx, cy$ )の振幅関数

$\varphi_g(\vec{r}, t)$  : 形状関数

ここで、(4.4.1.3)式中の振幅関数は、粗メッシュで定義される関数であり、形状関数は詳細メッシュで定義される関数である。



(a) 振幅関数の定義領域

(b) 形状関数の定義領域

Fig. 4.4.1.1 振幅関数及び形状関数の定義領域

次に、(4.4.1.3)式を(4.4.1.1)式に代入すると、(4.4.1.4)式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \frac{1}{v_g} \left( \frac{\partial P_{g,cx,cy}(t)}{\partial t} \varphi_g(\vec{r}, t) + P_{g,cx,cy}(t) \frac{\partial \varphi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} \right) \\ & = -\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + Q_g(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (4.4.1.4)$$

(4.4.1.4)式を整理すると、(4.4.1.5)式を得る。

$$\frac{1}{4\pi} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \varphi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{P_{g,cx,cy}(t)} \quad (4.4.1.5)$$

ただし、(4.4.1.5)式中の関数  $R_g$  は(4.4.1.6)式に示す通りである。

$$\begin{aligned} R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) & = -\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\ & + Q_g(\vec{r}, t) - \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_{g,cx,cy}(t)}{v_g} \varphi_g(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (4.4.1.6)$$

$$\omega_{g,cx,cy}(t) = \frac{1}{P_{g,cx,cy}(t)} \frac{\partial P_{g,cx,cy}(t)}{\partial t} \quad (4.4.1.7)$$

ここで、(4.4.1.5)式に完全陰解法を適用すると、形状関数に関するバランス式である(4.4.1.8)式が得られる。ただし、形状関数のタイムステップ幅を  $\Delta t_{shape}$  とする。

$$\frac{\varphi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \varphi_g(\vec{r}, t_n)}{4\pi v_g \Delta t_{shape}} = \frac{R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t_{n+1})}{P_{g,i}(t_{n+1})}, \quad t_{n+1} = t_n + \Delta t_{shape} \quad (4.4.1.8)$$

次に、(4.4.1.8)式の両辺に振幅関数  $P_{g,cx,cy}(t_{n+1})$  を掛け、式を整理すると、最終的に(4.4.1.9)式を得る。

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t_{n+1}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t_{n+1}) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t_{n+1}) \\ &= \tilde{Q}_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \frac{\omega_{g,cx,cy}(t_{n+1}) \Delta t_{shape} + 1}{4\pi v_g \Delta t_{shape}} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) + \frac{\phi_g(\vec{r}, t_n)}{4\pi v_g \Delta t_{shape}} \frac{P_{g,cx,cy}(t_{n+1})}{P_{g,cx,cy}(t_n)} \end{aligned} \quad (4.4.1.9)$$

ただし、(4.4.1.9)式中の中性子源項の中には、現ステップの遅発中性子先行核密度が含まれていることから、現ステップの遅発中性子先行核密度を(4.4.1.10)式で表すと、(4.4.1.9)式より、(4.4.1.11)式が得られる。

$$\begin{aligned} C_{family}(\vec{r}, t_{n+1}) &= \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) + \eta_{family} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \\ &+ \xi_{family} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \end{aligned} \quad (4.4.1.10)$$

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t_{n+1}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t_{n+1}) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t_{n+1}) = \tilde{Q}_g(\vec{r}, t_{n+1}) + S_g(\vec{r}, t_n) \quad (4.4.1.11)$$

ただし、(4.4.1.11)式の各変数は(4.4.1.12)~(4.4.1.14)に示す通りである。

$$\tilde{Q}_g(\vec{r}, t_{n+1}) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) + \gamma_g \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \phi_{g'}(\vec{r}, t_{n+1}) \\ & - \frac{\omega_{g,cx,cy}(t_{n+1}) \Delta t_{shape} + 1}{v_g \Delta t_{shape}} \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.1.12)$$

$$\gamma_g = \chi_{p,g} (1 - \beta) + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \xi_{family} \quad (4.4.1.13)$$

$$\begin{aligned} S_g(\vec{r}, t_n) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \begin{aligned} & \mu_{family} C_{family}(\vec{r}, t_n) \\ & + \eta_{family} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t_n) \phi_{g'}(\vec{r}, t_n) \end{aligned} \right\} \\ &+ \frac{\phi_g(\vec{r}, t_n)}{4\pi v_g \Delta t_{shape}} \frac{P_{g,cx,cy}(t_{n+1})}{P_{g,cx,cy}(t_n)} \end{aligned} \quad (4.4.1.14)$$

最後に、(4.4.1.12)式に対し、飛行方向の離散化を加え、Characteristics Line 上の角度中性子束のバランス式を導出すると、(4.4.1.15)~(4.4.1.17)式を得る。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}(s, t_{n+1})}{ds} + \Sigma_{t,g,r}(t_{n+1}) \psi_{g,m,k,i}(s, t_{n+1}) = \tilde{Q}_{g,r}(t_{n+1}) + S_{g,r}(t_n) \quad (i \in \text{region } r) \quad (4.4.1.15)$$

$$\tilde{Q}_{g,r}(t_{n+1}) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}(t) \phi_{g',r}(t_{n+1}) + \gamma_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}(t_{n+1}) \phi_{g',r}(t_{n+1}) \\ & - \frac{\omega_{g,cx,cy}(t_{n+1}) \Delta t_{shape} + 1}{v_g \Delta t_{shape}} \phi_{g,r}(t_{n+1}) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.1.16)$$

$$S_{g,r}(t_n) = \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family,r}(t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}(t_n) \phi_{g',r}(t_n) \right\} \\ + \frac{\phi_{g,r}(t_n)}{4\pi v_g \Delta t_{shape}} \frac{P_{g,cx,cy}(t_{n+1})}{P_{g,cx,cy}(t_n)} \quad (4.4.1.17)$$

よって、(4.4.1.15)~(4.4.1.17)式より、粗タイムステップステップ・詳細メッシュの動特性計算を実施できる。

次に、振幅関数及び動的周波数の計算方法について考えると、(4.4.1.1)式から TCMFD 法で用いる粗メッシュ平均の全中性子束に関するバランス式を導けば良いことが分かる。よって、まず(4.4.1.1)式を全立体角で積分し、粗メッシュ内で平均化すると、(4.4.1.18)式を得る。ただし、粗メッシュ(cx,cy)の体積を  $V_{cx,cy}$  とする。

$$\frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} d\Omega dV + \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega dV \\ + \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega dV = \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} Q_g(\vec{r}, t) d\Omega dV \quad (4.4.1.18)$$

ここで、粗メッシュ平均の全中性子束、遅発中性子先行核密度、巨視的断面積を(4.4.1.19)~(4.4.1.21)式で定義する。

$$\phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \equiv \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \phi_g(\vec{r}, t) dV \quad (4.4.1.19)$$

$$C_{family,cx,cy}^{CM}(t) = \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} C_{family}(\vec{r}, t) dV \quad (4.4.1.20)$$

$$\Sigma_{x,g,cx,cy}^{CM}(t) \equiv \frac{\int_{V_{cx,cy}} \Sigma_{x,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) dV}{\int_{V_{cx,cy}} \phi(\vec{r}, t) dV} \quad (x: \text{反応}) \quad (4.4.1.21)$$

(4.4.1.19)~(4.4.1.21)式より、(4.4.1.18)式は(4.4.1.22)、(4.4.1.23)式で表される。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t)}{\partial t} + \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega dV + \Sigma_{t,g,cx,cy}^{CM} \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) = Q_{g,cx,cy}^{CM}(t) \quad (4.4.1.22)$$

$$Q_{g,cx,cy}^{CM}(t) = \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,cx,cy}^{CM}(t) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',cx,cy}^{CM}(t) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) \\ + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family,cx,cy}^{CM}(t) \quad (4.4.1.23)$$

さらに、中性子流は角度中性子束を用いると(4.4.1.24)式で定義されることから、(4.4.1.22)式の左

辺第二項は、(4.4.1.25)式で表すことができる[6]。ただし、 $S_{cx,cy}$  は粗メッシュ( $cx, cy$ )の表面を意味し、 $\vec{n}$  は粗メッシュ表面の法線ベクトルである。

$$\vec{J}_g(\vec{r}, t) \equiv \int_{4\pi} \vec{\Omega} \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega \quad (4.4.1.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega dV &= \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{S_{cx,cy}} \int_{4\pi} \vec{\Omega} \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega \cdot \vec{n} dS \\ &= \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{S_{cx,cy}} \vec{J}_g(\vec{r}, t) \cdot \vec{n} dS \end{aligned} \quad (4.4.1.25)$$

また、二次元体系を考えた場合、粗メッシュの体積は(4.4.1.26)式で表されることから、Fig. 4.4.1.2に示すように粗メッシュ境界での中性子流を定義した場合、(4.4.1.25)式は(4.4.1.27)式で表される。

$$V_{cx,cy} = \Delta x_{cx}^{CM} \Delta y_{cy}^{CM} \quad (4.4.1.26)$$

$$\frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{S_{cx,cy}} \vec{J}_g(\vec{r}, t) \cdot \vec{n} dS = \frac{J_{g,cx,cy}^{CM,x+} - J_{g,cx,cy}^{CM,x-}}{\Delta x_{cx}} + \frac{J_{g,cx,cy}^{CM,y+} - J_{g,cx,cy}^{CM,y-}}{\Delta y_{cy}} \quad (4.4.1.27)$$

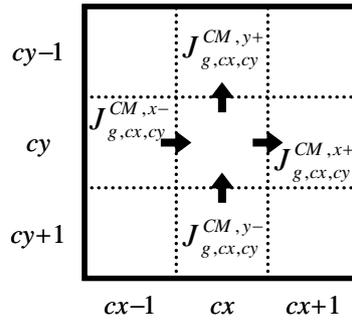


Fig. 4.4.1.2 二次元粗メッシュ体系における中性子流の定義

よって、(4.4.1.22)、(4.4.1.23)、(4.4.1.25)、(4.4.1.27)式より、(4.4.1.28)式を得る。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t)}{\partial t} + \frac{J_{g,cx,cy}^{CM,x+} - J_{g,cx,cy}^{CM,x-}}{\Delta x_{cx}} + \frac{J_{g,cx,cy}^{CM,y+} - J_{g,cx,cy}^{CM,y-}}{\Delta y_{cy}} + \sum_{t,g,cx,cy}^{CM} \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \\ &= \sum_{g'}^G \sum_{s,g' \rightarrow g,cx,cy}^{CM} (t) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',cx,cy}^{CM}(t) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) \\ &\quad + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family,cx,cy}^{CM}(t) \end{aligned} \quad (4.4.1.28)$$

ただし、(4.4.1.28)式中の粗メッシュ表面での中性子流は Characteristics 法での中性子流を再現するものでなければならない。よって、形状関数の計算に用いる時刻と振幅関数の計算に用いる時刻が同じ時、つまり時刻  $t = t_n$  及び  $t = t_{n+1}$  において、(4.4.1.29)、(4.4.1.30)式で計算された粗メッシュ境界の中性子流が Characteristics 法で求めた中性子流に等しくなるように、 $t = t_n$  及び  $t = t_{n+1}$  における中性子流の補正係数  $D^{cor}$  を設定する。なお、 $t = t_n \sim t_{n+1}$  の間は中性子流の補正係数として厳密な値が得られないため、タイムステップ間での線形内挿によって補正係数を決定する。

$$J_{g,cx,cy}^{CM,x+}(t) = -\frac{2D_{g,cx,cy}^{CM}(t)D_{g,cx+1,cy}^{CM}(t)}{D_{g,cx,cy}^{CM}(t)\Delta x_{cx+1}^{CM} + D_{g,cx+1,cy}^{CM}(t)\Delta x_{cx}^{CM}} \left\{ \phi_{g,cx+1,cy}^{CM}(t) - \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \right\} \\ + D_{g,cx,cy}^{cor,x+}(t) \left\{ \phi_{g,cx+1,cy}^{CM}(t) + \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \right\} \quad (4.4.1.29)$$

$$J_{g,cx,cy}^{CM,y+}(t) = -\frac{2D_{g,cx,cy}^{CM}(t)D_{g,cx,cy+1}^{CM}(t)}{D_{g,cx,cy}^{CM}(t)\Delta y_{cy+1}^{CM} + D_{g,cx,cy+1}^{CM}(t)\Delta y_{cy}^{CM}} \left\{ \phi_{g,cx,cy+1}^{CM}(t) - \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \right\} \\ + D_{g,cx,cy}^{cor,y+}(t) \left\{ \phi_{g,cx,cy+1}^{CM}(t) + \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \right\} \quad (4.4.1.30)$$

最後に(4.4.1.29)、(4.4.1.30)式を(4.4.1.28)式に代入し、粗メッシュ平均全中性子束の時間微分項を完全陰解法で解く。また、遅発中性子先行核密度を(4.4.1.10)式と同様に計算後、式を整理すると、最終的に粗メッシュ体系における5点階差式が導出できる。

$$A_{g,cx,cy}^{CM,x-}(t_{amp})\phi_{g,cx-1,cy}^{CM}(t_{amp}) + A_{g,cx,cy}^{CM,0}(t_{amp})\phi_{g,cx,cy}^{CM}(t_{amp}) + A_{g,cx,cy}^{CM,x+}(t_{amp})\phi_{g,cx+1,cy}^{CM}(t_{amp}) \\ A_{g,cx,cy}^{CM,y-}(t_{amp})\phi_{g,cx,cy-1}^{CM}(t_{amp}) + A_{g,cx,cy}^{CM,y+}(t_{amp})\phi_{g,cx,cy+1}^{CM}(t_{amp}) \\ = \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s,g' \rightarrow g,cx,cy}^{CM} (t_{amp}) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t_{amp}) + \gamma_{p,g}^{CM} \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',cx,cy}^{CM}(t_{amp}) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t_{amp}) \\ + S_{g,cx,cy}^{CM}(t_{amp} - \Delta t_{amp}) \quad (4.4.1.31)$$

ただし  $\Delta t_{amp}$  は振幅関数に関するタイムステップ幅であり、 $t_{amp}$  は詳細タイムステップにおける各時刻を示す。ただし3.3.4節で述べた通り、振幅関数の計算において、任意の時刻で粗メッシュ平均の巨視的断面積を計算することはできない。よって、まず時刻  $t = t_n$  及び  $t = t_{n+1}$  における形状関数を予め(4.4.1.32)式を用いて計算しておき、 $t = t_{amp}$  における形状関数を(4.4.1.33)式で内挿して求める。

$$\varphi_g(\vec{r}, t_n) = \frac{\phi_g(\vec{r}, t_n)}{P_{g,cx,cy}(t_n)}, \quad \varphi_g(\vec{r}, t_{n+1}) = \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1})}{P_{g,cx,cy}(t_{n+1})} \quad (4.4.1.32)$$

$$\varphi_g^{inter}(\vec{r}, t_{amp}) = \frac{\varphi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \varphi_g(\vec{r}, t_n)}{\Delta t_{shape}} (t_{amp} - t_n) + \varphi_g(\vec{r}, t_n) \quad (4.4.1.33)$$

次に、内挿して求めた形状関数に対し振幅関数を掛け、全中性子束を再構成し、(4.4.1.34)式を用いて再構成した全中性子束を用いて任意の時刻における均質化断面積を計算する。

$$\phi_g^{reconst}(\vec{r}, t_{amp}) = P_{g,i}(t_{amp}) \varphi_g^{inter}(\vec{r}, t_{amp}) \quad (4.4.1.34)$$

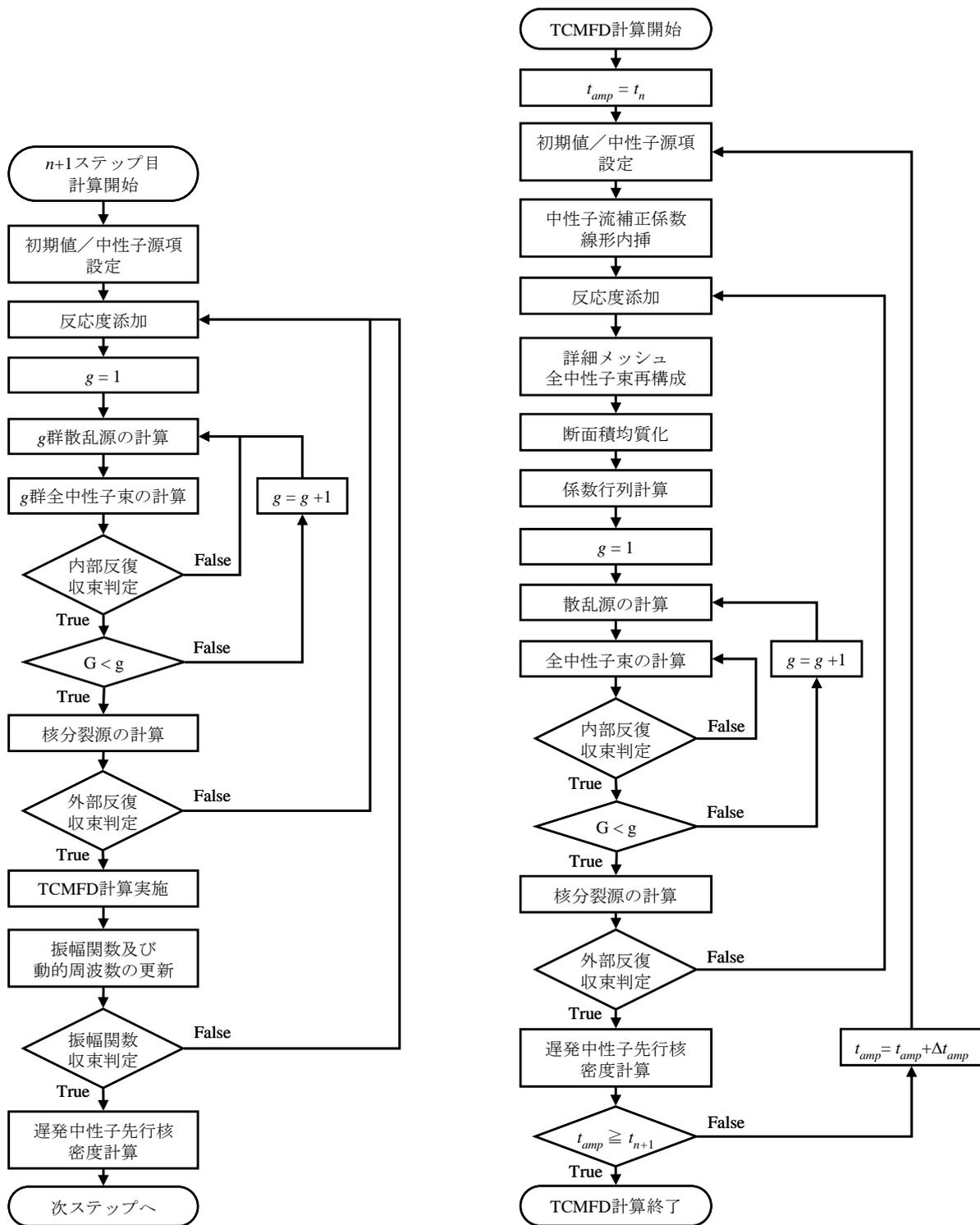
以上の操作により、時刻  $t = t_n \sim t_{n+1}$  までの間の粗メッシュ・詳細タイムステップでの動特性計算が実施できる。最後に、時刻  $t = t_{n+1}$  における粗メッシュ平均全中性子束が求められたら、振幅関数及び動的周波数を(4.4.1.35)、(4.4.1.36)式を用いて更新する。

$$P_{g,cx,cy}(t) \equiv \int_{V_{cx,cy}} \frac{\phi_g(\vec{r}, t)}{V_g} dV = \frac{1}{V_g} \int_{V_{cx,cy}} \phi_g(\vec{r}, t) dV = \frac{V_{cx,cy}}{V_g} \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \quad (4.4.1.35)$$

$$\omega_{g,cx,cy}(t) \equiv \frac{1}{P_{g,cx,cy}(t)} \frac{\partial P_{g,cx,cy}(t)}{\partial t} = \frac{1}{\phi_{g,cx,cy}^{CM}(t)} \frac{\partial \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t)}{\partial t} \quad (4.4.1.36)$$

以上で、角度中性子束の時間微分項に等方近似を適用した時間依存輸送方程式に対し、MAF法を適用することができる。本項で示した通り、等方近似法の場合、粗メッシュ平均の中性子バランス式導出の過程で全立体角での積分処理が入る以外は3.3.4節で示した拡散計算に対するMAF法の適用と同じ方法でMAF法を適用できることが分かる。

本研究では、以上の計算理論に基づき Fig. 4.4.1.3 に示す計算フローで等方近似を用いた時間依存輸送方程式に対するMAF法の適用を行った。



(a) 詳細メッシュ・粗タイムステップ計算

(b) 粗メッシュ・詳細タイムステップ計算

Fig. 4.4.1.3 等方近似法に対するMAF法の計算フロー

Fig. 4.4.1.3 に示すように、本研究で採用した計算フローは 3.3.4 節で述べた Fig. 3.3.4.5 の計算フローに近い[5]。ただし本研究では、振幅関数及び動的周波数の更新後に振幅関数の収束判定を行っている。これは反復上限のみで反復の有無を判定した場合、①反復上限値が小さいと、振幅関数及び動的周波数が十分収束していないにもかかわらず次のタイムステップでの計算に移行してしまう可能性が高い点、②反復上限が大きいと、振幅関数が十分収束しているのにもかかわらず次の

タイムステップでの計算に移行するまでに多くの計算を行なうこととなり、計算コストが増大する状況が考えられる点、以上 2 点の問題点が考えられるためである。これに対し振幅関数の収束判定を行なうことで、上記 2 点の問題点を共に解決することができる。

なお、本来であれば上述の判定は振幅関数と動的周波数の両方が十分収束していることを確認するのが望ましい。しかし、MAF 法では動的周波数が(4.4.1.36)式で定義されており、(4.4.1.36)式を計算するために必要な粗メッシュ平均全中性子束の時間微分項は(4.4.1.37)式を用いて計算される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t)}{\partial t} = & -\frac{J_{g,cx,cy}^{CM,x+} - J_{g,cx,cy}^{CM,x-}}{\Delta x_{cx}} - \frac{J_{g,cx,cy}^{CM,y+} - J_{g,cx,cy}^{CM,y-}}{\Delta y_{cy}} - \sum_{t,g,cx,cy}^{CM} \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \\ & + \sum_{g'}^G \sum_{s,g' \rightarrow g,cx,cy}^{CM} \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) + \chi_{p,g} (1-\beta) \sum_{g'}^G v \sum_{f,g',cx,cy}^{CM} \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) \quad (4.4.1.37) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family,cx,cy}^{CM}(t) \end{aligned}$$

ここで、反応度の添加量が小さい場合のように生成と消滅がほぼ等しくなる状況を考えると、(4.4.1.37)式の右辺の加算項と減算項の大きさはほぼ等しい状況となる。この場合、数値計算誤差の一つである桁落ちが非常に発生しやすくなる。<sup>§</sup> この場合、全中性子束を有効桁数 8 桁で求めたとしても、全中性子束の時間微分項の有効桁は全中性子束の有効桁 8 桁に比べ著しく低下する。よって、反応度添加量によっては動的周波数が桁落ちによるノイズを受けやすくなる状況が頻発するため、動的周波数は収束判定の指標に向いていない。以上の観点から、本研究では振幅関数のみを収束判定の指標として用いている。

#### 4.4.2. Straightforward 法に対する MAF 法の適用

前項では、等方近似法に対する MAF 法の適用方法を示した。本項では、Straightforward 法に対する MAF 法の適用方法について示す。

本項までに示した MAF 法では、主に全中性子束を振幅関数と形状関数に分離していた。これは、被時間微分関数が全て全中性子束であったためである。しかし、本来の時間依存輸送方程式には、(4.4.2.1)式に示すように角度中性子束の時間微分項が含まれている。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \sum_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = Q_g(\vec{r}, t) \quad (4.4.2.1)$$

$$Q_g(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{g'}^G \sum_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1-\beta) \sum_{g'}^G v \sum_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.2.2)$$

よって、Straightforward 法に対し MAF 法を適用するには、全中性子束ではなく角度中性子束を振幅関数と形状関数に分離する必要がある。ここで問題となるのが振幅関数の角度依存性を考慮するか否かである。

<sup>§</sup> 例として大きさがほぼ等しい数 A, B として A=1.2345678, B=1.2345679 の場合を考える。この場合、A, B の有効桁数は共に 8 桁であるが、A-B=0.0000001 より、(A-B)の有効桁は 1 桁である。よって、大きさがほぼ等しい二数の減算を行なうと、有効桁数が著しく低下する。これを桁落ちと呼ぶ。

以上の問題点に対し本研究では、まず **Straightforward** 法と等方近似法で詳細タイムステップ幅での解析を **LRA** ベンチマーク問題にて実施し、両者の計算結果の比較を行った。詳細は5章で述べるが、結果的に **Straightforward** 法と等方近似法の差異は十分小さく、角度中性子束時間微分項の非等方性を考慮するか否かは実用上ほぼ問題とならないことを確認した。以上の解析は詳細タイムステップでの解析であることから、両者の結果が変わらないという結果が角度中性子束の中で時間に強く依存する部分の非等方性が計算精度に及ぼす影響が小さいことを意味していると判断した。ゆえに、本研究では角度中性子束を(4.4.2.3)式のように振幅関数と形状関数の2つに分離し、振幅関数は角度依存性を持たないものとして定義する。

$$\psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \equiv P_{g,cx,cy}(t) \varphi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \quad (4.4.2.3)$$

(4.4.2.3)式を(4.4.2.1)式に代入し、形状関数に関するバランス式を導出すると、(4.4.2.4)式を得る。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \varphi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} = \frac{R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{P_{g,cx,cy}(t)} \quad (4.4.2.4)$$

ただし、(4.4.2.4)式中の関数  $R_g$  は(4.4.2.5)式に示す通りである。なお、動的周波数の定義は(4.4.1.7)式と同一である。

$$\begin{aligned} R_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = & -\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\ & + Q_g(\vec{r}, t) - \frac{\omega_{g,cx,cy}(t)}{v_g} \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \end{aligned} \quad (4.4.2.5)$$

ただし、**MAF** 法では詳細メッシュ・粗タイムステップの計算に角度中性子束に関するバランス式を用いる。よって、(4.4.2.4)式に対し完全陰解法を適用し、前項と同様に角度中性子束に関するバランス式を求めると、詳細は省略するが(4.4.2.6)式を得る。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}(s, t_{n+1})}{ds} + \Sigma_{t,g,r}(t_{n+1}) \psi_{g,m,k,i}(s, t_{n+1}) = \tilde{Q}_{g,m,k,i}(t_{n+1}) + S_{g,m,k,i}(t_n) \quad (i \in \text{region } r) \quad (4.4.2.6)$$

ただし、(4.4.2.6)式中の各変数は(4.4.2.7)、(4.4.2.8)式に示す通りである。

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{g,m,k,i}(t_{n+1}) = & \frac{1}{4\pi} \left\{ \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}(t) \phi_{g',r}(t_{n+1}) + \gamma_g \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}(t_{n+1}) \phi_{g',r}(t_{n+1}) \right\} \\ & - \frac{1 + \omega_{g,cx,cy}(t_{n+1}) \Delta t_{shape}}{v_g \Delta t_{shape}} \psi_{g,m,k,i}(t_{n+1}) \end{aligned} \quad (4.4.2.7)$$

$$\begin{aligned} S_{g,m,k,i}(t_n) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family,r}(t_n) + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}(t_n) \phi_{g',r}(t_n) \right\} \\ & + \frac{\psi_{g,m,k,i}(t_n) P_{g,cx,cy}(t_{n+1})}{v_g \Delta t_{shape} P_{g,cx,cy}(t_n)} \end{aligned} \quad (4.4.2.8)$$

よって(4.4.2.6)~(4.4.2.8)式より、セグメント平均角度中性子束が現れるため膨大なメモリ量を要するものの、詳細メッシュ・粗タイムステップステップの動特性計算を実施できる。

粗メッシュ・詳細タイムステップの動特性計算に用いる粗メッシュ平均全中性子束のバランス式は、(4.4.2.1)式を(4.4.2.9)式のように全立体角で積分後、粗メッシュ内で平均化することで得ら

れる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} d\Omega dV + \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega dV \\ & + \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} \Sigma_{t,g}(\vec{r}, t) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega dV = \frac{1}{V_{cx,cy}} \int_{V_{cx,cy}} \int_{4\pi} Q_g(\vec{r}, t) d\Omega dV \end{aligned} \quad (4.4.2.9)$$

(4.4.2.9)式を計算すると、前項と同様、粗メッシュ平均全中性子束に関するバランス式として(4.4.2.10)式が得られる。ただし、(4.4.2.10)式中の中性子流は、Characteristics法で計算した粗メッシュ表面での中性子流が再現されるよう、(4.4.1.29)、(4.4.1.30)式で表すものとする。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t)}{\partial t} + \frac{J_{g,cx,cy}^{CM,x+} - J_{g,cx,cy}^{CM,x-}}{\Delta x_{cx}} + \frac{J_{g,cx,cy}^{CM,y+} - J_{g,cx,cy}^{CM,y-}}{\Delta y_{cy}} + \Sigma_{t,g,cx,cy}^{CM} \phi_{g,cx,cy}^{CM}(t) \\ & = \sum_{g'}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,cx,cy}^{CM}(t) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g',cx,cy}^{CM}(t) \phi_{g',cx,cy}^{CM}(t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family,cx,cy}^{CM}(t) \end{aligned} \quad (4.4.2.10)$$

(4.4.2.10)式は(4.4.1.28)式と完全に同形であるため、最後に時間に関する差分化を加えれば、最終的に(4.4.1.31)式に示す5点階差式を得ることができ、(4.4.1.31)式を用いて粗メッシュ・詳細タイムステップの計算を実施することができる。

ただし、ただし3.3.4節で述べた通り、任意の時刻で粗メッシュ平均の巨視的断面積を計算することはできない。よって形状関数を前項と同様、線形内挿で求める必要がある。しかしStraightforward法に対しMAF法を適用した場合、形状関数がセグメント毎に定義される物理量であることから、形状関数をセグメント毎に内挿で求めたとしても、空間及び飛行方向に関する積分を行わなければ全中性子束の再構成に使用できない。また、セグメント平均の形状関数を内挿で求めてから空間と飛行方向に関する積分を行なっても、予め空間及び飛行方向に関する積分が行われている全中性子束を振幅関数で割った値を線形内挿しても、結果は同じである。よって、本研究では前項と同様に(4.4.1.32)~(4.4.1.34)式を用いて全中性子束の再構成を行なっている。よって、セグメント平均の形状関数はメモリ上に必要無い。

$$\phi_g(\vec{r}, t_n) = \frac{\phi_g(\vec{r}, t_n)}{P_{g,cx,cy}(t_{n+1})}, \quad \phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) = \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1})}{P_{g,cx,cy}(t_{n+1})} \quad (\text{再掲}) (4.4.1.32)$$

$$\phi_g^{inter}(\vec{r}, t_{amp}) = \frac{\phi_g(\vec{r}, t_{n+1}) - \phi_g(\vec{r}, t_n)}{\Delta t_{shape}} (t_{amp} - t_n) + \phi_g(\vec{r}, t_n) \quad (\text{再掲}) (4.4.1.33)$$

$$\phi_g^{reconst}(\vec{r}, t_{amp}) = P_{g,cx,cy}(t_{amp}) \phi_g^{inter}(\vec{r}, t_{amp}) \quad (\text{再掲}) (4.4.1.34)$$

以上の操作により、粗メッシュ・詳細タイムステップの動特性計算と、詳細メッシュ・粗タイムステップの動特性計算の両方を実施することができる。

つまり、振幅関数の角度依存性を考慮しない場合、等方近似法に対しMAF法を適用する際との違いは、関数分離の対象となる物理量が全中性子束か角度中性子束かの違いのみとなる。ゆえに計算フローはFig. 4.4.1.3と同一である。

## 4.5. 本章のまとめ

本章では、本研究で新しく検討及び開発した動特性計算手法について述べた。

まず、4.1 節では、従来の **Characteristics** 法を用いた動特性計算手法が抱えている問題点を精査し、本研究で目指す **Characteristics** 法を用いた動特性計算手法について述べた。具体的に本研究では、**Straightforward** 法よりも少ないメモリ量で **Straightforward** 法の計算結果を再現することができる動特性計算手法、及び現行の **Characteristics** 法を用いた動特性計算手法に比べ高速かつ高精度な動特性計算手法の開発を目的とした。

4.2 節では、従来の **Characteristics** 法を用いた動特性計算での膨大な所要メモリ量を低減するための理論的アプローチとして、時空座標系を用いた動特性計算手法について述べた。本手法では、角度中性子束の時間微分項を空間微分の形に焼きなおすことで、角度中性子束の時間微分項に対する等方近似や差分近似を適用することなく、動特性計算を実施することが可能となる手法であることを示した。また、その具体的な計算方法として、時空座標系上での中性子の飛跡を **Characteristics Line** と捉えることで、一次元体系における動特性計算を時空間二次元体系における定常状態の固定源計算の形で実現できることを示した。

4.3 節では、本研究の要となる **On-flight** 法について示した。本手法は、現ステップの **Transport sweep** 中に前ステップの角度中性子束を再計算する手法であることを示し、1 ステップの遡及計算を行なう 1 次の **On-flight** 法を中心として、計算フロー、メモリ量、計算精度について示した。特に 1 次の **On-flight** 法では現ステップと前ステップの **Transport sweep** を同時に実施しながら、等方近似を用いて計算される前ステップの角度中性子束を用いて現ステップにおける角度中性子束の時間積分を計算する。この操作により、セグメント平均角度中性子束はメモリ上に必要なくなり、1 ステップ前に適用した等方近似の影響も  $1/v_g \Delta t \Sigma_g$  に低減される。ゆえに、本手法はメモリ量を抑えつつ、等方近似法よりも角度中性子束の時間依存性をより厳密に取り扱うことができることを示した。

4.4 節では **MAF** 法を時間依存の輸送計算にも適用し、**Characteristics** 法を用いた動特性計算をより高速に行なうための計算理論の整備を行った。4.4 節中では、等方近似法及び **Straightforward** 法の両方について **MAF** 法を適用するための導出を実施し、両者共に **MAF** 法を適用可能であることを示した。ただし、**Straightforward** 法のように被時間微分関数が角度中性子束となる場合は、従来の **MAF** 法と異なり、角度中性子束を振幅関数と形状関数に分離する必要があることを示した。なお、本研究では後述する検証計算の結果から、角度中性子束を振幅関数と形状関数に分離した際に振幅関数の角度依存性を無視する影響は少ないと判断したため、振幅関数の飛行方向に関する依存性を無視した形で導出を行った。

次章では、本研究で開発した各種動特性計算手法の検証について述べる。

## 4.6. 参考文献

- [1] A. Yamamoto, "Reduction of the spatial discretization error in the method of characteristics using the diamond-difference scheme," *J. Nucl. Sci. Technol.* 43 (2006), pp. 1327-1335.
- [2] A. Yamamoto and M. Tatsumi, "Improvement of spatial discretization error on the semi-analytic nodal method using the scattered source subtraction method," *J. Nucl. Sci. Technol.* 43 (2006), pp. 1481-1489.
- [3] Y. Ban, T. Endo and A. Yamamoto, "A unified approach for numerical calculation of space-dependent kinetic equation," *J. Nucl. Sci. Technol.* 49 (2012), pp. 496-515.

- [4] 伴雄一郎, “空間依存動特性方程式の統一的解法の開発”, 名古屋大学大学院工学研究科 修士論文 (2011).
- [5] 久保田直人, “加速器駆動未臨界炉における動特性計算に関する研究”, 名古屋大学大学院工学研究科 修士論文 (2012).
- [6] 小林啓祐, *原子炉物理*, コロナ社, 東京 (1996), p. 154, ISBN 4339065833.

## 第5章 検証計算

### 5.1. 本章の概要

前章では、本研究で開発した新しい動特性計算手法について述べた。本章では、前章で述べた計算手法の検証について述べる。

まず、5.2節では、時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法の検証として、無限均質体系における検証計算と、一次元平板体系における検証計算について述べる。特に無限均質体系における検証では、全中性子束の空間的な分布が無い状態となるため、提案手法では時間に対する平均化誤差、従来法では時間微分項の対する差分近似の誤差が顕在化することとなる。これに対し一次元平板体系での検証では、全中性子束が時間だけでなく空間的な傾きを持つこととなり、時間及び空間に対する平均化誤差が顕在化する。以上、2つの検証計算を通じて、提案手法の妥当性について議論する。

5.3節では On-flight 法の検証について述べる。まず 5.3.1 項では、本研究で開発した Characteristics 法を用いた動特性計算コードのうち、定常計算を行なう計算モジュールが適切に実装されているか、C5G7 ベンチマーク問題を用いて検証する[1]。C5G7 ベンチマーク問題は PWR 燃料集合体、MOX 燃料集合体、水反射体から構成される体系であり、非均質輸送計算コードの計算精度を評価する際によく用いられるベンチマーク問題である。本研究で開発した計算コードも非均質の中性子輸送計算を行なう計算コードであるため、C5G7 ベンチマーク問題の解析を通じて、本コードが妥当性を確認する。そして、5.3.2 項、5.3.3 項では、TWIGL ベンチマーク問題、LRA ベンチマーク問題を通じて、On-flight 法の検証を行なう[2-4]。TWIGL ベンチマーク問題はフィードバック効果が無い動特性計算のベンチマーク問題であり、LRA ベンチマーク問題は BWR 炉心における典型的な制御棒落下事象を模擬したフィードバックを含むベンチマーク問題である。以上、2つのベンチマーク問題の解析を通じて、On-flight 法の有用性を検証する。合わせて、等方近似法の近似誤差の定量的な評価を行なう。

5.4節では、時間依存輸送方程式に対し適用した MAF 法の有用性及び妥当性を、TWIGL ベンチマーク問題の解析を通して検証する。MAF 法の検証については、従来法と MAF 法の計算精度が同等となる計算条件にて、主に計算速度に関する比較を行なう。

最後に 5.5 節で本章をまとめる。

### 5.2. 時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法の検証

#### 5.2.1. 無限均質体系における検証

本項では、無限均質体系における検証計算について述べる。まず、計算体系は Fig. 5.2.1.1 に示す通りである。体系を構成している物質は一種類であり、エネルギーは 1 群とする。また、体系内には均質な中性子源強度  $S$  の外部中性子があるものとする。

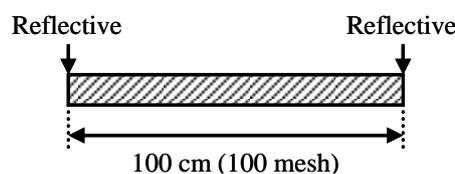


Fig. 5.2.1.1 検証計算体系

初期の定常状態における断面積データは Table 5.2.1.1 に示す通りである。

Table 5.2.1.1 検証計算を用いた定常状態における断面積

v [cm/sec]	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_s$ [1/cm]	$S$ [1/cm <sup>3</sup> /sec]
$2.5 \times 10^5$	0.8723	0.0840	0.7883	1.0

動特性計算では  $t = 0$  sec において巨視的吸収断面積に 10% 増の摂動を与えた際の全中性子束の時間変化を計算する。なお、簡略化のため遅発中性子先行核はないものとする。

以上の計算条件の場合、全中性子束の解は解析的に求めることができる。以下にその導出を示す。まず、本検証計算条件での時間依存輸送方程式は(5.2.1.1)式で与えられる。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_t \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \Sigma_s \phi(\vec{r}, t) + S \right\} \quad (5.2.1.1)$$

ここで、本検証計算は無限均質体系であることから(5.2.1.1)式中の漏洩項は 0 となる。また、無限均質体系であるため、角度中性子や全中性子束は空間依存性を持たない。よって、(5.2.1.2)式を得る。

$$\frac{1}{v} \frac{d\psi(\vec{\Omega}, t)}{dt} + \Sigma_t \psi(\vec{\Omega}, t) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \Sigma_s \phi(t) + S \right\} \quad (5.2.1.2)$$

次に、(5.2.1.2)式を全立体角で積分すると(5.2.1.3)式を得る。

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = -v(\Sigma_t - \Sigma_s)\phi(t) + vS = -v\Sigma_a\phi(t) + vS \quad (5.2.1.3)$$

(5.2.1.3)式を解析的に解くと、(5.2.1.4)式を得る。

$$\phi(t) = \phi_0 \exp(-v\Sigma_a t) + \frac{S}{\Sigma_a} \left\{ 1 - \exp(-v\Sigma_a t) \right\} \quad (5.2.1.4)$$

ここで、(5.2.1.4)式中の  $\phi_0$  は初期状態における全中性子束である。初期状態の全中性子束は、(5.2.1.3)式の左辺を 0 として全中性子束を求めることで得られ、(5.2.1.5)式で表される。

$$\phi_0 = \frac{S}{\Sigma_a^*} \quad (\Sigma_a^* : \text{初期状態における巨視的吸収断面積}) \quad (5.2.1.5)$$

(5.2.1.4)、(5.2.1.5)式により記述される解析解を参照解として、時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法と従来法(完全陰解法)の計算精度の比較を行った。計算条件は Table 5.2.1.2 に示す通りである。

Table 5.2.1.2 計算条件

パラメータ	設定値
極角分点/分割数	Gauss-Legendre 16 分点
タイムステップ幅	$10^{-5}$ sec
基準速度 $v_{ref}$	$2.5 \times 10^5$ cm/sec
全中性子束収束判定基準	$10^{-8}$

なお、時空座標系における Ray tracing は、時空座標系上での各方向の Characteristics Line が空間軸を 1 cm 間隔で区切るように Ray tracing を行った。以上の条件の下、各手法で計算した全中性子束

の数値解と参照解との相対誤差を Fig. 5.2.1.2 に示す。

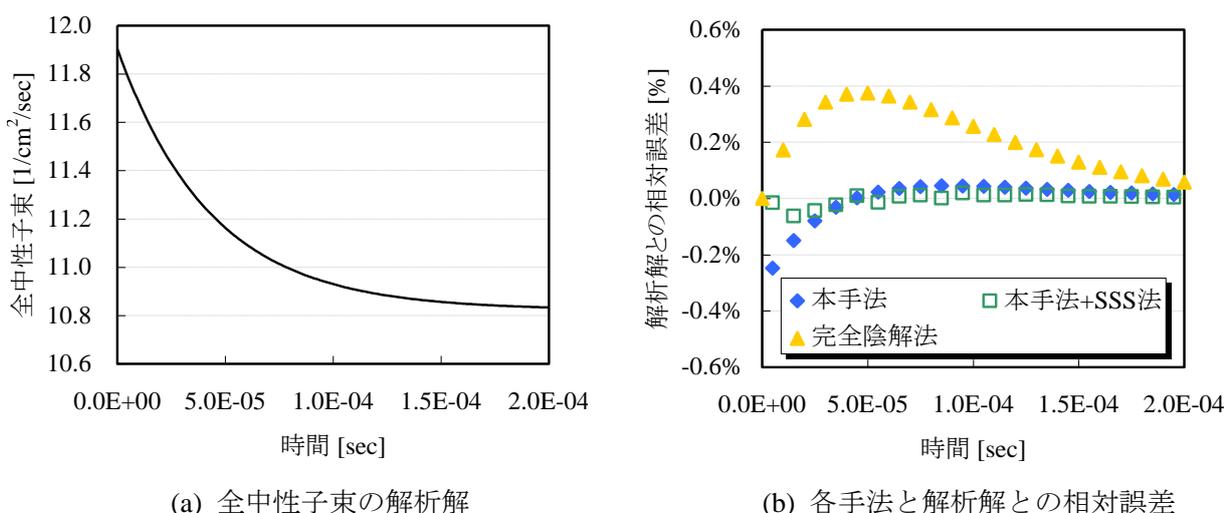


Fig. 5.2.1.2 本手法と従来法の全中性子束に対する計算精度

Fig. 5.2.1.2 に示すように、本手法は従来法よりも良く解析解と一致していることが確認できるが、 $t = 0.0 \text{ sec} \sim 5.0 \times 10^{-5} \text{ sec}$  において計算精度がやや悪化している。しかし、本手法に対し SSS 法を同時に適用した場合、初期の計算精度の悪化は低減されているのが確認できる。

ここで本手法のみで解析を行った際に計算精度が悪化している  $t = 0.0 \text{ sec} \sim 5.0 \times 10^{-5} \text{ sec}$  における全中性子束の時間的な勾配に着目すると、Fig. 5.2.1.2(a)に示すように、この時間帯は検証計算を通して最も全中性子束の時間的な勾配が大きい時間帯である。また、本検証計算は無限均質体系での動特性計算であるため、全中性子束の空間的な勾配はない。ゆえに、本手法で時空間メッシュ内における全中性子束の時間的な勾配を無視していることが、計算精度の悪化に繋がっていると考えられる。これは①全中性子束の時間的な勾配がなだらかになるにつれ本手法と解析解の間の相対誤差は 0.0% に漸近している点と、②本手法と SSS 法を同時に用いた場合、全中性子束の平均化誤差が低減され、 $t = 0.0 \text{ sec} \sim 5.0 \times 10^{-5} \text{ sec}$  における計算精度が大きく向上している点の 2 点からも裏付けられる。

なお、前述の通り本検証計算では全中性子束の空間的な勾配が存在しないため、Fig. 5.2.1.3 に示すように、完全陰解法に対し SSS 法を適用しても計算精度の改善は得られない。

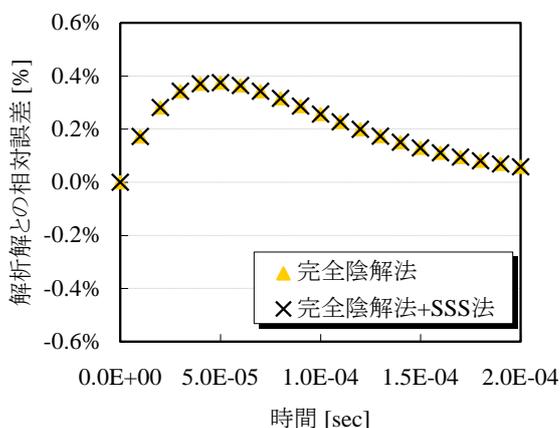


Fig. 5.2.1.3 完全陰解法に対する SSS 法の適用

これは、完全陰解法では、各タイムステップにおいて全中性子束の空間的な勾配が0であるため、Flat flux region 近似による平均化誤差が存在しないためである。

なお、本検証計算結果から得られるもう一つの知見として、SSS 法は全中性子束の空間的な勾配を Flat flux region 近似によって平均化することで生じる平均化誤差を低減するだけでなく、時間的な勾配に対する平均化誤差がある場合には、時間的な平均化誤差も低減できるという点がある。これは Fig. 5.2.1.2 では SSS 法の適用により計算精度が上昇したことからも明らかである。

次項では一次元平板体系における検証を実施し、全中性子束の時間的な勾配、空間的な勾配が存在する場合について本手法の検証を行なう。

### 5.2.2. 一次元平板体系における検証

本項では、全中性子束が空間的な分布を持つ一次元平板体系における検証を行なう。まず検証体系は参考文献[5]より Fig. 5.2.2.1 に示す体系で検証を行った。

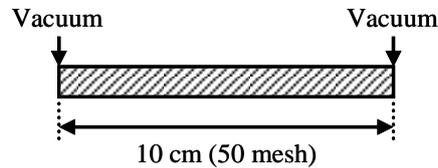


Fig. 5.2.2.1 検証計算体系

本ベンチマーク問題では、等方散乱を仮定し、体系全体に均質な外部中性子源を考慮する。断面積と外部中性子源強度は Table 5.2.2.1 に示す通りである。なお、本検証計算はエネルギー群1群とする。

Table 5.2.2.1 使用核定数

$v$ [cm/sec]	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_s$ [1/cm]	$S$ [1/cm <sup>3</sup> /sec]
1.0	1.0	0.1	0.9	0.0 ( $t = 0$ ) 1.0 ( $t > 0$ )

本検証では、 $t = 0 \sim 30$  sec までの動特性計算を Table 5.2.2.2 に示す計算条件で実施した。

Table 5.2.2.2 計算条件

パラメータ	比較計算	参照解計算
極角分点/分割数	Gauss-Legendre 16 分点	Gauss-Legendre 16 分点
タイムステップ幅	1.0 sec	0.01 sec
空間メッシュ幅	0.02 cm	0.002 cm
解析手法	完全陰解法	提案手法
基準速度 $v_{ref}$	-	1.0 cm/sec
全中性子束収束判定基準	$10^{-10}$	$10^{-10}$

Table 5.2.2.2 に示す参照解計算用の計算条件で、計算した参照解を Fig. 5.2.2.2 に示す。

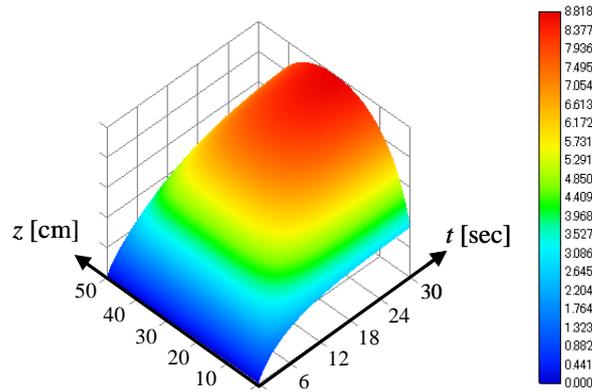


Fig. 5.2.2.2 全中性子束の時間変化に対する参照解

Fig. 5.2.2.2 に示すように、初期状態では体系内に中性子が存在しない状態であるが、 $t = 0 \text{ sec}$ において体系全体にステップ状に均質な外部中性子源が発生することで、全中性子束の時間変化が現れる。全中性子束の時間的な勾配としては、 $t = 0 \text{ sec}$ における勾配が最も高く、時間の経過に伴い全中性子束の空間分布は定常に達する。

以上の参照解における全中性子束に対する計算精度を完全陰解法及び時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法で比較した。その結果を Fig. 5.2.2.3 に示す。ただし、Fig. 5.2.2.3 に示す相対平均二乗差異は(5.2.2.1)式を用いて計算した。

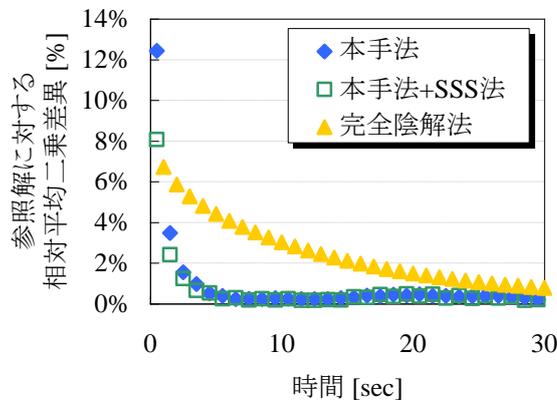
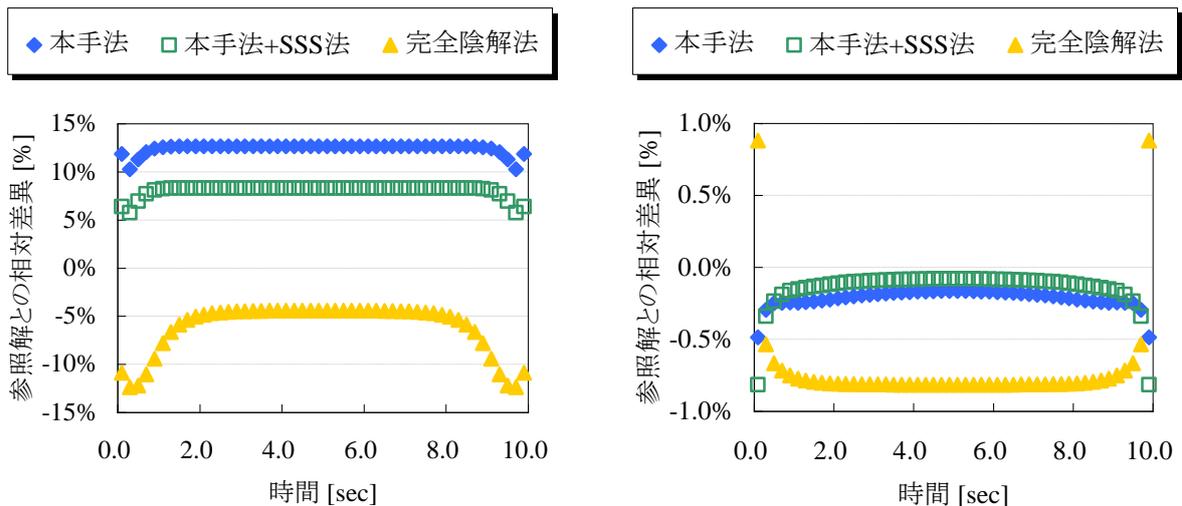


Fig. 5.2.2.3 各時刻における全中性子束空間分布の参照解に対する相対平均二乗差異

$$\text{相対平均二乗差異} = \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=0}^I \left( \frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^{n+1,ref}}{\phi_i^{n+1,ref}} \right)^2} \quad (I: \text{メッシュ数}, ref: \text{参照解}) \quad (5.2.2.1)$$

Fig. 5.2.2.3 に示すように、本手法では全中性子束の時間変化が最も大きくなる初期ステップに該当する時間領域である  $t = 0 \text{ sec} \sim 1 \text{ sec}$  における参照解との相対差異が増大している。ただしこの時の計算精度の悪化は SSS 法の適用に緩和されているのが確認できる。これは、SSS 法の適用により、時間及び空間に関する全中性子束の平均化誤差が低減されることに起因するものである。その後の時間全中性子束の時間変化では、本手法は参照解に急速に漸近していることが確認できる。Fig. 5.2.2.4 には、各時刻における全中性子束の空間分布に対する計算精度を示す。



(a)  $t = 1.0 \text{ sec}$  における参照解との相対差異 (b)  $t = 30.0 \text{ sec}$  における参照解との相対差異

Fig. 5.2.2.4 各時刻における本手法及び従来法の全中性子束の空間分布に対する計算精度

Fig. 5.2.2.4 に示す通り、本手法では、全中性子束の時間的な勾配が強い時間帯における全中性子束の計算精度は従来法よりも悪化してしまうが、全中性子束の時間的な勾配が弱まった時間帯では、参照解と極めて良く一致する。これは、角度中性子束の時間微分項に対し差分近似を適用していないため、差分近似に起因する誤差の蓄積が存在しないことに起因する。

ただし、本検証計算におけるメモリ量を従来法と本手法で比較すると、Table 5.2.2.3 のようになり、差分近似を適用しないことが必ずしもメモリ量の低減効果をもたらすものではないと言える。これは、一次元の時間発展問題を時空間二次元の固定源問題に焼きなおす際、①体系境界面が増えることになるため、体系境界面の入射角度中性子束の記憶に要するメモリ量が増加してしまう点、②従来法では現ステップと前ステップの全中性子束が必要であるのに対し、本手法では全タイムステップの全中性子束をメモリ上に保持する必要がある点の2点によるものである。

Table 5.2.2.3 各手法で必要となるメモリ量

	全中性子束	セグメント平均 角度中性子束	入射角度 中性子束	合計
本手法	12.0 kB	0.0 kB	18.4 kB	30.4 kB
完全陰解法	0.8 kB	12.8 kB	0.1 kB 未満	13.6 kB

ゆえに、Characteristics 法を用いた動特性計算が現在抱えている膨大なメモリ量を要するという問題点に対し、提案手法のような理論的観点からの解決は困難であると判断し、本研究ではより工学的な方法で Characteristics 法を用いた動特性計算の問題点を解決することに取り組んだ。次項では、より工学的な観点からのアプローチである On-flight 法の検証について述べる。

### 5.3. On-flight 法の検証

#### 5.3.1. C5G7 ベンチマーク問題

前節では一次元体系における動特性計算について議論していたが、本節以降は二次元体系における動特性計算について議論する。ただし、まずは本研究で開発した Characteristics 法を用いた動特性計算コードのうち、定常計算を行なう計算モジュールが適切に実装されているか確認する必要がある。そこで本研究では、C5G7 ベンチマーク問題を用いて開発コードの検証を行なう [1]。

C5G7 ベンチマーク問題の体系は Fig. 5.3.1.1 に示すように PWR 燃料集合体、MOX 燃料集合体、水反射体から構成される体系である。この問題は Monte-Carlo 計算コード MCNP [6]により精度の高い解が得られており、体系がある程度大きく中性子スペクトルが急激に変化する等の特徴があることから、非均質輸送計算の精度を評価する際によく用いられる。

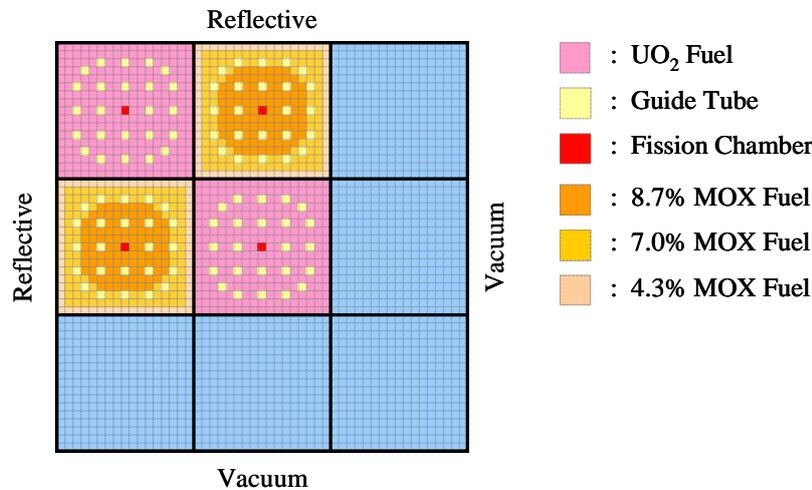


Fig. 5.3.1.1 C5G7 ベンチマーク問題 [1]

C5G7 ベンチマーク問題における燃料、Guid Tube、Fission Chamber セルの幾何形状は Fig. 5.3.1.2 に示す通りである。

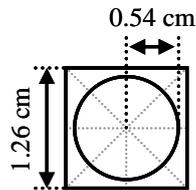


Fig. 5.3.1.2 セルの幾何形状 [1]

Fig. 5.3.1.2 に示すように、セル内部の燃料、被覆管、ギャップは均質化されており、その半径は 0.54 cm である。またセルのピッチは 1.26 cm である。C5G7 ベンチマーク問題では、これらの領域に配置された各マテリアルの核定数として、Table 5.3.1.1 (a) ~ (g)が用意されている [1]。

Table 5.3.1.1 (a) UO<sub>2</sub> 燃料—被覆管均質化巨視的斷面積

Group	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_c$ [1/cm]	$\Sigma_f$ [1/cm]	$\nu$	$\chi$
1	2.12450E-01	1.77949E-01	8.02480E-03	8.12740E-04	7.21206E-03	2.78145E+00	5.87910E-01
2	3.55470E-01	3.29805E-01	3.71740E-03	2.89810E-03	8.19301E-04	2.47443E+00	4.11760E-01
3	4.85540E-01	4.80388E-01	2.67690E-02	2.03158E-02	6.45320E-03	2.43383E+00	3.39060E-04
4	5.59400E-01	5.54367E-01	9.62360E-02	7.76712E-02	1.85648E-02	2.43380E+00	1.17610E-07
5	3.18030E-01	3.11801E-01	3.00200E-02	1.22116E-02	1.78084E-02	2.43380E+00	0.00000E+00
6	4.01460E-01	3.95168E-01	1.11260E-01	2.82252E-02	8.30348E-02	2.43380E+00	0.00000E+00
7	5.70610E-01	5.64406E-01	2.82780E-01	6.67760E-02	2.16004E-01	2.43380E+00	0.00000E+00

Scattering block [1/cm]							
Group	to 1	to 2	to 3	to 4	to 5	to 6	to 7
1	1.27537E-01	4.23780E-02	9.43740E-06	5.51630E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	3.24456E-01	1.63140E-03	3.14270E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	0.00000E+00	4.50940E-01	2.67920E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.52565E-01	5.56640E-03	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.25250E-04	2.71401E-01	1.02550E-02	1.00210E-08
6	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.29680E-03	2.65802E-01	1.68090E-02
7	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.54580E-03	2.73080E-01

Table 5.3.1.1 (b) 4.3% MOX 燃料—被覆管均質化巨視的斷面積

Group	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_c$ [1/cm]	$\Sigma_f$ [1/cm]	$\nu$	$\chi$
1	2.11920E-01	1.78731E-01	8.43390E-03	8.06860E-04	7.62704E-03	2.85209E+00	5.87910E-01
2	3.55810E-01	3.30849E-01	3.75770E-03	2.88080E-03	8.76898E-04	2.89099E+00	4.11760E-01
3	4.88900E-01	4.83772E-01	2.79700E-02	2.22717E-02	5.69835E-03	2.85486E+00	3.39060E-04
4	5.71940E-01	5.66922E-01	1.04210E-01	8.13228E-02	2.28872E-02	2.86073E+00	1.17610E-07
5	4.32390E-01	4.26227E-01	1.39940E-01	1.29177E-01	1.07635E-02	2.85447E+00	0.00000E+00
6	6.84950E-01	6.78997E-01	4.09180E-01	1.76423E-01	2.32757E-01	2.86415E+00	0.00000E+00
7	6.88910E-01	6.82852E-01	4.09350E-01	1.60382E-01	2.48968E-01	2.86780E+00	0.00000E+00

Scattering block [1/cm]							
Group	to 1	to 2	to 3	to 4	to 5	to 6	to 7
1	1.28876E-01	4.14130E-02	8.22900E-06	5.04050E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	3.25452E-01	1.63950E-03	1.59820E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	0.00000E+00	4.53188E-01	2.61420E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.57173E-01	5.53940E-03	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.60460E-04	2.76814E-01	9.31270E-03	9.16560E-09
6	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00510E-03	2.52962E-01	1.48500E-02
7	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.49480E-03	2.65007E-01

Table 5.3.1.1 (c) 7.0% MOX 燃料—被覆管均質化巨視的斷面積

Group	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_c$ [1/cm]	$\Sigma_f$ [1/cm]	$\nu$	$\chi$
1	2.14540E-01	1.81323E-01	9.06570E-03	8.11240E-04	8.25446E-03	2.88498E+00	5.87910E-01
2	3.59350E-01	3.34368E-01	4.29670E-03	2.97105E-03	1.32565E-03	2.91079E+00	4.11760E-01
3	4.98910E-01	4.93785E-01	3.28810E-02	2.44594E-02	8.42156E-03	2.86574E+00	3.39060E-04
4	5.96220E-01	5.91216E-01	1.22030E-01	8.91570E-02	3.28730E-02	2.87063E+00	1.17610E-07
5	4.80350E-01	4.74198E-01	1.82980E-01	1.67016E-01	1.59636E-02	2.86714E+00	0.00000E+00
6	8.39360E-01	8.33601E-01	5.68460E-01	2.44666E-01	3.23794E-01	2.86658E+00	0.00000E+00
7	8.59480E-01	8.53603E-01	5.85210E-01	2.22407E-01	3.62803E-01	2.87539E+00	0.00000E+00

## Scattering block [1/cm]

Group	to 1	to 2	to 3	to 4	to 5	to 6	to 7
1	1.30457E-01	4.17920E-02	8.51050E-06	5.13290E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	3.28428E-01	1.64360E-03	2.20170E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	0.00000E+00	4.58371E-01	2.53310E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.63709E-01	5.47660E-03	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.76190E-04	2.82313E-01	8.72890E-03	9.00160E-09
6	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.27600E-03	2.49751E-01	1.31140E-02
7	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.86450E-03	2.59529E-01

Table 5.3.1.1 (d) 8.7% MOX 燃料—被覆管均質化巨視的斷面積

Group	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_c$ [1/cm]	$\Sigma_f$ [1/cm]	$\nu$	$\chi$
1	2.16280E-01	1.83045E-01	9.48620E-03	8.14110E-04	8.67209E-03	2.90426E+00	5.87910E-01
2	3.61700E-01	3.36705E-01	4.65560E-03	3.03134E-03	1.62426E-03	2.91795E+00	4.11760E-01
3	5.05630E-01	5.00507E-01	3.62400E-02	2.59684E-02	1.02716E-02	2.86986E+00	3.39060E-04
4	6.11170E-01	6.06174E-01	1.32720E-01	9.36753E-02	3.90447E-02	2.87491E+00	1.17610E-07
5	5.08900E-01	5.02754E-01	2.08400E-01	1.89142E-01	1.92576E-02	2.87175E+00	0.00000E+00
6	9.26670E-01	9.21028E-01	6.58700E-01	2.83812E-01	3.74888E-01	2.86752E+00	0.00000E+00
7	9.60990E-01	9.55231E-01	6.90170E-01	2.59571E-01	4.30599E-01	2.87808E+00	0.00000E+00

## Scattering block [1/cm]

Group	to 1	to 2	to 3	to 4	to 5	to 6	to 7
1	1.31504E-01	4.20460E-02	8.69720E-06	5.19380E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	3.30403E-01	1.64630E-03	2.60060E-09	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	0.00000E+00	4.61792E-01	2.47490E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.68021E-01	5.43300E-03	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.85970E-04	2.85771E-01	8.39730E-03	8.92800E-09
6	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.39160E-03	2.47614E-01	1.23220E-02
7	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.96810E-03	2.56093E-01

Table 5.3.1.1 (e) Fission Chamber 巨視的斷面積

Group	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_c$ [1/cm]	$\Sigma_f$ [1/cm]	$\nu$	$\chi$
1	1.90730E-01	1.26032E-01	5.11320E-04	5.11315E-04	4.79002E-09	2.76283E+00	5.87910E-01
2	4.56520E-01	2.93160E-01	7.58130E-05	7.58072E-05	5.82564E-09	2.46239E+00	4.11760E-01
3	6.40700E-01	2.84250E-01	3.16430E-04	3.15966E-04	4.63719E-07	2.43380E+00	3.39060E-04
4	6.49840E-01	2.81020E-01	1.16750E-03	1.16226E-03	5.24406E-06	2.43380E+00	1.17610E-07
5	6.70630E-01	3.34460E-01	3.39770E-03	3.39755E-03	1.45390E-07	2.43380E+00	0.00000E+00
6	8.75060E-01	5.65640E-01	9.18860E-03	9.18789E-03	7.14972E-07	2.43380E+00	0.00000E+00
7	1.43450E+00	1.17214E+00	2.32440E-02	2.32419E-02	2.08041E-06	2.43380E+00	0.00000E+00

Scattering block [1/cm]							
Group	to 1	to 2	to 3	to 4	to 5	to 6	to 7
1	6.61659E-02	5.90700E-02	2.83340E-04	1.46220E-06	2.06420E-08	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	2.40377E-01	5.24350E-02	2.49900E-04	1.92390E-05	2.98750E-06	4.21400E-07
3	0.00000E+00	0.00000E+00	1.83425E-01	9.22880E-02	6.93650E-03	1.07900E-03	2.05430E-04
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.90769E-02	1.69990E-01	2.58600E-02	4.92560E-03
5	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.73400E-05	9.97570E-02	2.06790E-01	2.44780E-02
6	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.17420E-04	3.16774E-01	2.38760E-01
7	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.97930E-02	1.09910E+00

Table 5.3.1.1 (f) Guide tube 巨視的斷面積

Group	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_c$ [1/cm]	$\Sigma_f$ [1/cm]	$\nu$	$\chi$
1	1.90730E-01	1.26032E-01	5.11320E-04	5.11320E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	4.56520E-01	2.93160E-01	7.58010E-05	7.58010E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	6.40670E-01	2.84240E-01	3.15720E-04	3.15720E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	6.49670E-01	2.80960E-01	1.15820E-03	1.15820E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
5	6.70580E-01	3.34440E-01	3.39750E-03	3.39750E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
6	8.75050E-01	5.65640E-01	9.18780E-03	9.18780E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
7	1.43450E+00	1.17215E+00	2.32420E-02	2.32420E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Scattering block [1/cm]							
Group	to 1	to 2	to 3	to 4	to 5	to 6	to 7
1	6.61659E-02	5.90700E-02	2.83340E-04	1.46220E-06	2.06420E-08	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	2.40377E-01	5.24350E-02	2.49900E-04	1.92390E-05	2.98750E-06	4.21400E-07
3	0.00000E+00	0.00000E+00	1.83297E-01	9.23970E-02	6.94460E-03	1.08030E-03	2.05670E-04
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.88511E-02	1.70140E-01	2.58810E-02	4.92970E-03
5	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.73330E-05	9.97372E-02	2.06790E-01	2.44780E-02
6	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.17260E-04	3.16765E-01	2.38770E-01
7	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.97920E-02	1.09912E+00

Table 5.3.1.1 (g) 減速材巨視的断面積

Group	$\Sigma_t$ [1/cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\Sigma_c$ [1/cm]	$\Sigma_f$ [1/cm]	$\nu$	$\chi$
1	2.30070E-01	1.59206E-01	6.01050E-04	6.01050E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	7.76460E-01	4.12970E-01	1.57930E-05	1.57930E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	1.48420E+00	5.90310E-01	3.37160E-04	3.37160E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	1.50520E+00	5.84350E-01	1.94060E-03	1.94060E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
5	1.55920E+00	7.18000E-01	5.74160E-03	5.74160E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
6	2.02540E+00	1.25445E+00	1.50010E-02	1.50010E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
7	3.30570E+00	2.65038E+00	3.72390E-02	3.72390E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Scattering block [1/cm]							
Group	to 1	to 2	to 3	to 4	to 5	to 6	to 7
1	4.44777E-02	1.13400E-01	7.23470E-04	3.74990E-06	5.31840E-08	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	2.82334E-01	1.29940E-01	6.23400E-04	4.80020E-05	7.44860E-06	1.04550E-06
3	0.00000E+00	0.00000E+00	3.45256E-01	2.24570E-01	1.69990E-02	2.64430E-03	5.03440E-04
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.10284E-02	4.15510E-01	6.37320E-02	1.21390E-02
5	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.14370E-05	1.39138E-01	5.11820E-01	6.12290E-02
6	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.21570E-03	6.99913E-01	5.37320E-01
7	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.32440E-01	2.48070E+00

本検証計算では、Fig. 5.3.1.2 に示す非均質セルを以下の幾何形状で分割した。

- セル中心を原点とする円を半径  $r = 0.05 \text{ cm} \sim 0.50 \text{ cm}$  までの円 (0.05 cm 刻みで分割)
- 燃料, Guide Tube, Fission Chamber 領域の形状を示す半径 0.54 cm の円
- セル中心を原点とする円を半径  $r = 0.60 \text{ cm} \sim 0.85 \text{ cm}$  までの円 (0.05 cm 刻みで分割)
- セル中心からセル内を等角度に 8 分割する直線 4 本

以上の条件で分割した非均質セルを Fig. 5.3.1.3 に示す。

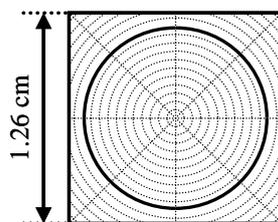


Fig. 5.3.1.3 非均質セルの領域分割

以上の条件の下、自作コードで C5G7 ベンチマーク問題の解析を行った結果を Table 5.3.1.2 に示す。

Table 5.3.1.2 C5G7 ベンチマーク問題の計算条件及び解析結果 [1]

	MCNP (Reference)	CHAPLET	DeCART	自作コード
極角分点	-	-	-	TY-opt
極角分割数	-	16 for $\pi/2$	8 for $\pi/2$	3 for $\pi/2$
方位角分割数	-	128 for $2\pi$	32 for $2\pi$	64 for $2\pi$
パス幅	-	0.1 cm	0.02 cm	0.01 cm
セル内領域数	-	燃料領域 : 24 減速材領域 : 48 反射体領域 : 100	40	燃料領域 : 88 減速材領域 : 48 (反射体も同様)
収束判定条件	-	$k_{eff} : 10^{-6}$ , flux : $10^{-5}$	-	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
実効増倍率 $k_{eff}$	1.18655 ± 0.008	1.18656	1.18660	1.18653
最大核分裂率	2.498 ± 0.004	2.495	2.492	2.502
最小核分裂率	0.232 ± 0.001	0.233	0.235	0.235
計算時間	-	2 時間 47 分 <sup>†</sup>	-	2 時間 35 分 <sup>§</sup>

<sup>†</sup> : SUM Ultra-80 (450 MHz)にて 3 コアの並列計算    <sup>§</sup> : Intel® Core™ i7 950 (3.07GHz)で 8 スレッドの並列計算

また、実効増倍率及び核分裂率に関する比較を Table 5.3.1.3 に示す。

Table 5.3.1.3 核分裂率に対する計算精度 [1]

	最大 核分裂率	MCNP との 誤差 [%]	最小 核分裂率	MCNP との 誤差 [%]	最大誤差 [%]	RMS 誤差 [%]
MCNP	2.498	±0.16	0.232	±0.58	-	-
自作コード	2.493	-0.22	0.234	+1.03	+1.03	0.38
CHAPLET	2.495	-0.13	0.233	+0.69	+0.93	0.24
DeCART	2.492	-0.23	0.235	+1.68	+1.84	0.46

Table 5.3.1.2、5.3.1.3 に示すように、自作コードと MCNP の解析結果は既存の炉心計算コードと同程度の計算精度で一致している。以上の観点から、自作コードの実装は適切に行われていると判断した。

### 5.3.2. TWIGL ベンチマーク問題

本項では、本研究で開発した On-flight 法と従来の等方近似法、Straightforward 法との比較を TWIGL ベンチマーク問題において実施した結果を示す。

TWIGL ベンチマーク問題は元々拡散計算としたベンチマーク問題であり[2]、動特性計算コードの検証に広く用いられているベンチマーク問題であるが、輸送動特性計算用のベンチマーク問題も提案されている[3]。本研究では Characteristics 法を用いた動特性計算について議論していることから、参考文献[3]に従い、この時間依存輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題を用いる。検証体系は Fig. 5.3.2.1 に示す通りである。

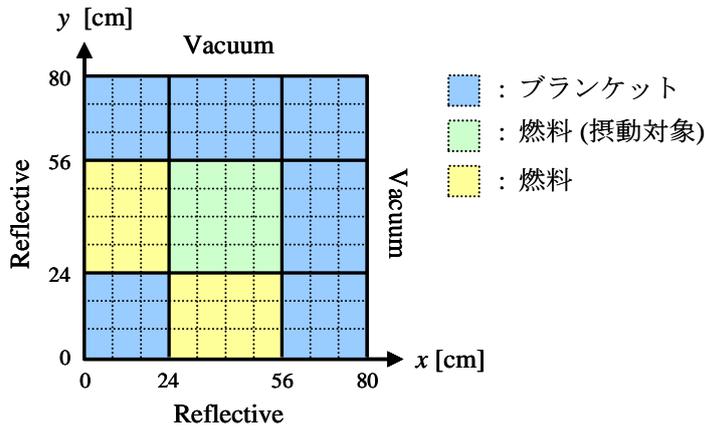


Fig. 5.3.2.1 時間依存輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題 [3]

Fig. 5.3.2.1 に示すように、TWIGL ベンチマーク問題は燃料領域とブランケット領域の 2 つから成る 1/4 炉心体系である。初期状態では、Fig. 5.3.2.1 の燃料領域には全て同じ物質が挿入されている。初期状態における使用核定数は 2 群で与えられ、Table 5.3.2.1 に示す値が用いられる。なお、遅発中性子先行核は 1 群である。

Table 5.3.2.1 輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数 [3]

群		$\Sigma_{tr,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{a,g}$ [1/cm]	$\nu\Sigma_{f,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g \rightarrow 1}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g \rightarrow 2}$ [1/cm]	$\chi$
燃料	1	0.23810	0.10000	0.00700	0.21810	0.01000	1.0
	2	0.83333	0.15000	0.20000	0.00000	0.68333	0.0
ブランケット	1	0.25641	0.00800	0.00300	0.23841	0.01000	1.0
	2	0.66667	0.05000	0.06000	0.00000	0.61667	0.0
$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]			
	2.43	1.0E+07	2.0E+05	0.0075	0.08		

炉心への反応度投入方法には(5.3.2.1)、(5.3.2.2)式に示すようにステップ状摂動とランプ状摂動の 2 種類があり、両者共に摂動領域燃料の 2 群の巨視的吸収断面積に摂動を与える[2]。

$$\text{ステップ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \Sigma_{a,2}(0) - 0.0035 \quad (t > 0.0\text{sec}) \quad (5.3.2.1)$$

$$\text{ランプ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.11667t) & (t \leq 0.2\text{sec}) \\ 0.976666\Sigma_{a,2}(0) & (t > 0.2\text{sec}) \end{cases} \quad (5.3.2.2)$$

以上の条件の下、Table 5.3.2.2、Fig. 5.3.2.2 に示す計算条件で計算を実施した。ただし、本検証計算は、①角度中性子束時間微分項の非等方性に関する等方近似誤差を定量化すること、②On-flight 法が実用的なメモリ量で Straightforward 法の解析結果を再現可能か検証することの 2 点を目的としており、TWIGL ベンチマーク問題の完全な厳密解を求めることが目的ではない。ゆえに、空間の離散化誤差及び方位角分割数は計算時間の観点から比較的粗く設定している。

Table 5.3.2.2 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. 5.3.2.2 参照)
収束判定条件	$k_{eff}: 10^{-8}$ , flux: $10^{-8}$
時間積分法	完全陰解法
タイムステップ幅	$\Delta t = 10^{-2}$ sec

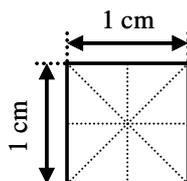
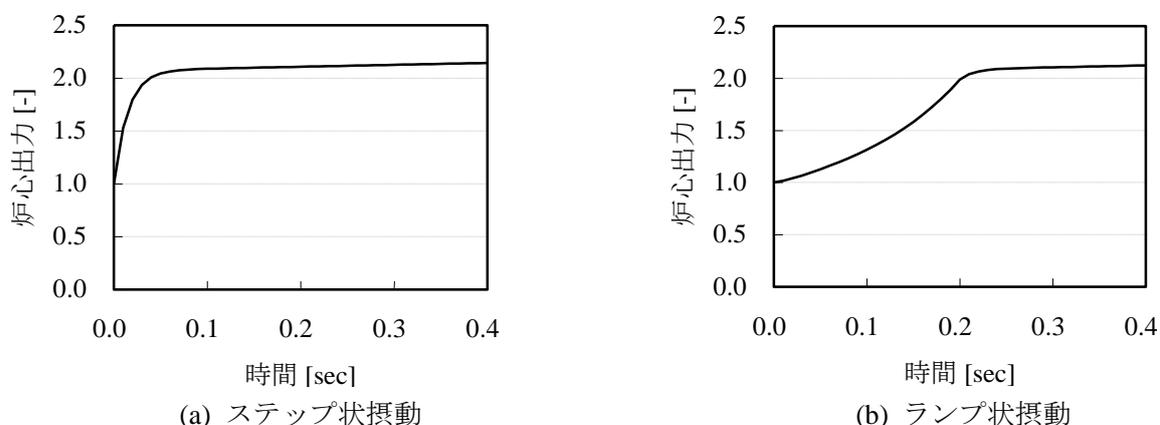


Fig. 5.3.2.2 セル及び Flat flux region の幾何形状

以上の条件の下、まずは **Straightforward** 法を用いて角度中性子束の時間発展を計算した。その結果として Fig. 5.3.2.3 にはステップ状摂動条件及びランプ状摂動条件における **Straightforward** 法の炉心出力の解析結果を示す。ただし、Fig. 5.3.2.3 に示す炉心出力は初期状態における炉心出力を 1.0 に規格化している。

Fig. 5.3.2.3 **Straightforward** 法における炉心出力の解析結果 ( $\Delta t = 10^{-2}$  sec)

ここで Fig. 5.3.2.3 に示す結果は **Straightforward** 法による炉心出力の解析結果であるが、摂動領域の燃料領域で 2 群の巨視的全断面積が減少することにより炉内での中性子吸収が減少することから、中性子の生成と消滅のバランスが崩れ、炉心出力が上昇していることが確認できる。この時の角度中性子束の時間変化としては、Fig. 5.3.2.4、5.3.2.5 に示すように、角度中性子束の角度分布の相対的な形状は変化せずにその大きさが時間的に発展していく様子が確認できる。なお、Fig. 5.3.2.4、5.3.2.5 で角度中性子束の角度分布を可視化した位置は Fig. 5.3.2.6 に示す通りである。

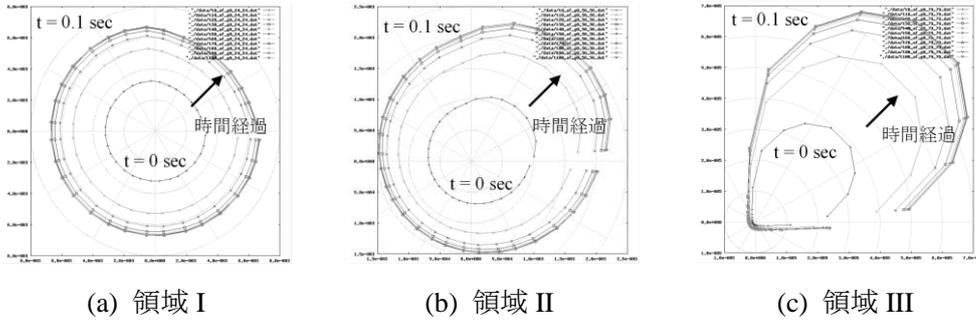


Fig. 5.3.2.4 各領域の1群領域平均角度中性子束の角度分布の時間発展 ( $\sin\theta_2 = 0.932954$ )

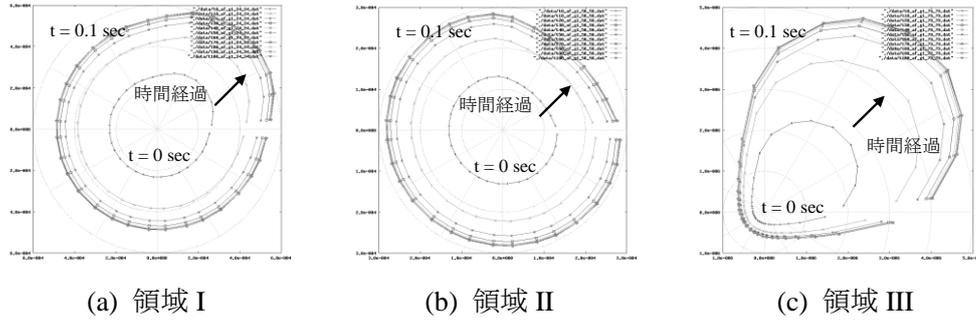


Fig. 5.3.2.5 各領域の2群領域平均角度中性子束の角度分布の時間発展 ( $\sin\theta_2 = 0.932954$ )

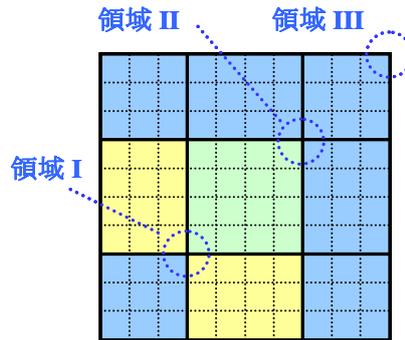
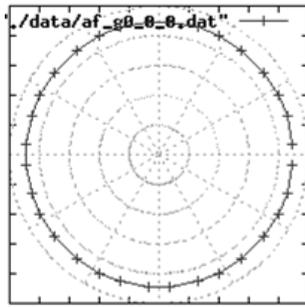


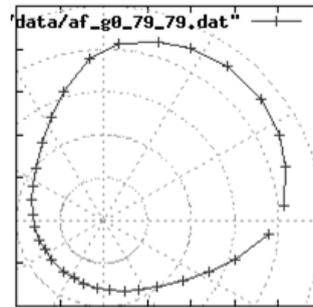
Fig. 5.3.2.6 中性子角度分布の可視化位置

ここで、過渡変化前後の角度中性子束角度分布の非等方性について考える。ただし、データの可視性の観点から、角度分布の非等方性を定量的に評価するための指標を以下のように導入する。

まず角度中性子束の角度分布について考えると、角度中性子束の角度分布が等方である場合、角度中性子束の角度分布は Fig. 5.3.2.7 (a)に示すように真円となる。一方、角度中性子束の角度分布が非等方になればなるほど、角度中性子束の角度分布は Fig. 5.3.2.7 (b)のように円形から歪んだ形となる。



(a) 等方な角度分布



(b) 非等方な角度分布

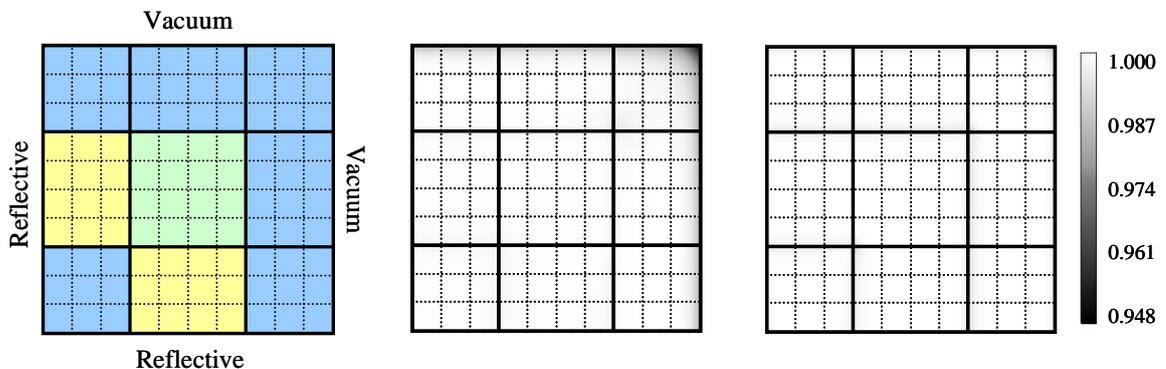
Fig. 5.3.2.7 中性子角度分布の可視化位置

よって、角度中性子束の角度分布の形状を特徴付ける指標があれば、より可視性の高い状態で角度分布の特徴を確認できる。本研究ではこの指標として、円形度(Circularity)を用いた。円形度とは、ある図形の面積を  $S$ 、図形の周囲長を  $l$  とした時、その図形の幾何形状がどれだけ真円に近いかを示す値であり、(5.3.2.3)式で定義される。

$$Circularity \equiv \frac{4\pi S}{l^2} \quad (5.3.2.3)$$

ここで円形度は図形の形状が真円に近いほど 1 に近い値となり、図形の形状が円形から遠ざかるにつれて 1 よりも小さな値となる。また、円形度は図形の大きさには依存せず、その相対的な形状を特徴づける値であるという特徴がある。

以上の指標を用いて、まずは初期状態における角度中性子束の角度分布の非等方性を示したものを Fig. 5.3.2.8 に、円形度と中性子角度分布の対応関係の例を Fig. 5.3.2.9 に示す。



(a) 計算体系

(b) 1群中性子角度分布

(c) 2群中性子角度分布

Fig. 5.3.2.8 初期状態における各群の角度中性子束角度分布の円形度分布

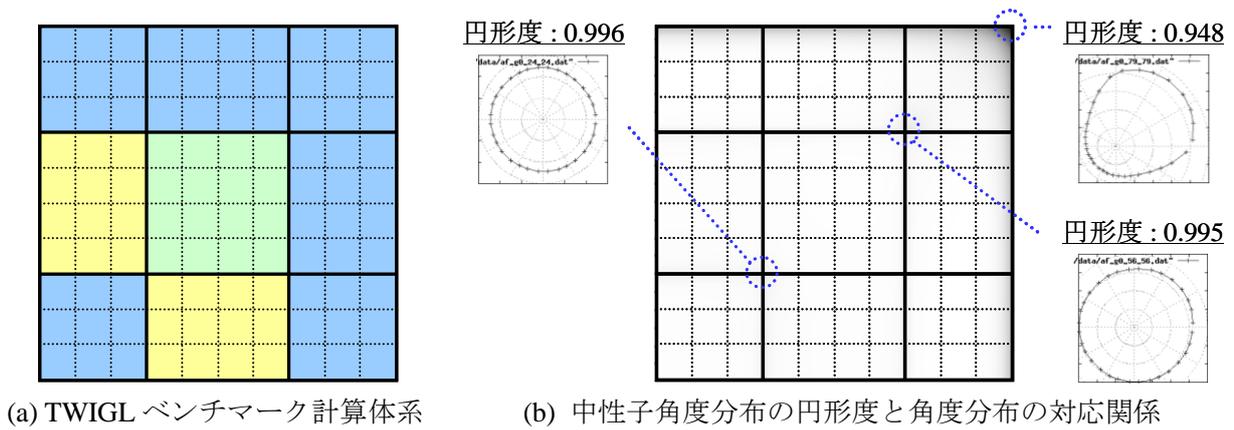


Fig. 5.3.2.9 中性子角度分布の円形度と角度分布の対応関係の例

Fig. 5.3.2.8 に示すように、初期状態における角度中性子束の角度分布は炉心中心部ではほぼ等方である。これは円形度が 1 に極めて近い点及び Fig. 5.3.2.9 に示す実際の角度分布の形状からも明らかである。また、角度中性子束の非等方性は真空境界面付近で大きくなる傾向にある。これは、体系から漏洩する中性子は多数あるものの、真空境界面から炉心内部に向う角度中性子束が存在しないためである。以上の中性子角度分布に対する円形度は極角方向によって異なるものの、Fig. 5.3.2.8 に示した円形度は中性子の非等方性が最も強い極角分点( $\sin\theta_2 = 0.932954$ )のものである。これは Table 5.3.2.3 に示す各極角分点における円形度分布の最小値からも明らかである。なお、Table 5.3.2.3 で円形度が最小となっているメッシュ位置は、いずれも Fig. 5.3.2.6 に示す領域 III の位置である。(真空境界面に 2 面隣接する最外周メッシュ)

Table 5.3.2.3 初期状態における中性子角度分布の円形度最小値

$\sin\theta$	各群角度中性子角度分布の円形度最小値	
	$g = 1$	$g = 2$
0.166648	0.964	0.983
0.537707	0.955	0.969
0.932954	0.948	0.962

以上のように算出した初期状態における中性子角度分布の円形度が時間と共に変化するか否か検討を行った。比較としては  $t = 0.0 \text{ sec}$  と  $t = 0.4 \text{ sec}$  における円形度分布の比較をステップ状摂動条件、ランプ状摂動条件の両方で比較した。その結果として、Table 5.3.2.4 には  $t = 0.0 \text{ sec}$  と  $t = 0.4 \text{ sec}$  における円形度の相対差異を示す。ただし、Table 5.3.2.4 に示すのは円形度の相対差異が絶対値で最大のものを示す。

Table 5.3.2.4  $t = 0.0 \text{ sec}$  と  $t = 0.4 \text{ sec}$  における中性子角度分布の円形度の相対差異

$\sin\theta$	ステップ状摂動条件		ステップ状摂動条件	
	$g = 1$	$g = 2$	$g = 1$	$g = 2$
0.166648	0.001	-0.003	0.001	-0.003
0.537707	0.009	-0.018	0.009	-0.018
0.932954	0.019	-0.045	0.019	-0.045

Fig. 5.3.2.9 では円形度 0.995 と 0.996 の角度分布を示しているが、両者の円形度の相対差異は 0.1%

程度であり、Table 5.3.2.4 に示す円形度の相対差異 0.045% という数値はこれよりも極めて小さい。また円形度は図形の大きさに依存しない、図形の相対的な形状を示す値である。ゆえに以上の結果を踏まえると、TWIGL ベンチマーク問題で問題となる過渡においては角度中性子束の角度分布の相対的な形状はほとんど変化せず、角度分布の絶対的な大きさのみが変化すると言える。

以上の過渡変化に対し、Table 5.3.2.2 の計算条件を用いて等方近似法及び 1 次の On-flight 法で Straightforward 法と同様に角度中性子束の時間発展を計算した。その後、Fig. 5.3.2.3 に示す Straightforward 法で計算した炉心出力を参照解とした時の、等方近似法及び 1 次の On-flight 法での炉心出力の計算精度を比較した。その結果を Fig. 5.3.2.10 に示す。

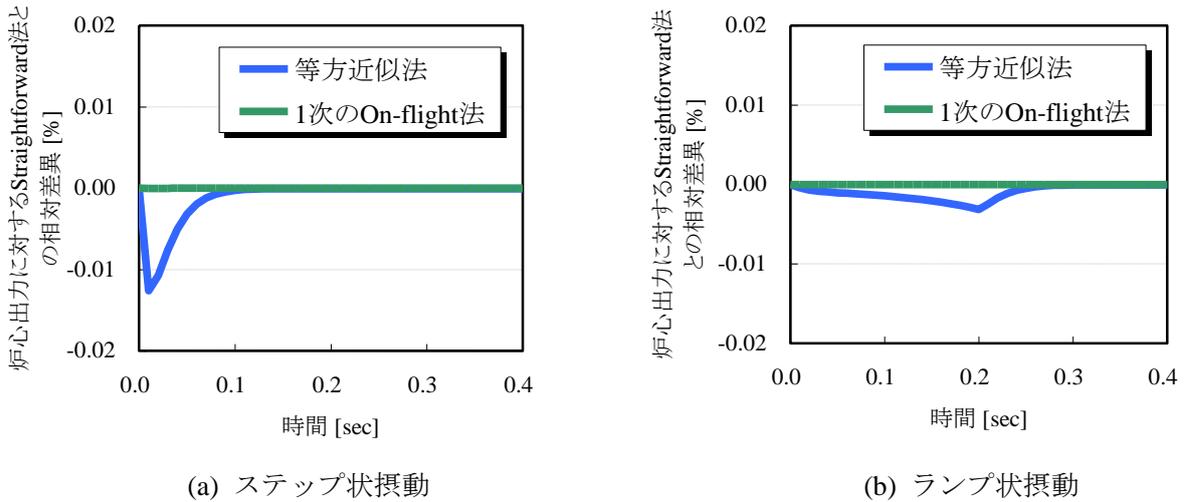


Fig. 5.3.2.10 等方近似法/1 次の On-flight 法と Straightforward 法との炉心出力に関する相対差異

ここで、本比較では、同一タイムステップ幅かつ同一幾何形状の Flat flux region を用いているため、Fig. 5.3.2.10 の差異は角度中性子束時間微分項の取り扱い方法のみによる差異である。つまり、等方近似法と Straightforward 法の差異は、①角度中性子束時間微分項の非等方性を無視することと、②本来セグメント毎に与えられる角度中性子束時間微分項の値を Flat flux region 単位で近似していることに起因する差異のみが顕在化している。

Fig. 5.3.2.10 に示すように、等方近似法では炉心出力の時間的勾配が急峻となる時間帯において Straightforward 法との差異が増大しているのに対し、1 次の On-flight 法は Straightforward 法と極めて良く一致しており、Straightforward 法の計算結果を極めて高精度に再現できていると言える。これは炉心全体の出力のみならず、燃料棒出力分布についても同様のことが言えることが Table 5.3.2.5 から確認できる。

Table 5.3.2.5 Straightforward 法に対する燃料棒出力に関する比較

	燃料棒出力に関する参照解との最大相対差異 <sup>†</sup> [%]	
	等方近似法	1 次の On-flight 法
ステップ状摂動	-0.015 (at $t = 0.01$ sec)	-0.000 (at $t = 0.01$ sec)
ランプ状摂動	-0.004 (at $t = 0.20$ sec)	-0.000 (at $t = 0.20$ sec)

†: 参照解との相対差異が絶対値で最大のものを記載

ここで、Fig. 5.3.2.10 に着目すると、等方近似法は全て **Straightforward** 法に比べ過小評価傾向にあることが分かる。これは以下のことが原因であると考えられる。まず等方近似法では角度中性子束時間微分項を差分化した時間差分項が **Flat flux region** 平均で定義される物理量であるのに対し、**Straightforward** 法における時間差分項は中性子の飛行方向毎及びセグメント毎で定義される物理量となっている。ゆえに等方近似法では本来空間及び飛行方向に関する分布を持つ時間差分項を空間的平均で鈍し、飛行方向毎の角度依存性を無視している。その結果中性子束の時間差分項の値が過小評価され、炉心出力は過小評価傾向となると考えられる。

なお、**Straightforward** 法で計算した角度中性子束角度分布に対する円形度を参照解として、等方近似法、1 次の **On-flight** 法でそれぞれ計算した角度中性子束角度分布に対する円形度を比較した結果、参照解の円形度分布と等方近似法/1 次の **On-flight** 法での円形度分布の間の相対差異は両者共に収束判定条件程度( $10^{-8}$ )であり、計算手法間の差異は極めて小さいことを確認した。以上の観点から、本検証計算では等方近似法及び **On-flight** 法は、角度中性子束の時間発展の計算において、角度中性子束の相対的な角度分布形状を歪ませるような近似誤差をもたらさないことを確認した。

本検証計算において、各手法が必要とするメモリ量及び計算時間は Table 5.3.2.6 に示す通りである。

Table 5.3.2.6 各手法の所要メモリ量及び計算時間

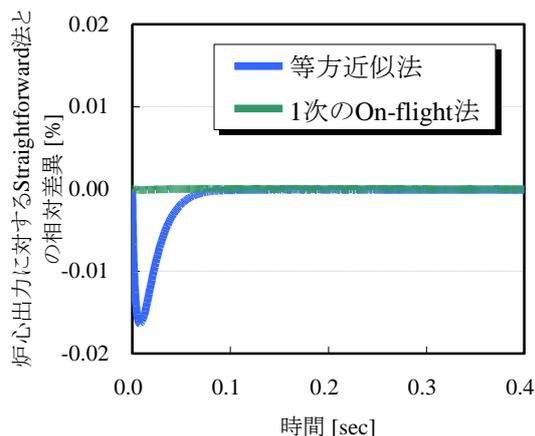
	所要メモリ量	計算時間 <sup>†</sup>	
		ステップ状摂動	ランプ状摂動
等方近似法	39 MB	101 min	114 min
1 次の <b>On-flight</b> 法	77 MB	180 min	254 min
<b>Straightforward</b> 法	1017 MB	118 min	148 min

†: Intel® Core™ i7 950 (3.07GHz), メモリ 4GB のマシンで 8 スレッドの並列計算を実施

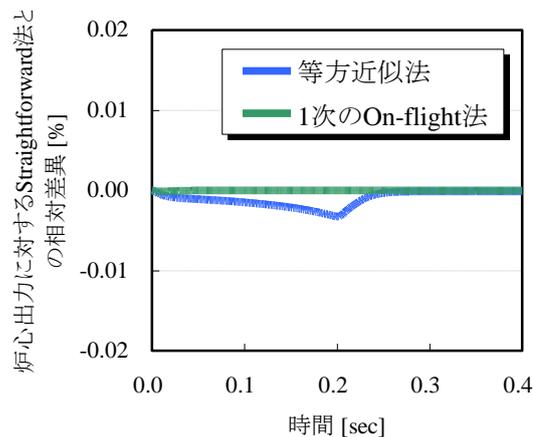
Table 5.3.2.6 に示す通り、1 次の **On-flight** 法では現ステップの角度中性子束を計算する際に過去 1 ステップ分の角度中性子束の再計算を行なうことから、約 2 倍の計算時間を要するというデメリットはあるものの、**Straightforward** 法に比べ十分少ないメモリ量で計算を実現できていることが確認できる。

以上の結果をまとめると、**On-flight** 法は実用的なメモリ量で **Straightforward** 法に代わる参照解を計算することができると言える。これは、**Straightforward** 法では大型体系において計算自体を実施することが困難であることを考えると、本手法の大きなメリットである。

最後に、タイムステップ幅に対する感度解析結果を以下に示す。Table 5.3.2.2 に示す計算条件で、タイムステップ幅を  $10^{-3}$  sec とした時の **Straightforward** 法に対する、等方近似法及び 1 次の **On-flight** 法での炉心出力の計算精度は Fig. 5.3.2.11 に示す通りである。



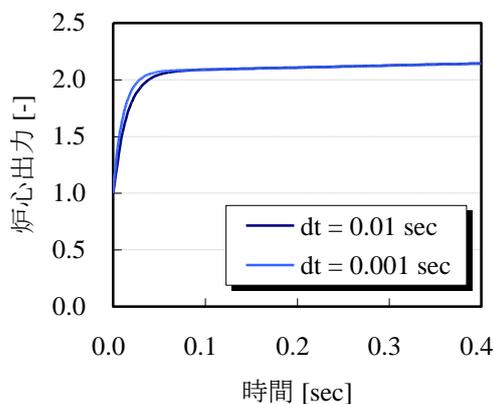
(a) ステップ状摂動



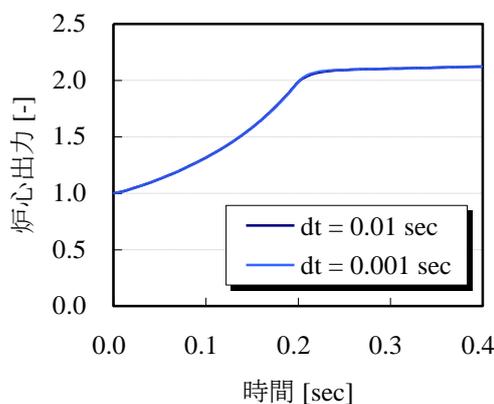
(b) ランプ状摂動

Fig. 5.3.2.11 等方近似法/1次の On-flight 法と Straightforward 法との相対差異 ( $\Delta t = 10^{-3}$  sec)

ここで Fig. 5.3.2.10、5.3.2.11 を比較すると、ランプ状摂動条件においてはタイムステップ幅に対する有意な差異は見られないが、ステップ状摂動条件についてはタイムステップ幅に対する依存性が若干見られる。これはステップ状摂動条件において、 $\Delta t = 10^{-2}$  sec というタイムステップ幅が十分細かい値ではないためだと考えられる。Fig. 5.3.2.12 に Straightforward 法のタイムステップ幅に対する炉心出力の依存性を示すが、ランプ状摂動条件では  $\Delta t = 10^{-2}$  sec の結果と  $\Delta t = 10^{-3}$  sec の結果がよく一致しているのに対し、ステップ状摂動条件では過渡変化の序盤、 $\Delta t = 10^{-2}$  sec での解析結果が若干の過小評価傾向にあることが確認できる。これは、本検証で用いている時間積分法(完全陰解法)が、上に凸の時間変化に対し常に過小評価することに起因するものである。



(a) ステップ状摂動



(b) ランプ状摂動

Fig. 5.3.2.12 タイムステップ幅に対する炉心出力の依存性 (Straightforward 法)

この場合、角度中性子束の時間変化は見かけ上なだらかとなるため、角度中性子束時間微分項が過小評価される。Fig. 5.3.2.10 (a)が Fig. 5.3.2.11 (a)よりも Straightforward 法と等方近似法との差異の絶対値を過小評価する傾向にあるのは、以上が原因だと考えられる。ただし上述の通り、角度中性子束の時間微分項に対する近似誤差は、本検証計算で問題となる過渡については無視できるオーダーであり、等方近似法は実用上問題無い精度で Straightforward 法と一致している。ゆえに、以上の観点から、TWIGL ベンチマーク問題で観測されるような過渡変化については従来の等方近

似法は妥当であると言える。次項では、より反応度添加量が多く、フィードバックも含まれる問題についても同様のことが言えるか検証を行なう。

### 5.3.3. LRA ベンチマーク問題

本項では、BWR 炉心における制御棒落下事象を模擬した LRA ベンチマーク問題を用いた検証を行なう[4]。

LRA ベンチマーク問題は元々拡散計算を対象とした動特性計算のためのベンチマーク問題であり、二次元体系及び三次元体系における 2 つの問題が用意されている。体系に加わる反応度は非常に強く、投入反応度が 1\$ を超える即発臨界状態が解析対象となる。また、簡易的なフィードバックであるものの、ドップラー効果を考慮した状態で過渡計算を行なう必要がある。

ただし、上述の通り、LRA ベンチマーク問題は元々拡散計算を対象としているため、輸送計算で必要となる自群散乱断面積や巨視的全断面積は与えられていない。よって、本研究では本来の LRA ベンチマーク問題の計算体系及び計算条件を一部アレンジし、検証を行なった。

まず、LRA ベンチマーク問題の計算体系は Fig. 5.3.3.1 に示す通りである。本来の LRA ベンチマーク問題の境界条件では、真空境界条件ではなく零中性子束境界条件が用いられるが、本研究では輸送計算について議論しているため、真空境界条件を用いた。

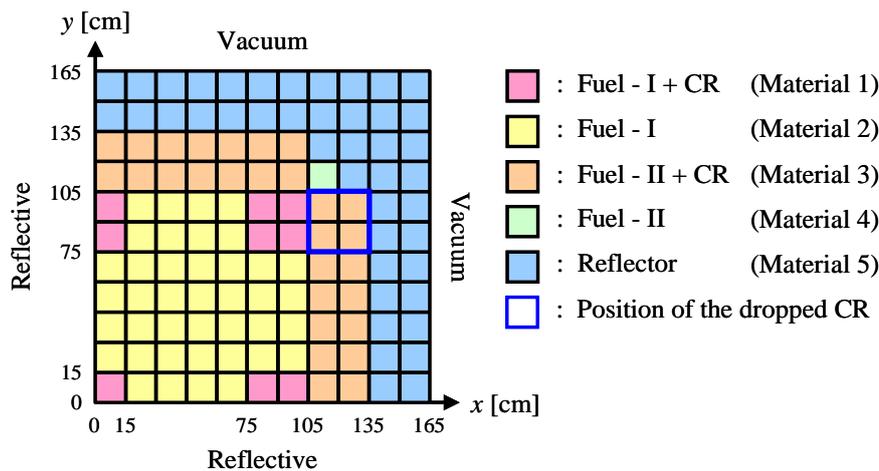


Fig. 5.3.3.1 輸送計算用 LRA ベンチマーク問題 計算体系

LRA ベンチマーク問題では Fig. 5.3.3.1 の青枠位置に挿入されている制御棒が落下した際の過渡計算を行なう。定常状態における断面積は 2 群で与えられ、Table 5.3.3.1 に示す通りである。なお、本検証計算で用いる二次元体系の場合、軸方向の中性子漏洩はバックリングで近似される。

Table 5.3.3.1 LRA ベンチマーク問題における使用核定数

Material	Group	$D$ [cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$v\Sigma_f$ [1/cm]	$\Sigma_{s,1\rightarrow 2}$ [1/cm]
1	1	1.2550	0.008252	0.004602	0.02533
	2	0.2110	0.100300	0.109100	
2	1	1.2680	0.007181	0.004609	0.02767
	2	0.1902	0.070470	0.086750	
3	1	1.2590	0.008002	0.004663	0.02617
	2	0.2091	0.083440	0.102100	
4	1	1.2590	0.008002	0.004663	0.02617
	2	0.2091	0.073324	0.102100	
5	1	1.2570	0.000603	0.000000	0.04754
	2	0.1592	0.019110	0.000000	
$B^2$ [1/cm <sup>2</sup> ]	$\chi_1$	$\chi_2$	$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]
$10^{-4}$	1.0	0.0	2.43	$3.0 \times 10^7$	$3.0 \times 10^5$

また、遅発中性子先行核群は2群であり、Table 5.3.3.2 に示すものが用いられる。

Table 5.3.3.2 遅発中性子先行核定数\*\*

Family	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]
1	0.0054	0.0654
2	0.001087	1.35

ただし、Table 5.3.3.1 に示すように、本来の LRA ベンチマーク問題では巨視的全断面積及び自群散乱断面積は与えられていない。よって、拡散係数を用いて(5.3.3.1)式より算出した輸送断面積を巨視的全断面積として与え、各反応断面積の和が全断面積と一致するように自群散乱の断面積を決定した。本検証で用いた核定数は Table 5.3.3.3 に示す通りである。なお、Table 5.3.3.3 に示す通り、二次元体系での LRA ベンチマーク問題ではバックリングを考慮する必要があるため、本研究では(5.3.3.2)式に示すように、各エネルギー群でのバックリングによる漏れ量が等方であると仮定してバックリングの導入を行った。

$$D_g = \frac{1}{3\Sigma_{tr,g}} \approx \frac{1}{3\Sigma_{t,g}} \Rightarrow \Sigma_{tr,g} = \frac{1}{3D_g} \approx \Sigma_{t,g} \quad (5.3.3.1)$$

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g,r}\psi_{g,m,k,i}(s) = Q_{g,m,r} - \frac{1}{4\pi} D_g B^2 \phi_{g,r} \quad (5.3.3.2)$$

\*\* 遅発中性子先行核定数及び温度係数の値は、オリジナルの LRA ベンチマーク問題においては異なる値が用いられているが、参考文献[7]より、本ページに示した値がもっともらしいと考えられる。

Table 5.3.3.3 本検証計算で用いた各種断面積

Material	Group	$D$ [cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\nu\Sigma_f$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 1}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 2}$ [1/cm]
1	1	1.2550	0.265604	0.008252	0.004602	0.232022	0.025330
	2	0.2110	1.579779	0.100300	0.109100	0.000000	1.479479
2	1	1.2680	0.262881	0.007181	0.004609	0.228030	0.027670
	2	0.1902	1.752541	0.070470	0.086750	0.000000	1.682071
3	1	1.2590	0.264760	0.008002	0.004663	0.230588	0.026170
	2	0.2091	1.594134	0.083440	0.102100	0.000000	1.510694
4	1	1.2590	0.264760	0.008002	0.004663	0.230588	0.026170
	2	0.2091	1.594134	0.073324	0.102100	0.000000	1.520810
5	1	1.2570	0.265182	0.000603	0.000000	0.217039	0.047540
	2	0.1592	2.093802	0.019110	0.000000	0.000000	2.074692
$B^2$ [1/cm <sup>2</sup> ]			$\chi_1$	$\chi_2$	$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]
10 <sup>-4</sup> (for both energy group)			1.0	0.0	2.43	3.0×10 <sup>7</sup>	3.0×10 <sup>5</sup>

また、LRA ベンチマーク問題では簡易なフィードバックではあるが、ドップラー効果を考慮した上で過渡計算を行う必要がある。フィードバックは(5.3.3.3)、(5.3.3.4)式で与えられる[7]。

$$\Sigma_{a,1}(t) = \Sigma_{a,1}(0) \left\{ 1 + \alpha_1 \left( \sqrt{T_{fuel}(t)} - \sqrt{T_{fuel}(0)} \right) \right\}, \quad \alpha_1 = 3.034 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1/2} \quad (5.3.3.3)$$

$$\frac{\partial T_{fuel}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \alpha_2 \sum_g^G \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t), \quad \alpha_2 = 3.83 \times 10^{-11} \text{ Kcm}^3/\text{fission} \quad (5.3.3.4)$$

過渡計算の初期値は以下の通りであり、炉心の出力密度は(5.3.3.5)式で計算される。ただし、 $V_{fuel}$ は燃料部分の体積であり、反射体の体積は含まない。

初期炉心平均出力密度 : 10<sup>-6</sup> W/cm<sup>3</sup> at  $t = 0$  sec

初期燃料温度 : 300 K at  $t = 0$  sec

$$\text{Power density} = \frac{1}{V_{fuel}} \int_{V_{fuel}} \varepsilon \sum_g^G \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) d\vec{r}, \quad \varepsilon = 3.204 \times 10^{-11} \text{ J/fission} \quad (5.3.3.5)$$

以上の条件の下、過渡計算の摂動は(5.3.3.6)式に従って与えられる。この摂動により体系への投入反応度はドル単位の反応度で1\$を超え、即発臨界状態となる。

$$\Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.0606184t) & (t \leq 2 \text{ sec}) \\ 0.8787631 \Sigma_{a,2}(0) & (t > 2 \text{ sec}) \end{cases} \quad (5.3.3.6)$$

以上の条件の下、Table 5.3.3.4、Fig. 5.3.3.2 に示す計算条件で解析を実施した。ただし、本検証計算は、①角度中性子束時間微分項の非等方性に関する等方近似誤差を定量化すること、②On-flight法が実用的なメモリ量で Straightforward 法の解析結果を再現可能か検証することの2点を目的としており、TWIGL ベンチマーク問題の完全な厳密解を求めることが目的ではない。ゆえに、空間の離散化誤差及び方位角分割数は計算時間の観点から比較的粗く設定している。

Table 5.3.3.4 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. 5.3.3.2 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$
タイムステップ幅	$\Delta t = 10^{-2}$ sec
時間積分	完全陰解法

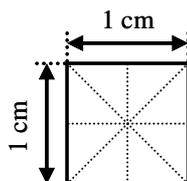
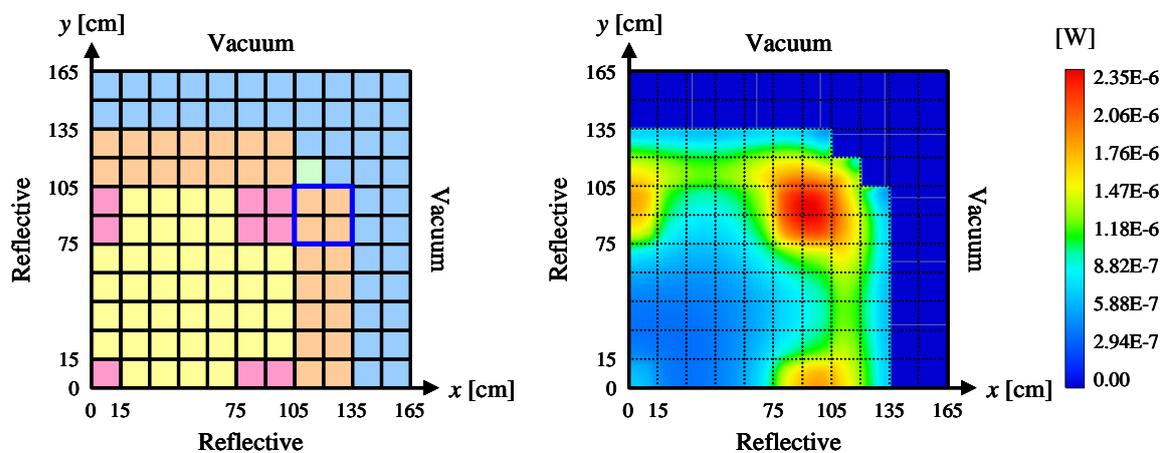


Fig. 5.3.3.2 セル及び Flat flux region の幾何形状

以上の条件の下、まず初期状態の炉心計算を実施した。その結果として Fig. 5.3.3.3 に初期状態における出力分布の解析結果を示す。なお、この時の体系の実効増倍率は 0.99701 であった。



(a) 初期状態における体系図

(b) 初期状態における炉内出力分布

Fig. 5.3.3.3 初期状態における LRA ベンチマーク問題の解析結果 ( $k_{eff} = 0.99701$ )

次に Fig. 5.3.3.3(a)に青枠で示す制御棒落下位置の制御棒が落下した際の全中性子束の時間発展を等方近似法、1次の On-flight 法、Straightforward 法にて計算し、Straightforward 法の計算結果を参照解として、等方近似法及び1次の On-flight 法の計算精度を比較した。その結果として、Fig. 5.3.3.4 に Straightforward 法で計算した炉心平均出力密度と炉心平均燃料温度、そして Straightforward 法に対する等方近似法及び1次の On-flight 法の計算精度を示す。なお、Fig. 5.3.3.3 に示す相対差異は、Straightforward 法の計算結果を参照解として、(5.3.3.7)式にて計算した。

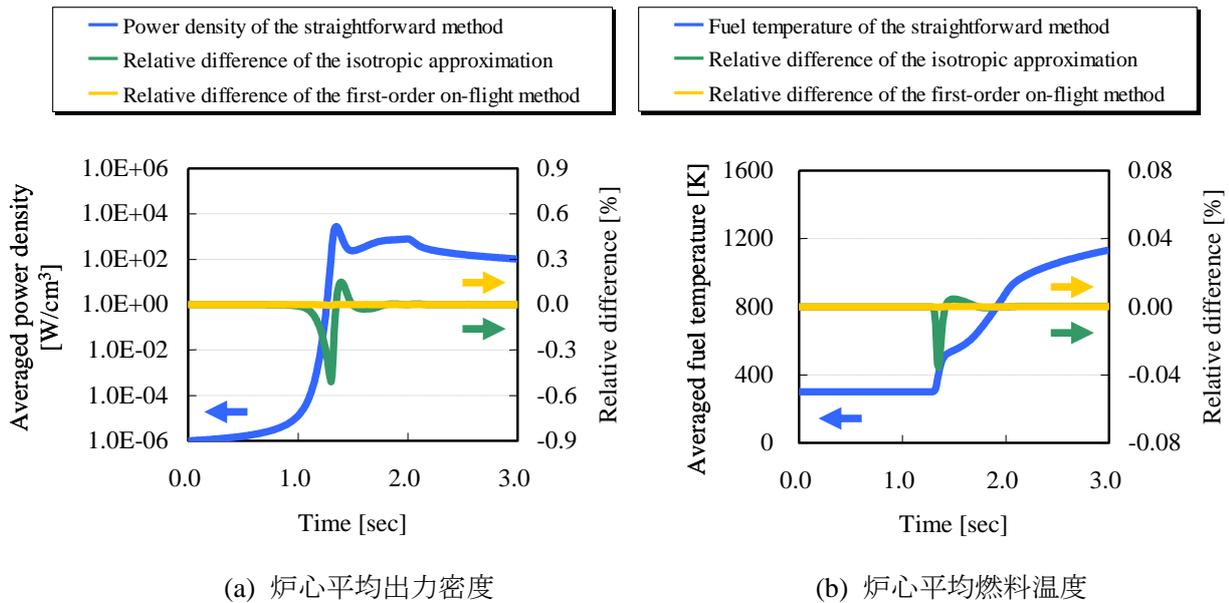
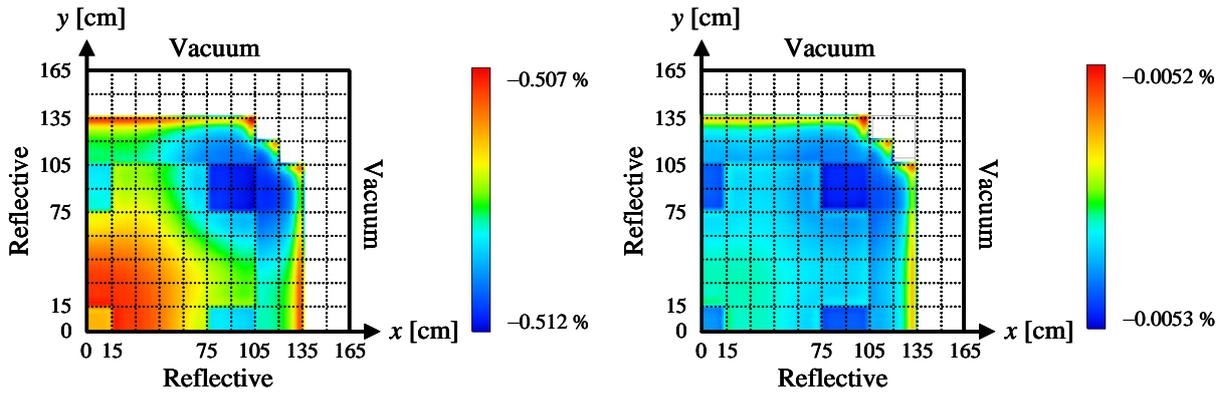


Fig. 5.3.3.4 Straightforward 法に対する等方近似法及び On-flight 法の計算精度 ( $\Delta t = 10^{-2}$  sec)

$$\text{Relative difference} = \frac{P - P^{ref}}{P^{ref}} \times 100 [\%] \quad (P: \text{パラメータ}, ref: \text{参照解}) \quad (5.3.3.7)$$

Fig. 5.3.3.4 に示すように、Straightforward 法と等方近似法における炉心平均の出力密度に関する相対差異は-0.5%程度であるのに対し、1 次の On-flight 法では-0.01%未満である。ただし前項とは異なり、等方近似法と Straightforward 法の解析結果の間には、過大評価及び過小評価の傾向を繰り返す、一種の振動が見られる。結論から先に述べるが、この振動はフィードバック効果によるものである。つまり前項で示した通り、等方近似法は角度中性子束時間微分項の非等方性を無視し領域平均の全中性子束の時間微分項を用いていることから、角度中性子束の時間微分項を非等方性及び空間依存性を鈍している。ゆえに過渡計算の序盤、等方近似法は Straightforward 法よりも過小評価の傾向を示す。これは Fig. 5.3.3.4 (a)に示す出力密度の過小評価からも読み取れる。しかし出力密度を過小評価した場合、燃料温度も共に過小評価されることとなる。これはドップラー効果による負の反応度投入量を減らすことに繋がるため、燃料温度が急激に上昇する時間帯において、等方近似法では体系に加わる負のフィードバックが減少する。よって等方近似法によって計算される出力密度は、出力密度の過小評価の後、燃料温度が急峻に上昇する時間帯で出力密度を過大評価する。この時の出力密度の過大評価は燃料温度の過大評価を招くため、結果的にドップラー効果による負のフィードバックが上昇し、結果的に出力密度及び燃料温度が振動することとなる。On-flight 法でも同様の事例が生じるが、On-flight 法では前ステップの角度中性子束を Transport sweep 中に再計算しているため、角度中性子束の時間微分項を過小評価する傾向が小さくなる。Fig. 5.3.3.4 で有意な振動が見られないのはこのためである。

なお、TWIGL ベンチマーク問題の解析時と同様、On-flight 法は Straightforward 法の結果を極めて良く再現しているが、これは炉心平均の出力密度のみならず、出力分布及び角度中性子束の角度分布に対しても同様のことが言える。例として Fig. 5.3.3.5 には等方近似法と Straightforward 法の間で出力分布の相対差異が最大となる  $t = 1.30$  sec において、Straightforward 法で計算した出力分布を参照解とした時の、等方近似法/1 次の On-flight 法の出力分布の計算精度を示す。



(a) 等方近似法と Straightforward 法の相対差異 (b) On-flight 法と Straightforward 法の相対差異

Fig. 5.3.3.5  $t = 1.30$  sec における出力分布に対する等方近似法及び On-flight 法の計算精度

Fig. 5.3.3.5 に示すように等方近似法と Straightforward 法では出力分布について最大-0.51%程度計算結果に差異が見られるが、1 次の On-flight 法では Straightforward 法での計算結果を等方近似法よりも 100 倍程度精度良く再現している。また、Table 5.3.3.5 に示すように出力分布の差異が最大となるセルにおいて角度中性子束の角度分布を比較しても、On-flight 法が Straightforward 法の計算結果を極めて高精度に再現しているのが確認できる。ただし、Table 5.3.3.5 に示すのは Straightforward 法の計算結果を参照解とした時の、等方近似法/1 次の On-flight 法と Straightforward 法の解析結果の RMS 差異であり、中性子角度分布の RMS 差異は(5.3.3.8)式で計算したものである。

$$\text{RMS difference} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_m \left( \frac{\psi_{g,m} - \psi_{g,m}^{ref}}{\psi_{g,m}^{ref}} \right)^2} \times 100[\%] \quad (M: \text{飛行方向の分割数}) \quad (5.3.3.8)$$

Table 5.3.3.5  $t = 1.30$  sec における出力分布及び中性子角度分布の計算精度

解析手法	出力分布 最大相対差異 <sup>†</sup> [%]	中性子角度分布の RMS 差異 [%]	
		$g = 1$	$g = 2$
等方近似法	-0.512	0.511	0.512
1 次の On-flight 法	-0.005	0.005	0.005

†: ピン出力に関する Straightforward 法との相対差異の絶対値が最大のものを記載

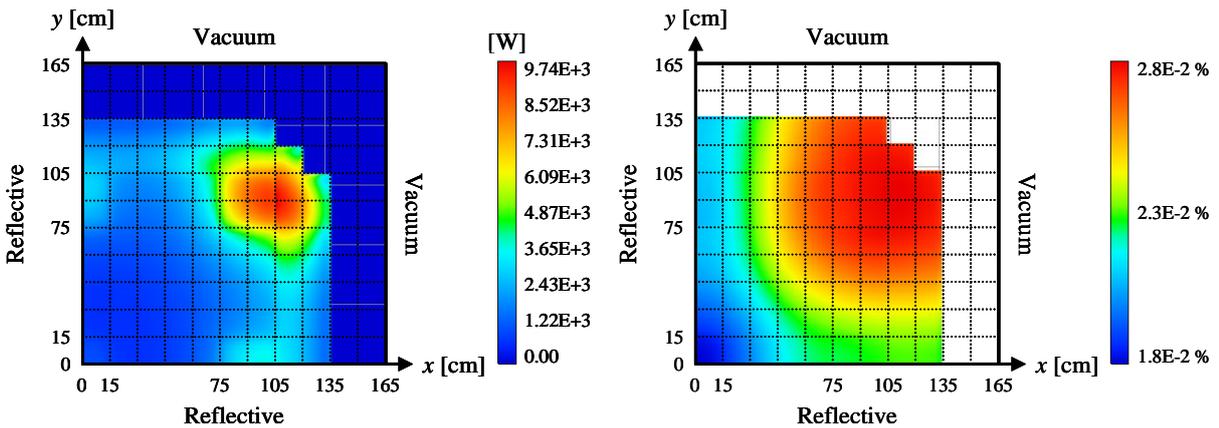
以上の結果から、On-flight 法は出力分布及び中性子角度分布共に Straightforward 法の計算結果を高精度に再現可能であることが確認された。

ただし、等方近似法も Straightforward 法と比較的良く一致しており、特に Table 5.3.3.6 に示す本検証計算で重要となるパラメータについては、等方近似法も実用上問題ない精度で Straightforward 法と一致していることが確認できる。

Table 5.3.3.6 LRA ベンチマーク問題において重要となるパラメータ ( $\Delta t = 10^{-2}$  sec)

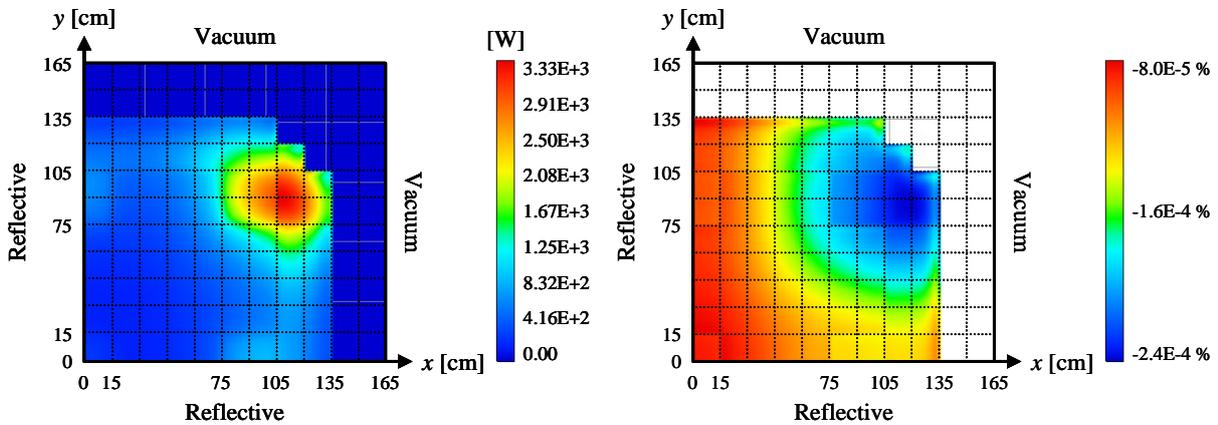
	等方近似法	On-flight 法(1次)	Straightforward 法
メッシュ構造		165×165×8	
初期状態における $k_{eff}$		0.99701	
タイムステップ数		300 ( $\Delta t = 10^{-2}$ sec)	
出力ピーク時刻		第1ピーク時刻 : 1.35 sec, 第2ピーク時刻 : 2.00 sec	
第1ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	2768	2767	2767
第2ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	790	790	790
$t = 3$ sec における炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	102	102	102
$t = 3$ sec における炉心平均燃料温度 [K]	1133	1133	1133
$t = 3$ sec における最大燃料温度 [K]	3545	3545	3545

なお、Table 5.3.3.6 に示している出力の第1ピーク及び第2ピーク、そして  $t = 3.0$  sec における出力密度は炉心平均の出力密度であるが、等方近似法と Straightforward 法はこれらの代表的な時刻における出力分布についても実用上十分な精度で一致することを確認した。Fig. 5.3.3.6~5.3.3.8 にはその結果として、第1ピーク及び第2ピーク、そして  $t = 3.0$  sec における等方近似法と Straightforward 法の出力分布に関する比較結果を示す。



(a) Straightforward 法での出力分布計算結果 (b) Straightforward 法と等方近似法の相対差異

Fig. 5.3.3.6 Straightforward 法と等方近似法の出力分布に関する相対差異 (第1ピーク時刻)



(a) Straightforward 法での出力分布計算結果 (b) Straightforward 法と等方近似法の相対差異

Fig. 5.3.3.7 Straightforward 法と等方近似法の出力分布に関する相対差異 (第2ピーク時刻)

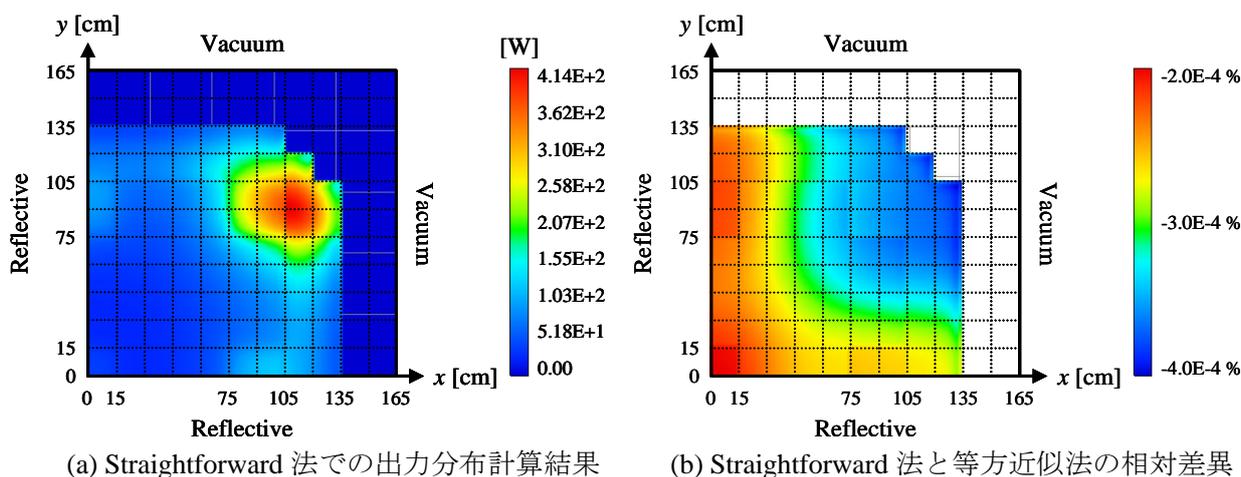


Fig. 5.3.3.8 Straightforward 法と等方近似法の出力分布に関する相対差異 ( $t = 3.0 \text{ sec}$ )

また、本計算に必要なメモリ量及び計算時間は Table 5.3.3.7 に示す通りである。なお、Table 5.3.3.6 には等方近似法の計算時間を 1 に規格化した時の、1 次の On-flight 法及び Straightforward 法の計算時間を示してある。

Table 5.3.3.7 本検証計算における所要メモリ量及び計算時間

計算手法	所要メモリ量	計算時間 <sup>†</sup>	相対計算時間 [-]
等方近似法	100 MB	3 days 2.4 hours	1.0
1 次の On-flight 法	192 MB	5 days 12.4 hours	1.8
Straightforward 法	8842 MB	3 days 16.4 hours	1.2

†: Intel® Core™ i7-3960X (3.30GHz), メモリ 44GB のマシンで 8 スレッドの並列計算を実施

Table 5.3.3.7 に示す通り、Straightforward 法では前ステップ及び現ステップのセグメント平均角度中性子束をメモリ上に全て保持する必要があるため、膨大なメモリ量を要する。よって、Straightforward 法を実際の動特性計算コードに実装すると、計算に用いるマシンのスペックによってはエネルギー群数や体系の規模及び計算条件に制限が出てしまう。しかし、On-flight 法の所要メモリ量は Straightforward 法よりも十分少なく、Straightforward 法では計算自体の実施が困難な多くの計算体系において On-flight 法を適用することが可能である。また、計算精度としても On-flight 法の計算結果は Straightforward 法の計算結果と極めて良く一致しており、Straightforward 法に代わる参照解計算方法として On-flight 法を用いることができる。これは、これまで定量的な評価がなされて来なかった等方近似の影響を定量的に評価する上で、大きなメリットである。

また、Table 5.3.3.6 に示す通り、本検証計算では典型的な BWR 炉心における制御棒落下事象の解析を行った結果、等方近似法も過渡計算上重要となるパラメータにおいて、実用上十分な精度で Straightforward 法の結果と一致していることが確認できた。ゆえに本検証計算においては、従来の等方近似は計算コストを抑えつつ、十分妥当な結果を出すことができる手法だと確認できる。

ただし本検証計算は時間の離散化誤差を十分低減しているわけではないため、より詳細な時間ステップを取った際の感度解析を行った。計算条件としては、Table 5.3.3.4 に示す計算条件で、タイムステップ幅を  $10^{-3} \text{ sec}$  として同様の解析を行った結果を Fig. 5.3.3.9 に示す。

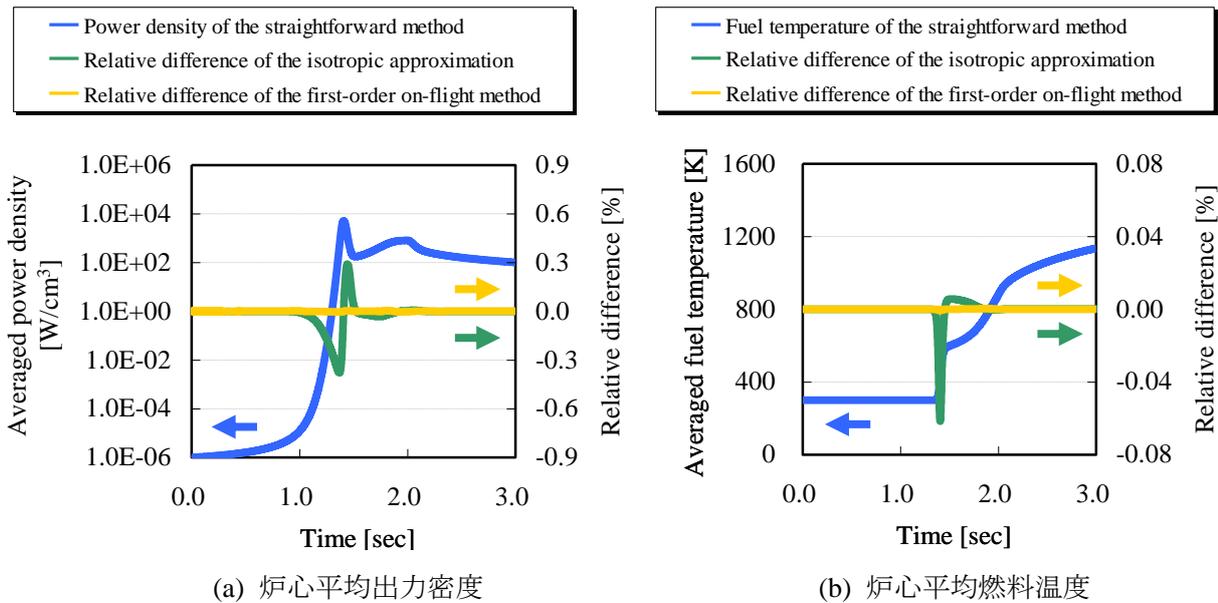


Fig. 5.3.3.9 Straightforward 法に対する等方近似法及び On-flight 法の計算精度 ( $\Delta t = 10^{-3}$  sec)

Fig. 5.3.3.9 に示す通り、タイムステップ幅が詳細となり時間積分の刻み幅が詳細化するため、等方近似法における出力密度の過大評価・過小評価振動の振幅は小さくなる。また、Table 5.3.3.7 には、本過渡計算で重要となるパラメータの計算結果について示すが、時間に関する分解能が増したため、出力ピーク時刻に若干の違いが見られる。

Table 5.3.3.7 LRA ベンチマーク問題において重要となるパラメータ ( $\Delta t = 10^{-3}$  sec)

	等方近似法	On-flight 法(1次)	Straightforward 法
メッシュ構造		165×165×8	
初期状態における $k_{eff}$		0.99701	
タイムステップ数		3000 ( $\Delta t = 10^{-3}$ sec)	
出力第1ピーク時刻 [sec]	1.409	1.408	1.408
出力第2ピーク時刻 [sec]	2.001	2.001	2.001
第1ピークの炉心平均出力密度 [W/cm³]	5161	5160	5160
第2ピークの炉心平均出力密度 [W/cm³]	813	813	813
$t = 3$ sec における炉心平均出力密度 [W/cm³]	101	101	101
$t = 3$ sec における炉心平均燃料温度 [K]	1136	1136	1136
$t = 3$ sec における最大燃料温度 [K]	3551	3551	3551

ただし、Table 5.3.3.7 に示す出力ピーク時刻の差異は極めて小さく、等方近似法の妥当性を揺るがす差異ではない。以上の結果から、等方近似法は Characteristics 法を用いた動特性計算において、On-flight 法及び Straightforward 法よりも少ない計算コストで実用上問題無い計算精度を得ることができる手法であることを確認した。同時に、On-flight 法は実用的なメモリ量で、計算時間の莫大な増加を招くこと無く、Straightforward 法の計算結果を再現することができることを確認した。この結果は、On-flight 法が Straightforward 法での解析の実施が困難な大規模体系において、Straightforward 法に代わる参照解計算手法として使用可能である可能性を示唆するものである。

## 5.4. MAF 法の検証

### 5.4.1. 等方近似法に対する MAF 法の適用

本項では、等方近似法に対し適用する MAF 法の検証を行なう。検証体系は、前節で述べた輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題である。

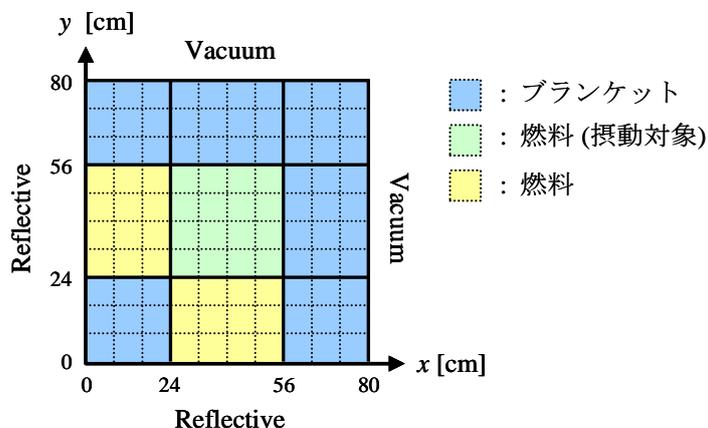
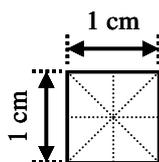


Fig. 5.4.1.1 輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題

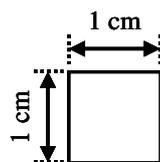
ただし本研究では、MAF 法の実装に当たり、4.4.1 項で述べた通り振幅関数の更新処理を外部反復の外側に設定し、振幅関数を収束させるための反復計算(TCMFD 反復)を実施している。よって、振幅関数の収束判定条件を適切に設定する必要がある。そこで、まず MAF 法の検証に入る前に振幅関数の収束判定条件に対する感度解析を実施する。感度解析を実施する上での計算条件は Table 5.4.1.1、Fig. 5.4.1.2 に示す通りである。

Table 5.4.1.1 振幅関数の収束条件に関する感度解析条件

	計算条件
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題 (ステップ状摂動条件)
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
メッシュ構造	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. 5.4.1.2 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$ Amplitude function : $10^{-8}$
タイムステップ幅	$\Delta t_{shape} = 10$ msec, $\Delta t_{amp} = 0.1$ msec



(a) 詳細メッシュ



(b) 粗メッシュ

Fig. 5.4.1.2 詳細メッシュと粗メッシュの定義

Table 5.4.1.1 に示す通り、本検証計算では振幅関数の収束判定条件を暫定的に厳しく設定している。

以上の計算条件の下、1ステップ分の動特性計算を実施し、振幅関数の更新処理後の核分裂源、全中性子束、振幅関数の収束割合を確認した。Fig. 5.4.1.3 には、TCMFD 反復の回数と、振幅関数及び動的周波数更新後の、外部反復 1 回目における核分裂源及び全中性子束の変化割合を示す。

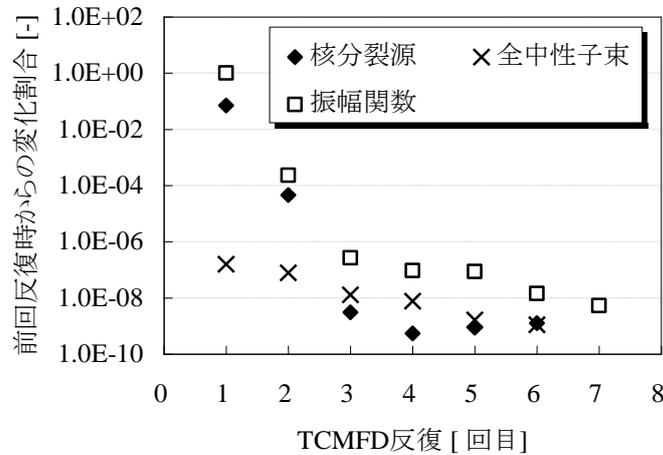


Fig. 5.4.1.3 振幅関数及び動的周波数更新後の外部反復一回目における各種物理量の収束割合

Fig. 5.4.1.3 に示すように、TCMFD 反復 3 回目以降、振幅関数及び動的周波数更新直後の外部反復一回目における核分裂源及び全中性子束の変化割合は、それぞれ  $10^{-8}$ ,  $10^{-7}$  以下であり、核分裂及び全中性子束に対する収束判定基準以下である。ゆえに TCMFD 反復 3 回目以降、外部反復は全て 1 回で抜けることとなる。つまり、本計算は振幅関数が Table 5.4.1.1 に示す振幅関数の収束判定基準を満たすまで計 7 回の TCMFD 反復を実施しているものの、TCMFD 反復 3 回目以降、振幅関数を更新しようとも、全中性子束及び核分裂源はほぼ変化していないに等しい。つまり、振幅関数の収束条件は、Table 5.4.1.1 に示す収束判定条件よりも粗く設定して問題ない。よって本計算における TCMFD 反復 3 回目の振幅関数の変化割合が約  $10^{-6}$  であることから、以降の解析における振幅関数の収束判定条件は  $10^{-6}$  として計算を行うこととした。

Table 5.4.1.2 に本検証計算の計算条件を示す。なお、MAF 法での解析では、遅発中性子先行核密度も振幅関数と形状関数に分離した解法を用いた。また TCMFD 計算では、核分裂源が線形に変化するとして遅発中性子先行核密度を求めた。一方、完全陰解法での解析では、遅発中性子先行核密度も完全陰解法で解析を行った。ただし本検証計算は、MAF 法の適用により、時間に関する積分誤差の蓄積を抑えつつ高速な動特性計算が可能か否か、時間積分に関する計算手法の検証を目的とするものである。ゆえに、空間の離散化誤差及び方位角分割数は計算時間の観点から比較的粗く設定している。また、形状関数は時間に弱く依存し、振幅関数は時間に強く依存する関数であるため、形状関数のタイムステップ幅は振幅関数のタイムステップ幅に対し十分大きく設定している。

Table 5.4.1.2 検証計算条件

		計算条件	
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題		
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)		
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)		
パス幅	0.04 cm		
メッシュ構造	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. 5.4.1.2 参照)		
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$		
時間積分法	完全陰解法	MAF 法	
タイムステップ幅	$\Delta t_{FI} = 0.1$ msec (Reference) $\Delta t_{FI} = 1, 10$ msec	$\Delta t_{shape} = 100$ msec $\Delta t_{amp} = 1, 10$ msec	
振幅関数収束判定条件	-	$10^{-6}$	

以上の解析条件の下、完全陰解法でタイムステップ幅  $\Delta t_{FI}$  を 0.1 msec とした時の解析結果を参照解として、各種計算手法の計算精度及び計算時間を比較した。その結果として Fig. 5.4.1.4、5.4.1.5 に各摂動条件における参照解の炉心出力との相対差異を示す。ただし、Fig. 5.4.1.4、5.4.1.5 の炉心出力に関する相対差異は(5.4.1.1)式を用いて計算した。

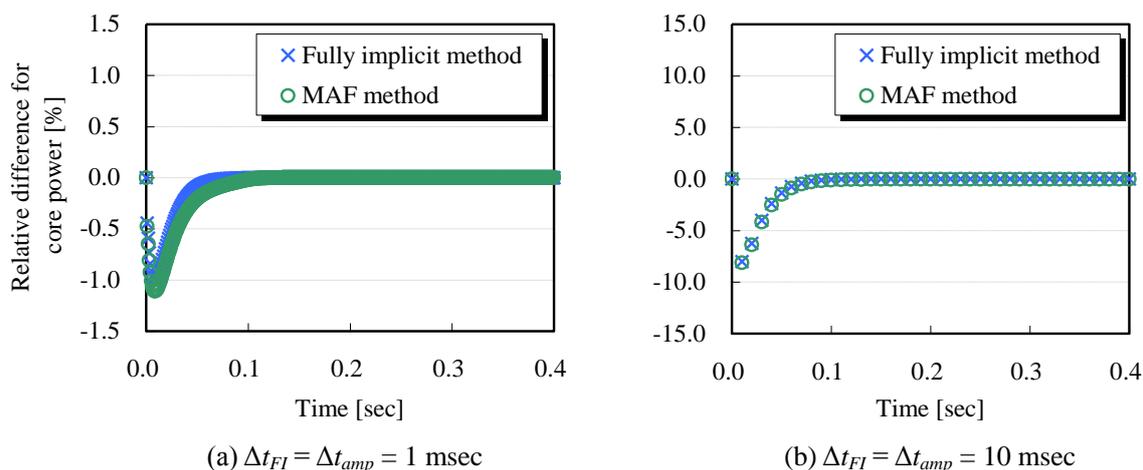


Fig. 5.4.1.4 ステップ状摂動条件における MAF 法及び完全陰解法の計算精度 ( $\Delta t_{shape} = 100$  msec)

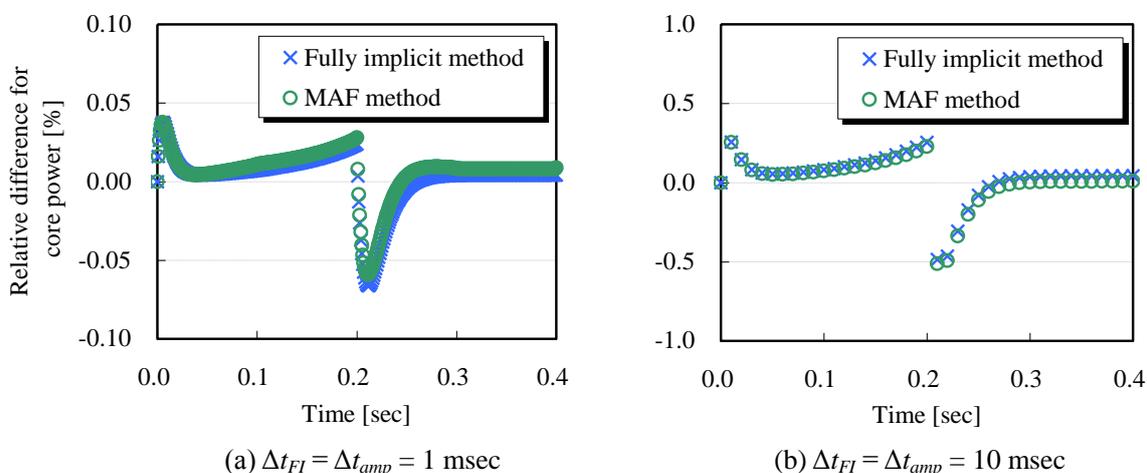


Fig. 5.4.1.5 ランプ状摂動条件における MAF 法及び完全陰解法の計算精度 ( $\Delta t_{shape} = 100$  msec)

$$\text{Relative difference} = \frac{P - P^{ref}}{P^{ref}} \times 100[\%] \quad (P: \text{炉心出力}, ref: \text{参照解}) \quad (5.4.1.1)$$

Fig. 5.4.1.4, 5.4.1.5 に示す通り、形状関数タイムステップは振幅関数のタイムステップ幅に比べて極めて大きいですが、振幅関数のタイムステップ幅が完全陰解法での解析に用いるタイムステップ幅と同一の場合、MAF 法と完全陰解法の計算精度はほぼ同等である。これは、MAF 法では全中性子束の時間依存性のほとんどを振幅関数が担っていることを示している。

以上の解析に要した計算時間は Table 5.4.1.3, 5.4.1.4 に示す通りである。ただし、本解析は全て Intel® Core™ i7-3960X (3.3GHz), メモリ 32GB のマシン上で 8 スレッドの並列計算を実施した結果である。また、Characteristics 法を用いた動特性計算には Pin-by-Pin の CMFD 加速を適用し、TCMFD 計算には Simplified Fixed Source Scaling 加速を適用している。

Table 5.4.1.3 ステップ状摂動条件における完全陰解法及び MAF 法の計算時間

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	計算時間の 増加割合 [-]
完全陰解法	65.8 min	315.2 min	4.8
MAF 法	25.5 min	40.9 min	1.6
高速化率 [-]	2.6	7.7	

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.1.4 ランプ状摂動条件における完全陰解法及び MAF 法の計算時間

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	計算時間の 増加割合 [-]
完全陰解法	77.5 min	385.2 min	5.0
MAF 法	26.4 min	55.7 min	2.1
高速化率 [-]	2.9	6.9	

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.1.3, 5.4.1.4 より、振幅関数のタイムステップ幅と完全陰解法のタイムステップ幅が同一の場合、MAF 法は完全陰解法に比べ、最大約 7 倍程度高速であることが確認できる。さらに、Fig. 5.4.1.4, 5.4.1.5 の結果より、本検証計算条件では、完全陰解法で用いるタイムステップ幅  $\Delta t_{FI}$  と MAF 法で用いる振幅関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{amp}$  が同一の場合、MAF 法と完全陰解法の計算精度はほぼ同等であることから、以上の結果を Table 5.4.1.3, 5.4.1.4 の結果と合わせて考えると、MAF 法は完全陰解法と同程度の計算精度を得るため要する計算時間が、計算完全陰解法に比べ最大約 7 倍程度高速であると言える。また、完全陰解法ではタイムステップ幅を 1/10 にした場合、約 5 倍の計算時間がかかるのに対し、MAF 法では振幅関数のタイムステップ幅を 1/10 にした場合、計算時間の増加幅は約 2 倍である。これは、粗メッシュ・詳細タイムステップの計算における計算コストが、詳細メッシュ・詳細タイムステップの計算の計算コストよりも低いことに起因するものである。また、MAF 法で振幅関数のタイムステップ幅が 1 msec の時の解析結果と、完全陰解法でタイムステップが 10 msec の時の解析結果を比較すると、前者の方が約 10 倍程度良好な計算精度を得られるのにも関わらず、後者よりも高速な計算を実現できていることが分かる。以上の点から、Characteristics 法を用いた動特性計算に MAF 法を適用することで、より高精度な計算結

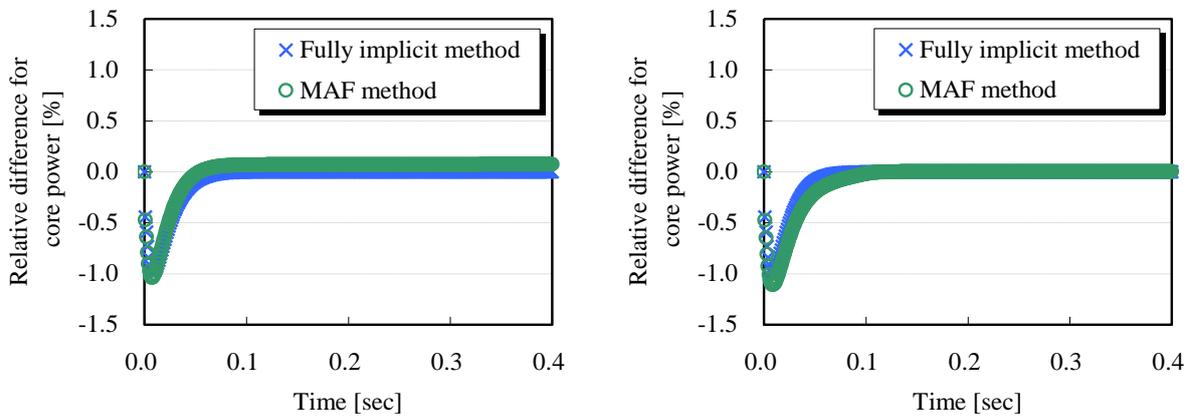
果を高速に得ることができることが確認できる。

次に、MAF法の形状関数のタイムステップ幅に関する感度解析を実施した。計算条件はTable 5.4.1.5に示す通りである。なお、以下の感度解析では形状関数のタイムステップ幅を変化させた際の計算時間に対する感度を調べるため、前述のTable 5.4.1.2の計算条件から、形状関数のタイムステップ幅のみを変化させて計算を実施している。

Table 5.4.1.5 形状関数のタイムステップ幅に関する感度解析条件

		計算条件	
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題		
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)		
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)		
パス幅	0.04 cm		
メッシュ構造	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. 5.4.1.2 参照)		
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$		
時間積分法	完全陰解法	MAF法	
タイムステップ幅	$\Delta t_{FI} = 0.1$ msec (Reference) $\Delta t_{FI} = 1, 10$ msec	$\Delta t_{shape} = 10, 100$ msec	
振幅関数収束判定条件	-	$\Delta t_{amp} = 1$ msec $10^{-6}$	

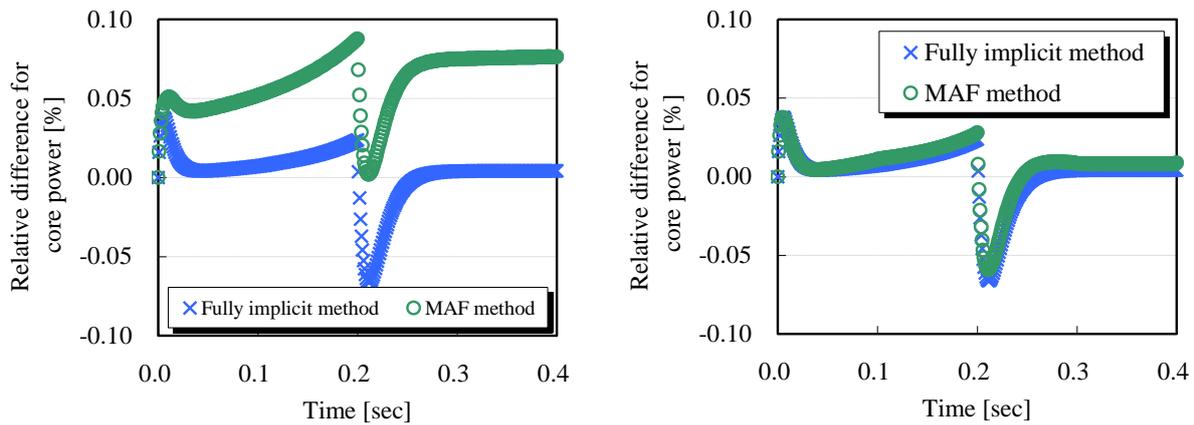
以上の解析条件の下、完全陰解法でタイムステップ幅  $\Delta t_{FI}$  を 0.1 msec とした時の解析結果を参照解として、各種計算手法の計算精度及び計算時間を比較した。その結果として Fig. 5.4.1.6、5.4.1.7 に各摂動条件における参照解の炉心出力との相対差異を示す。ただし、Fig. 5.4.1.6、5.4.1.7 の炉心出力に関する相対差異は(5.4.1.1)式を用いて計算した。



(a)  $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1$  msec,  $\Delta t_{shape} = 10$  msec

(b)  $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1$  msec,  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Fig. 5.4.1.6 ステップ状摂動条件における MAF 法及び完全陰解法の計算精度



(a)  $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1 \text{ msec}$ ,  $\Delta t_{shape} = 10 \text{ msec}$       (b)  $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1 \text{ msec}$ ,  $\Delta t_{shape} = 100 \text{ msec}$

Fig. 5.4.1.7 ランプ状摂動条件における MAF 法及び完全陰解法の計算精度

Fig. 5.4.1.6、5.4.1.7 に示す通り、形状関数のタイムステップ幅が 10 msec の場合、MAF 法の時間依存性は完全陰解法の時間依存性と完全には一致していないものの、両者の差異は 0.1% 未満であり極めて小さい。また、その他の結果については、形状関数タイムステップが振幅関数のタイムステップ幅に比べて十分大きいにも関わらず、振幅関数のタイムステップ幅が完全陰解法での解析に用いるタイムステップ幅と同一の場合、MAF 法と完全陰解法の計算精度はほぼ同等である。

以上の計算結果を得るためにかかった時間は Table 5.4.1.6、5.4.1.7 に示す通りである。なお、本解析は全て Intel® Core™ i7-3960X (3.3GHz), メモリ 32GB のマシン上で 8 スレッドの並列計算を実施した結果である。

Table 5.4.1.6 ステップ状摂動条件における完全陰解法及び MAF 法の計算時間

タイムステップ幅	$\Delta t_{shape} = 100 \text{ msec}$ ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1 \text{ msec}$ )	$\Delta t_{shape} = 10 \text{ msec}$ ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1 \text{ msec}$ )	計算時間の増加割合 [-]
完全陰解法	315.2 min		-
MAF 法	40.9 min	160.7 min	2.9
高速化率 [-]	7.7	2.0	

Table 5.4.1.7 ランプ状摂動条件における完全陰解法及び MAF 法の計算時間

タイムステップ幅	$\Delta t_{shape} = 100 \text{ msec}$ ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1 \text{ msec}$ )	$\Delta t_{shape} = 10 \text{ msec}$ ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp} = 1 \text{ msec}$ )	計算時間の増加割合 [-]
完全陰解法	385.2 min		-
MAF 法	55.7 min	183.2 min	4.5
高速化率 [-]	6.9	2.1	

Table 5.4.1.6、5.4.1.7 に示す通り、MAF 法で形状関数のタイムステップ幅を 1/10 にした場合、計算時間は約 3~4 倍程度増加する。これは、計算コストの高い詳細メッシュ計算を実施する回数が増加するためであり、この時の計算時間の増加割合は完全陰解法でタイムステップ幅を 1/10 にした際の計算時間の増加割合とほぼ同程度である。ただし本検証計算では形状関数のタイムステップ幅を詳細にしている分、計算コストの高い詳細メッシュでの計算を実施する回数が増えるため、高速化率は約 2 倍程度まで落ちている。ゆえに、形状関数のタイムステップ幅を大きくとっても

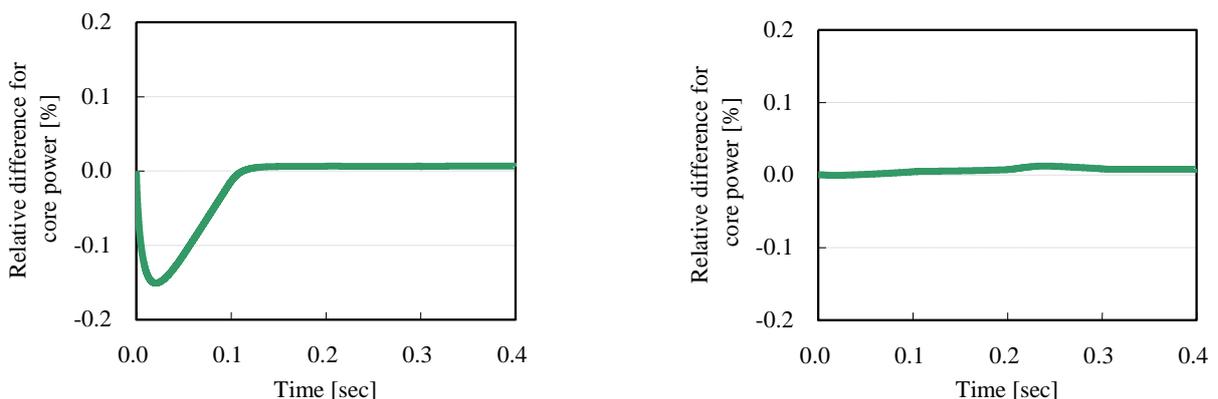
計算精度が変わらないのであれば、形状関数のタイムステップ幅を粗く取りつつ、振幅関数のタイムステップ幅を詳細に設定する方が計算時間の観点からは有効であると言える。

以上の計算は、全て完全陰解法でタイムステップ幅を 0.1 msec とした時の解析結果を参照解として比較を行っていた。しかし、参照解の算出には Intel® Core™ i7-3960X (3.3GHz) のマシン上で 8 スレッド 1 日以上 の計算時間を要しており、非常に膨大な時間を要している。一方、MAF 法での解析は上述の通り非常に高速であるため、MAF 法が参照解を極めて高精度に再現することができれば、参照解をより簡便に見積もることができる。よって、Table 5.4.1.8 に示す条件で比較を行った。ただし、本検証計算は MAF 法の時間積分に関する計算精度のみに焦点を当てているため、メッシュ分割等は比較的粗く設定している。

Table 5.4.1.8 MAF 法の参照解としての成立性に関する検討計算条件

計算条件		
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題	
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)	
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)	
パス幅	0.04 cm	
メッシュ構造	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. 5.4.1.2 参照)	
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$	
時間積分法	完全陰解法	MAF 法
タイムステップ幅	$\Delta t_{FI} = 0.1$ msec (Reference)	$\Delta t_{shape} = 100$ msec $\Delta t_{amp} = 0.1$ msec
振幅関数収束判定条件	-	$10^{-6}$

以上の解析条件の下、完全陰解法でタイムステップ幅  $\Delta t_{FI}$  を 0.1 msec とした時の解析結果を参照解として、各種計算手法の計算精度及び計算時間を比較した。その結果として、Fig. 5.4.1.8 に参照解と MAF 法の炉心出力に関する相対差異を示す。ただし、Fig. 5.4.1.8 の炉心出力に関する相対差異は(5.4.1.1)式を用いて計算した。



(a) ステップ状摂動条件

(b) ランプ状摂動条件

Fig. 5.4.1.8 振幅関数のタイムステップ幅が参照解と同一の場合の MAF 法の計算精度 ( $\Delta t_{shape} = 100$  msec,  $\Delta t_{amp} = \Delta t_{FI} = 0.1$  msec)

Fig. 5.4.1.8 に示す通り、MAF 法は完全陰解法と極めて高精度に一致している。また、ステップ状

摂動条件、ランプ状摂動条件における MAF 法の計算時間はそれぞれ 120 min、117 min であり、完全陰解法に比べ極めて高速な計算を実現している。以上の観点から、MAF 法は時間積分誤差を小さく抑えた参照解の高速な算出にも有効であると言える。

なお、以上の計算は全て粗メッシュサイズを Fig. 5.4.1.2 で指定したサイズで固定していたが、粗メッシュ・詳細タイムステップでの動特性計算の収束性について考えると、粗メッシュサイズを大きくした方が体系内のメッシュ数が減るため、収束性が向上する。また、粗メッシュ計算の収束性の向上は、計算精度の向上に寄与する可能性が高い。そこで、粗メッシュサイズに関する感度解析も合わせて実施した。Table 5.4.1.9 に本検証計算の計算条件を示す。

	計算条件
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
	1 cm × 1 cm
メッシュ構造	詳細メッシュ : Fig. 5.4.1.2(a) 粗メッシュ : Fig. 5.4.1.9
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$ Amplitude function : $10^{-6}$
タイムステップ幅	$\Delta t_{shape} = 100$ msec, $\Delta t_{amp} = 1$ msec

また、本検証では、Fig. 5.4.1.9 (b)~(d)に示す 3 パターンの粗メッシュ構造で計算を実施した。Fig. 5.4.1.9 (b)は本項で既に述べた粗メッシュ構造であり、Fig. 5.4.1.9 (d)は振幅関数及び動的周波数の空間依存性が無い状態である。

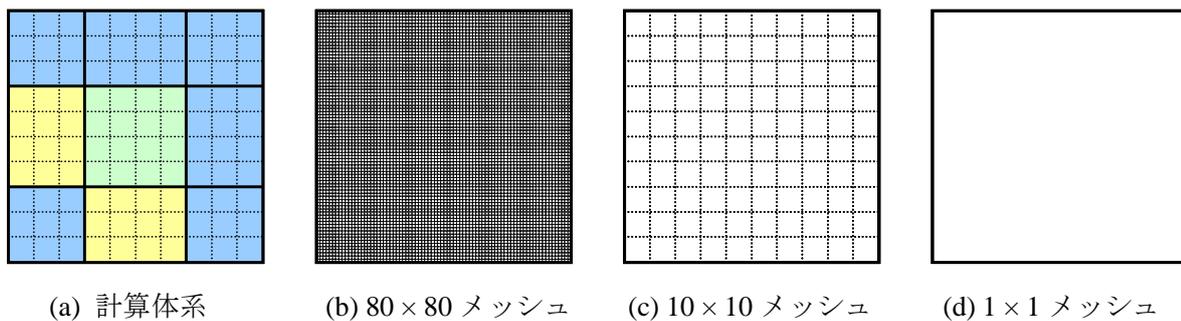


Fig. 5.4.1.9 粗メッシュ構造

以上の条件の下、完全陰解法でタイムステップ幅を 0.1 msec とした時の解析結果を参照解として、Fig. 5.4.1.9 に示す各粗メッシュ構造を用いた MAF 法で計算した結果を以下に示す。まず、Fig. 5.3.1.10 は参照解と各粗メッシュ構造を用いた MAF 法の計算結果の炉心出力に関する相対差異を示す。

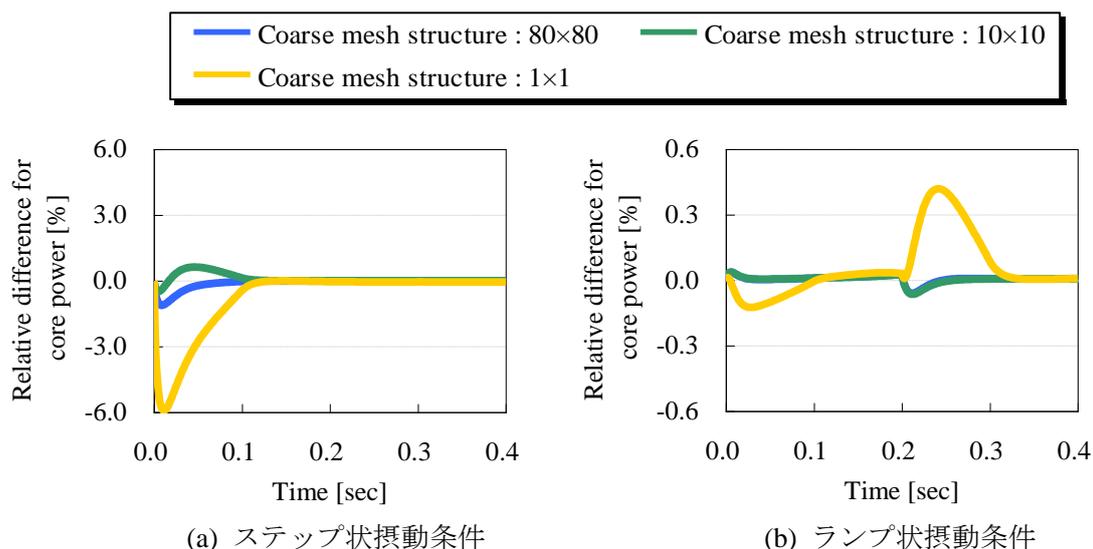


Fig. 5.4.1.10 粗メッシュサイズに対する感度解析結果

Fig. 5.4.1.10 に示すように、振幅関数の空間依存性を Fig. 5.4.1.9 (d) のように完全に無視してしまうと、計算精度は悪化するが、粗メッシュ構造を Fig. 5.4.1.9 (c) のようにある程度粗く取っても計算精度に関する依存性はさほど大きくない。ただし、計算時間に関して見ると、本検証計算条件では、Table 5.4.1.10 に示すように劇的な高速化は確認できなかった。これは、そもそも二次元体系における 1 ステップ分の粗メッシュ動特性計算が十分高速に終了するためだと考えられる。

Table 5.4.1.10 各粗メッシュ構造を用いた MAF 法の計算時間

粗メッシュ構造	計算時間 <sup>†</sup>	
	ステップ状摂動	ランプ状摂動
80 × 80	40.9 min	55.7 min
10 × 10	42.3 min	48.9 min
1 × 1	48.9 min	52.8 min

<sup>†</sup>: Intel® Core™ i7-3960X (3.30GHz)、メモリ 44GB のマシンで 8 スレッドの並列計算を実施

よって、粗メッシュサイズから考えると、Characteristics 法を用いた動特性計算に MAF 法を適用する場合、Characteristics 法の計算コストが TCMFD 計算よりも十分大きいことも踏まえると、粗メッシュ構造は比較的小さくとも計算速度及び計算精度の観点から問題は無いと言える。また、本検証計算の結果から、従来の改良準静近似法のように、振幅関数の空間依存性を無視する方法よりも、MAF 法のように振幅関数の空間依存性を考慮する方が良好な計算精度を得られることが確認できる。

### 5.4.2. Straightforward 法に対する MAF 法の適用

本項では、Straightforward に対し適用する MAF 法の検証を行なう。検証体系は、前節で述べた輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題である。

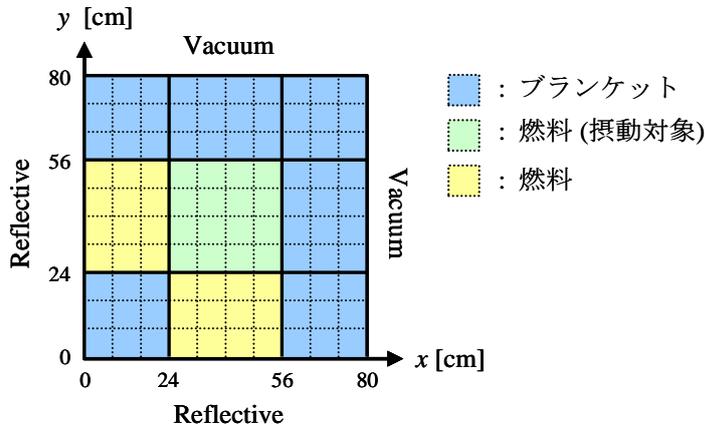


Fig. 5.4.2.1 輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題

Table 5.4.2.1 に本検証計算の計算条件を示す。なお、MAF 法での解析では、遅発中性子先行核密度も振幅関数と形状関数に分離した解法を用いた。また TCMFD 計算では、核分裂源が線形に変化するとして遅発中性子先行核密度を求めた。一方、完全陰解法及び周波数変換法での解析では、遅発中性子先行核密度も完全陰解法で解析を行った。ただし本検証計算は、MAF 法の適用により、時間に関する積分誤差の蓄積を抑えつつ高速な動特性計算が可能か否か、時間積分に関する計算手法の検証を目的とするものである。ゆえに、空間の離散化誤差及び方位角分割数は計算時間の観点から比較的粗く設定している。また、形状関数は時間に弱く依存し、振幅関数は時間に強く依存する関数であるため、形状関数のタイムステップ幅は振幅関数のタイムステップ幅に対し十分大きく設定している。

Table 5.4.2.1 検証計算条件

	計算条件		
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)		
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)		
パス幅	0.04 cm		
メッシュ構造	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. 5.4.2.2 参照)		
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$		
時間積分法	完全陰解法	周波数変換法	MAF 法
タイムステップ幅	$\Delta t_{FI} = 0.1$ msec (Reference) $\Delta t_{FI} = 1, 10$ msec	$\Delta t_{FT} = 1, 10$ msec	$\Delta t_{shape} = 100$ msec $\Delta t_{amp} = 1, 10$ msec
振幅関数収束判定条件	-	-	$10^{-6}$

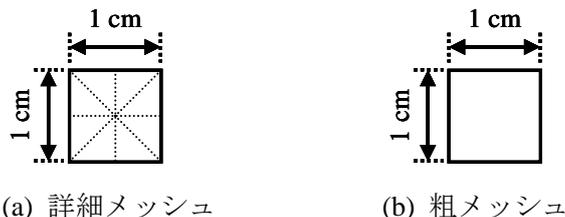


Fig. 5.4.2.2 詳細メッシュと粗メッシュの定義

以上の解析条件の下、完全陰解法でタイムステップ幅  $\Delta t_{FI}$  を 0.1 msec とした時の解析結果を参照解として、各種計算手法の計算精度及び計算時間を比較した。その結果を Fig. 5.4.2.3、5.4.2.4 に各摂動条件における参照解の炉心出力との相対差異を示す。ただし Fig. 5.4.2.3、5.4.2.4 の炉心出力に関する相対差異は(5.4.2.1)式を用いて計算した。

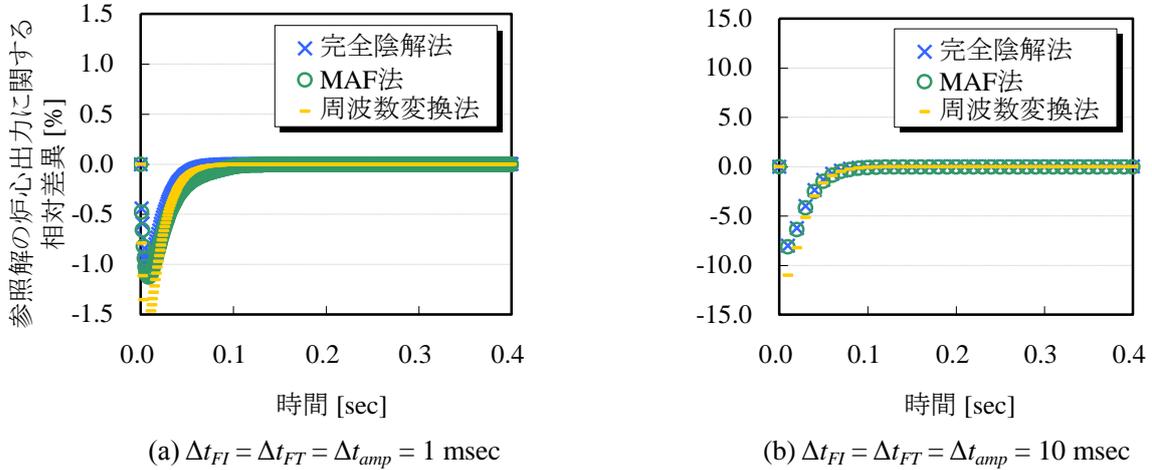


Fig. 5.4.2.3 ステップ状摂動条件における MAF 法及び完全陰解法の計算精度 ( $\Delta t_{shape} = 100 \text{ msec}$ )

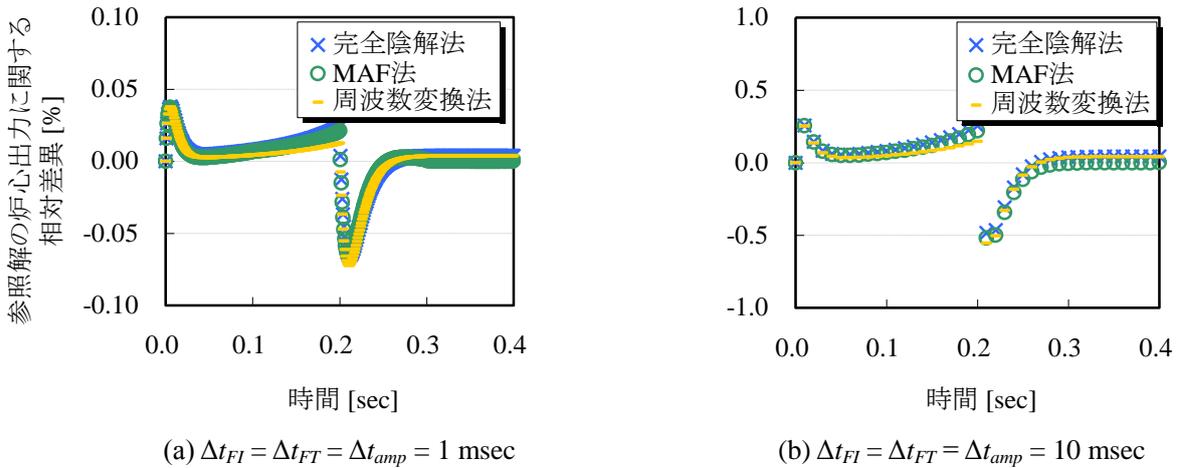


Fig. 5.4.2.4 ランプ状摂動条件における MAF 法及び完全陰解法の計算精度 ( $\Delta t_{shape} = 100 \text{ msec}$ )

$$\text{Relative difference} = \frac{P - P^{ref}}{P^{ref}} \times 100[\%] \quad (P: \text{炉心出力}, ref: \text{参照解}) \quad (5.4.2.1)$$

Fig. 5.4.2.3、5.4.2.4 に示す通り、等方近似法に対する MAF 法と同様、形状関数のタイムステップ幅は振幅関数のタイムステップ幅よりも大きいにも関わらず、振幅関数のタイムステップ幅が完全陰解法と同一の場合、MAF 法の計算精度は完全陰解法と同等である。また、TWIGL ベンチマーク問題で見られる全中性子束の時間発展は指数関数の単項では近似し辛いいため、周波数変換法を用いても劇的な計算精度の向上は得られず、Fig. 5.4.2.3、5.4.2.4 に示す通り、周波数変換法を含め、各種動特性計算手法の計算精度はほぼ同等となった。

以上の解析に要した計算時間は Table 5.4.2.2、5.4.2.3 に示す通りである。ただし、本解析は全て Intel® Core™ i7 950 (3.07GHz)、メモリ 4GB のマシン上で 8 スレッドの並列計算を実施した結果で

ある。また、Characteristics 法を用いた動特性計算には Pin-by-Pin の CMFD 加速を適用し、粗メッシュ・詳細タイムステップでの TCMFD 計算には Fig. 5.4.2.2 (b) で定義した粗メッシュよりも粗い 8cm×8cm の粗メッシュを用いた CMFD 加速を適用している。

Table 5.4.2.2 ステップ状摂動条件における各種動特性計算手法の計算時間

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )
完全陰解法	117 min	766 min
周波数変換法	129 min	877 min
MAF 法	48 min	51 min

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.2.3 ランプ状摂動条件における各種動特性計算手法の計算時間

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )
完全陰解法	148 min	1034 min
周波数変換法	162 min	1056 min
MAF 法	51 min	58 min

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.2.2、5.4.2.3 に示す通り、MAF 法では完全陰解法及び周波数変換法に比べ、極めて高速な計算を実現できていることが分かる。完全陰解法及び周波数変換法に対する MAF 法の高速化率を見積もると、Table 5.4.2.4~Table 5.4.2.7 のようになる。

Table 5.4.2.4 ステップ状摂動条件における完全陰解法及び MAF 法の計算時間と高速化率

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	計算時間の 増加割合 [-]
完全陰解法	117 min	766 min	6.5
MAF 法	48 min	51 min	1.1
高速化率 [-]	2.4	15.0	

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.2.5 ランプ状摂動条件における完全陰解法及び MAF 法の計算時間と高速化率

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FI} = \Delta t_{amp}$ )	計算時間の 増加割合 [-]
完全陰解法	148 min	1034 min	7.0
MAF 法	51 min	58 min	1.1
高速化率 [-]	2.9	18.0	

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.2.6 ステップ状摂動条件における周波数変換法及び MAF 法の計算時間と高速化率

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )	計算時間の 増加割合 [-]
周波数変換法	129 min	877 min	6.8
MAF 法	48 min	51 min	1.1
高速化率 [-]	2.7	17.2	

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.2.7 ランプ状摂動条件における周波数変換法及び MAF 法の計算時間と高速化率

タイムステップ幅 <sup>†</sup>	10 msec ( $\Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )	1 msec ( $\Delta t_{FT} = \Delta t_{amp}$ )	計算時間の 増加割合 [-]
周波数変換法	162 min	1056 min	6.5
MAF 法	51 min	58 min	1.1
高速化率 [-]	3.2	18.4	

†: MAF 法における形状関数のタイムステップ幅  $\Delta t_{shape} = 100$  msec

Table 5.4.2.4~5.4.2.7 より、振幅関数のタイムステップ幅と完全陰解法／周波数変換法のタイムステップ幅が同一の場合、MAF 法は完全陰解法及び周波数変換法に比べ、極めて高速な計算を実現できることが確認できる。特に本検証計算では、振幅関数のタイムステップ幅が 1 msec の場合、MAF 法は従来法に比べ約 18 倍程度の高効率な計算を実現している。以上の比較は Fig. 5.4.2.3、5.4.2.4、Table 5.4.2.4~5.4.2.7 の結果からも分かるように、同等の計算精度を出すために必要な計算時間が最大約 18 倍程度高速であることを示している。また、完全陰解法や周波数変換法ではタイムステップ幅を 1/10 にした場合、約 7 倍の計算時間がかかるのに対し、MAF 法では振幅関数のタイムステップ幅を 1/10 にした場合、計算時間の増加幅は 1.1 倍程度である。また、MAF 法で振幅関数のタイムステップ幅が 1 msec の時の解析結果と、完全陰解法／周波数変換法でタイムステップが 10 msec の時の解析結果を比較すると、前者の方が約 10 倍程度良好な計算精度を得られるのにも関わらず、後者よりも約 3 倍程度高速な計算を実現できていることが分かる。以上の点から、MAF 法は Straightforward 法に対しても実装可能であると共に、より高精度な解析を従来法よりも高速に実施することができることが確認できる。

## 5.5. 本章のまとめ

本章では、本研究で新しく検討及び開発した動特性計算手法の検証について述べた。

まず、5.2 節では、時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法の検証として、無限均質体系における検証計算と、一次元平板体系における検証計算について述べた。特に無限均質体系における検証では、全中性子束の空間的な分布が無い状態となるため、提案手法では時間に対する平均化誤差、従来法では時間微分項の対する差分近似の誤差が顕在化する問題であったが、提案手法では従来法よりも全中性子束の時間発展を精度良く計算することができることが確認できた。また、提案手法で顕在化する時間に関する平均化誤差は、従来の SSS 法を用いて低減可能であることが確認できた。これに対し一次元平板体系での検証では、全中性子束が時間だけでなく空間的な傾きを持つこととなり、時間及び空間に対する平均化誤差が顕在化する問題であったが、提案手法では全中性子束の時間的・空間的な変化を精度良く追従できるものの、提案手法のみでは全中性子束の時間

的・空間的な勾配が強い時間帯においては従来法よりも計算精度が悪化する傾向が見られた。また、メモリ量としても、①提案手法では時空境界面に対する入射角度中性子束を記憶するために必要なメモリ量が従来法よりも増加する点、②従来法では現ステップ及び前ステップの全領域の全中性子束が必要であるのに対し、提案手法では全タイムステップ・全領域の全中性子束を記憶しておく必要があり、全中性子束のメモリ量増加がある点、以上2点がセグメント平均角度中性子束の記憶に必要なメモリ量を上回ってしまい、メモリ量の低減は困難であることを示した。よって、従来の **Characteristics** 法を用いた動特性計算が抱える問題点の解決には、提案手法のような理論的アプローチよりも工学的なアプローチが有用である可能性を示した。

5.3 節では、より工学的なアプローチである **On-flight** 法の検証について述べた。まず 5.3.1 項では、本研究で開発した **Characteristics** 法を用いた動特性計算コードのうち、定常計算を行なう計算モジュールが適切に実装されているか、**C5G7** ベンチマーク問題を用いて検証した。その結果、本研究で開発した計算コードは、実効増倍率及び核分裂反応率がモンテカルロ計算コード **MCNP** の結果と既存の炉心計算コードと遜色ない計算精度で一致することを確認し、本計算コードの定常計算モジュールが適切にコーディングされていることを確認した。5.3.2 項、5.3.3 項では、**TWIGL** ベンチマーク問題、**LRA** ベンチマーク問題を通じて、**On-flight** 法の検証及び従来の等方近似法の妥当性評価を行なった。**TWIGL** ベンチマーク問題はフィードバック効果が無い動特性計算のベンチマーク問題であり、**LRA** ベンチマーク問題は **BWR** 炉心における典型的な制御棒落下事象を模擬したフィードバックを含むベンチマーク問題であったが、両者共に **On-flight** 法での計算結果は **Straightforward** 法の計算結果と極めて良く一致した。また、**LRA** ベンチマーク問題の解析において、**On-flight** 法は、**Straightforward** 法の約 1/45 のメモリ量で計算を実施可能であることを示した。以上の結果から、**On-flight** 法は **Straightforward** 法では計算の実現が困難なあらゆる炉心体系で **Straightforward** 法の代替として使用可能であることを示した。なお、**On-flight** 法は角度中性子束の再計算を行なうため、計算時間の増加は避けられないが、本検証計算条件では 1 ステップの角度中性子束再計算のみで **Straightforward** 法の結果と遜色ない結果が得られており、約 2 倍程度の計算時間の増加程度に抑えることが可能であることを示した。また、従来の等方近似法の計算精度は **On-flight** 法には劣るものの **Straightforward** 法と実用上問題無い程度の計算精度(燃料棒出力で 1%未満)で一致していることが **TWIGL** ベンチマーク問題、**LRA** ベンチマーク問題の双方について確認できた。これは従来の等方近似法の妥当性を裏付けるものであると言える。以上の観点から、本研究では、理論的アプローチよりむしろ工学的アプローチから、従来の **Characteristics** 法を用いた動特性計算が抱えている問題点に対し有効な解決策を提示した。

5.4 節では、時間依存輸送方程式に対し適用した **MAF** 法の有用性及び妥当性を、**TWIGL** ベンチマーク問題の解析を通して検証した。4 章で述べた通り、本研究では **MAF** 法の実装に当たり振幅関数の更新処理を外部反復の外側に設定し、振幅関数を収束させるための反復計算を実施しており、この反復計算を抜けるための条件として振幅関数の収束性による判定を行ったが、感度解析の結果、振幅関数の収束判定条件は、全中性子束の収束判定条件よりも 1 オーダー程度甘く設定しても実用上問題ないことが確認できた。また、等方近似法に対する **MAF** 法の適用、**Straightforward** 法に対する **MAF** 法の適用の双方について、**MAF** 法は従来法よりも高精度かつ高速な計算を実現可能であることを示した。特に **TWIGL** ベンチマーク問題の場合、等方近似法に対する **MAF** 法の適用では従来法の約 7 倍程度、**Straightforward** 法に対する **MAF** 法の適用では約 18 倍程度高速な計算を実現できることを示した。また、**TCMFD** 法で用いる粗メッシュのサイズに関する感度解析を実施した結果、

Characteristics 法を用いた動特性計算に対し MAF 法を適用する場合、粗メッシュサイズはさほど大きくしても計算速度に対する影響が小さいことを感度解析の結果から示した。これは、Characteristics 法を用いた動特性計算が、TCMFD 法における拡散理論に基づく動特性計算よりも比較的多くの計算時間を要するためだと考えられる。また感度解析の中で、振幅関数の空間依存性を全く考慮しない MAF 法と、振幅関数の空間依存性を考慮する MAF 法の 2 つを比較し、振幅関数の空間依存性を考慮することにより、明らかな計算精度の向上が見られることを示した。これは、MAF 法では従来の改良準静近似法のような振幅関数の空間依存性を無視する動特性計算手法よりも、より高精度な解析を実現可能であることを示唆するものである。以上の結果から、Characteristics 法を用いた動特性計算に MAF 法を適用することで、従来時間依存の拡散計算に広く用いられてきた完全陰解法、周波数変換法等を用いるよりも高精度かつ高速な計算を実現可能であることを確認し、その有効性を示すことができた。

## 5.6. 参考文献

- [1] Nuclear Energy Agency, *Benchmark on Deterministic Transport Calculations without Spatial Homogenization*, NEA/NSC/DOC (2003)16, ISBN92-64-02139-6, OECD (2003).
- [2] L. A. Hageman and J. B. Yasinsky, "Comparison of alternating direction time differencing method with other implicit method for the solution of the neutron group diffusion equations," *Nucl. Sci. Eng.* 38 (1969), pp. 8-32.
- [3] J. B. Taylor, "The development of a three-dimensional nuclear reactor kinetics methodology based on the method of characteristics," Ph.D. Thesis in Nuclear Engineering, Pennsylvania State University (2007).
- [4] Argonne Code Center, *Benchmark Problem Book*, ANS-7416, Suppl.2 (1977).
- [5] K. R. Olson and D. L. Henderson, "Numerical benchmark solutions for time-dependent neutral particle transport in one-dimensional homogeneous media using integral transport," *Ann. Nucl. Energy* 31 (2004), pp. 1495-1537.
- [6] X-5 Monte Carlo Team, *MCNP – A General Monte Carlo N-Particle Transport Code*, Version 5, LA-UR-03-1987 (2003).
- [7] T. M. Sutton and B. N. Aviles, "Diffusion theory methods for spatial kinetics calculation," *Prog. Nucl. Energy* 30 (1996), pp. 119-182.

## 第6章 結論

### 6.1. 結論

近年の著しい計算機技術及び数値解析技術の進歩により、核特性、熱流動特性及びプラント特性を同時に取り扱い可能なシミュレーションが可能となっており、核、熱、流動、機械的な特性等が複雑に絡み合う原子炉の特性をより適正に取り扱うことが可能な最適評価モデルの構築が進められている。これらの最適評価モデルにおける核計算に着目すると、SP3法やCharacteristics法といった中性子輸送計算手法が徐々に動特性計算手法として用いられる傾向にあり、特にCharacteristics法を用いた動特性計算は現在最も厳密に時間依存の中性子輸送方程式を解くことができる動特性計算手法として注目されている。

しかし、Characteristics法を用いた動特性計算は非常に膨大なメモリ量と計算時間を要するため、現行のCharacteristics法を用いた動特性計算コードでは計算の実現のために角度中性子束の時間微分項を等方と見なしている(等方近似法)。しかしこれまで、等方近似法による近似誤差は定量的に評価されておらず、等方近似に起因する不確かさや、計算結果の保守性が担保されているか否かはこれまで明らかにされていなかった。ゆえに、従来の等方近似の妥当性を確認する上でも、角度中性子束時間微分項に対する等方近似誤差の定量評価を実施する必要があった。上述の定量評価を実施するためには、角度中性子束時間微分項に対し等方近似を適用しないStraightforward法と等方近似法の双方にて動特性計算を実施し、両者の結果を比較する必要があるが、軽水炉のような大型体系においてStraightforward法を用いて動特性計算を実施するためには膨大なメモリ量が必要となり、計算自体の実現が困難である。ゆえに、等方近似法の近似誤差を定量的に評価するためには、Straightforward法の計算結果を実用的なメモリ量で再現可能な動特性計算手法が必要である。

また、従来拡散方程式をベースとした動特性計算手法が開発されてきた時代的背景とも一致するが、時間依存の中性子輸送計算は従来の時間依存の拡散計算に比べ計算コストが非常に高く、計算実施に膨大な計算時間がかかることも問題である。ゆえにCharacteristics法を用いた動特性計算のような時間依存の輸送計算の実用化のためには、より高効率な動特性計算の実装が必要不可欠である。以上をまとめると、従来のCharacteristics法を用いた動特性計算が抱える問題点は以下の2点である。

- ① Characteristics法を用いた動特性計算が膨大なメモリ量及び計算時間を要する点
- ② メモリ容量を削減するために導入した等方近似法の定量的妥当性評価がなされていない点

以上の問題点に対し、本研究では以下の3点について検討を実施した。

- ① メモリ量を低減しつつ、最も厳密なStraightforward法の計算結果を再現可能な手法の開発
- ② 従来のCharacteristics法を用いた動特性計算をより高効率に実施可能な計算手法の開発
- ③ 現在提案されている等方近似法の妥当性評価の実施

1章では、炉心の異常な過渡事象及び事故時の安全性を評価する安全解析の現状及び動向、及び安全解析に用いられる動特性計算手法の現状及び動向について述べ、SP3法やCharacteristics法といった中性子輸送計算手法が徐々に動特性計算手法として用いられる傾向にあることを示した。また、現在最も厳密に動特性計算を行なうことができる手法として提案されているCharacteristics法を用いた動特性計算に対し、現行のCharacteristics法を用いた動特性計算コードの問題点、解決すべき課題及び本研究の目的について言及した。

2章では、炉心計算手法の基礎となる定常状態における炉心計算手法として、Characteristics法及

び拡散理論に基づく固有値計算手法、固定源計算手法について述べた。また、現在の炉心計算コードに幅広く適用されている各種加速法について言及した。

3 章では、従来の動特性計算手法として、時間依存拡散方程式と時間依存輸送方程式の数値解析手法について述べた。特に、従来の **Characteristics** 法を用いた動特性計算手法である **Straightforward** 法及び等方近似法の問題点として、**Characteristics** 法を用いた動特性計算が膨大な計算時間とメモリ量を要し、等方近似法のようにメモリ量を低減する方法が必要不可欠である点、等方近似法による近似誤差の定量的な評価が困難である点について言及した。

4 章では、本研究で新たに開発した動特性計算手法について述べた。まず本研究では **Characteristics** 法を用いた動特性計算が抱えるメモリ量に関する問題点に対し、①理論的アプローチからの解決を試みた時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法、②工学的アプローチからの解決を試みた **On-flight** 法の提案を行った。特に、時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法では、膨大なメモリ量の根源となる、角度中性子束の時間微分項に対する差分近似を排除した形で時間依存の輸送方程式を解くための、新たな計算理論を構築した。ただし本手法は多次元体系への拡張が困難であり、理論的アプローチには限界があることを示した。よって、より工学的なアプローチとして、前ステップの角度中性子束をメモリ上に保持せずに再計算することで所要メモリ量を大幅に低減する **On-flight** 法を提案した。また **On-flight** 法の適用により、理論上従来の等方近似法の近似誤差の影響を極めて小さく低減しつつ、実用的なメモリ量で動特性計算を実現可能であることを示した。さらに、従来時間依存の拡散計算に対し検証が進められてきた **MAF** 法を応用して、**Characteristics** 法を用いた時間依存中性子輸送計算をより高速に実現するための方策について言及した。

5 章では、本研究において開発した各種動特性計算手法の検証結果を示した。検証の中で、時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法は、全中性子束の時間発展の追従精度は良いものの、時空座標系を用いることで体系境界面の入射角度中性子束の記憶に必要なメモリ量が増えてしまうため、メモリ量の低減の観点からの有用性は小さいことが分かった。一方、**On-flight** 法では、過去 1 ステップ分の角度中性子束の再計算を行なう 1 次の **On-flight** 法の計算結果が **Straightforward** 法の計算結果と極めて良い精度で一致することが確認でき、メモリ量としても **Straightforward** 法よりも十分少ないメモリ量で **Straightforward** 法の計算結果を再現できることを確認した。また、従来の等方近似法の近似誤差を定量的に評価した結果、等方近似法の近似誤差は実用上問題無い程度の小さいものであり、従来の等方近似法が妥当であることを確認した。時間依存輸送計算に対する **MAF** 法の適用性に関する検証では、等方近似法、**Straightforward** 法共に **MAF** 法を適用可能であり、従来法よりも高精度かつ高速な計算を実現可能であることを示した。

以上の観点から本研究では、実用的なメモリ量で **Straightforward** 法の計算結果を再現可能な新たな動特性計算手法を開発し、提案手法を用いて従来の等方近似の妥当性を定量的に評価可能であることを示すことができた。また、時間依存中性子輸送計算に対する **MAF** 法の適用を通じて、より高速かつ高精度な **Characteristics** 法を用いた動特性計算を実現した。本研究で新たに提案した動特性計算手法は、今後の動特性計算手法及び安全解析の発展に貢献するものであると考えられる。

## 6.2. 今後の課題

今後の課題としては以下のことが挙げられる。

### (1) 非均質実炉心体系での解析結果拡充

本研究では、Straightforward法の計算結果をOn-flight法が再現することができることを示すため、Straightforward法で計算を実現可能な計算条件及びベンチマーク問題で解析を実施し、On-flight法がStraightforward法よりも十分に少ない所要メモリ量でStraightforward法の計算結果を再現することができることを示した。ただし今後、Straightforward法での解析が困難となるNEA主催のPWR/MOX UO<sub>2</sub> Core Transient Benchmark等の実炉心級ベンチマーク問題で等方近似法による近似誤差の定量化を行なう必要がある。理論上、On-flight法は三次元炉心体系においても十分適用可能であるが、PWR/MOX UO<sub>2</sub> Core Transient Benchmarkの実施のためには計算コード自体を三次元化する必要がある。ゆえに三次元炉心体系におけるCharacteristics法を用いた中性子輸送計算を十分高速に行なうことができる手法が必須である。ただしこれはDeCARTコードのように軸方向の中性子漏洩をノード法によって考慮する方法や、四国電力社のSHIKOKUコードのようなAxially Simplified Method of Characteristics (ASMOC)を採用することで、実現可能である。

### (2) 時間の離散化誤差低減

本研究では、Characteristics法を用いた動特性計算を実施する上で、時間積分法として完全陰解法を適用していた。ただし時間の離散化誤差の観点からは、完全陰解法よりもより時間積分誤差の小さい $\theta$ 法等を用いる方が望ましい。しかしCharacteristics法を用いた動特性計算を $\theta$ 法の計算理論通りに厳密に行なうことは3章で述べた通り困難であり、本研究でもこの部分の計算理論については良い打開策を発見できてはいない。ゆえに、今後のCharacteristics法を用いた動特性計算において、タイムステップを粗く取ったとしても時間積分誤差が蓄積し辛いアプローチを模索する必要がある。もちろん、本研究で導入を試みたMAF法もそのような手法の一つではあるものの、従来提案されていたMAF法は形状関数の時間微分項に対し $\theta$ 法を適用しているのに対し、本研究で提案した中性子輸送計算に対するMAF法は形状関数の時間微分項に対し完全陰解法を適用している。よって、本研究で提案したアプローチは形状関数の時間積分誤差が従来のMAF法よりも蓄積しやすいと考えられる。この観点からは、予測子・修正子(Predictor-Corrector)法等を用いることで時間積分誤差を低減できる可能性がある。

### (3) On-flight法の計算時間短縮化

On-flight法では、各タイムステップにおける固定源計算において、反復計算の度に複数ステップ前から現ステップまでのTransport sweepを同時に実施している。ただし、本研究の結果から分かるように等方近似法の影響は比較的小さい。ゆえに反復計算の初期においては等方近似法を用いて現ステップのみのTransport sweepを実施し、ある程度全中性子束が収束し切った段階でOn-flight法を用いた収束計算を実施することで計算時間を短縮できる可能性がある。また、エネルギー群によって平均中性子速度が大きく異なることを利用して、エネルギー群毎に遡るタイムステップ数を変更することで、計算時間を短縮できる可能性がある。また、Predictor-Corrector法と同様のアプローチをOn-flight法に適用できる可能性について検討することで、計算コストの低減と計算精度の向上の両方を見込める可能性がある。

## A. Characteristics 法を用いた動特性計算における Null Transient 問題

### A.1 本章の概要

本章では、Characteristics 法を用いた動特性計算を行なう際に問題となることが判明した Characteristics 法を用いた動特性計算における Null transient 問題について述べる。Null transient とは、反応度の添加がない過渡のことである。通常動特性計算を行なう際には反応度の添加を行なうが、反応度の添加を行わない場合、全中性子束や角度中性子束の時間変化は発生しない。ゆえに反応度添加を行わない場合、炉心出力は初期の炉心出力から全く変化しないこととなる。しかし動特性計算を実施する際の計算理論及び計算手法、または計算条件によっては、反応度を添加していないにも関わらず炉心出力が変化してしまうケースが存在する。これは動特性計算に用いる中性子バランス式の中性子生成及び消滅のバランスが崩れてしまっていることが主として原因となる。つまり、炉心には本来反応度が添加されていないのにも関わらず中性子の生成と消滅のバランスが崩れることにより、見かけ上擬似的な反応度添加が現れる形となる。よって実際に炉心に対し反応度を添加した際も、本来加えた反応度添加量に擬似的な反応度が加わった際の過渡変化が起きることとなる。よって、動特性計算コードの性能上、Null transient を適切に評価できるか否か、また、Null transient を適切に計算できなかったとしても擬似的な反応度添加量が十分小さいか否かを確認することは重要となる。

そこで A.2 節では、Characteristics 法を用いた動特性計算において Null transient 問題が発生する可能性のある計算手法の実例について述べる。また、A.3 節では Null transient を適切に計算できない Characteristics 法を用いた場合、どの程度の炉心出力の変化が観察されるかを示す。最後に A.4 節で本章をまとめる。

### A.2 Null transient 問題

まず Characteristics 法を用いた動特性計算手法の 1 つである Straightforward 法において、本研究では Characteristics Line 上の中性子バランス式を(A.2.1)式で記述した。なお、以下の議論は全て時間積分法に完全陰解法を用いるものとして議論を進めている。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} \quad (i \in \text{region } r) \quad (\text{A.2.1})$$

ここで、(A.2.1)式に着目すると、(A.2.1)式の右辺第 2 項には現ステップの角度中性子が含まれている。ゆえに、(A.2.1)式は(A.2.2)式と等価である。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left\{ \sum_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.2})$$

次に、(A.2.2)式の右辺に対し Flat flux region 近似を適用すると、前ステップの角度中性子束にはセグメント平均角度中性子束を用いることで、(A.2.2)式を(A.2.3)式で記述できる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left\{ \sum_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n}}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.3})$$

ここで(A.2.3)式に着目すると、(A.2.3)式も固定源問題と同形であるため、動特性計算を実施できる。

しかし、反応度が添加されない場合を考えた場合、角度中性子束の時間微分項は0となるべきである。つまり、角度中性子束の時間差分項が(A.2.4)式を満たすこととなる。

$$\frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s) - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} = 0, \quad \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{v_g \Delta t} = 0 \quad (\text{A.2.4})$$

ここで、(A.2.3)、(A.2.4)式に着目すると、(A.2.3)式中に(A.2.4)式の等式が成立する部分が存在しないことが分かる。これに対し、(A.2.1)式の右辺に Flat flux region 近似を直接適用した場合、(A.2.5)式に示すように(A.2.4)式の等式が成立する部分が現れる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.5})$$

つまり、(A.2.5)式において反応度が添加されない場合、(A.2.5)式は(A.2.6)式で表され、解くべきバランス方程式が定常状態( $k_{eff} = 1.0$ )のバランス方程式と完全に一致する。つまり、(A.2.5)式を用いた場合、反応度の添加が存在しない時には炉心出力の時間変化は起きない。これは物理現象と一致している。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} \quad (\text{定常状態のバランス式}) \quad (\text{A.2.6})$$

しかし、(A.2.3)式では解くべき方程式が定常状態と異なるため、炉心出力は時間変化してしまう。この原因としては、(A.2.3)式の両辺の  $1/v_g \Delta t$  が掛かった角度中性子束において、現ステップの角度中性子束のセグメント内空間分布は解析的に取り扱われているのにも関わらず、前ステップの角度中性子束のセグメント内空間分布は無視されていることが原因である。つまり、前ステップと現ステップで角度中性子束の空間分布に関する取り扱いが異なるため、現ステップの角度中性子束のセグメント内空間分布の考慮分、角度中性子束のバランスが崩れる。つまり炉心には擬似的な反応度が加わることとなる。

$$\frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \overline{\psi_{g,m,k,i}^{n+1}}}{v_g \Delta t} \neq 0 \quad (\text{Null transient 時}) \quad (\text{A.2.7})$$

ゆえに Straightforward 法で Null transient を適切に考慮するためには、(A.2.5)式を解く必要がある。

これに対し、On-flight 法では(A.2.2)式と同形の式を用いているが、1次の On-flight 法は(A.2.8)、(A.2.9)式を解析的に解いている。つまり、(A.2.8)式の右辺第2項に対し、Flat flux region 近似を適用していない。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left\{ \sum_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.8})$$

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^n \psi_{g,m,k,i}^n(s) = Q_{g,m,r}^n + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^{n-1} - \phi_{g,r}^n}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.9})$$

この場合、前ステップ及び現ステップの角度中性子束のセグメント内空間分布は両者共に解析的に取り扱われ、反応度が添加されない場合、(A.2.4)式は厳密に満たされることとなる。ゆえに、角度中性子束のバランスは崩れず、Null transient を適切に計算可能である。

ただし On-flight 法において (A.2.10)、(A.2.11)式を用いて動特性計算を行った場合、Null transient を適切に計算できなくなる。本研究では On-flight 法の開発当初、(A.2.10)、(A.2.11)式を用いて検証を実施していたが、実際に Null transient を適切に計算できなくなるケースが多発することを確認した。これは、現ステップの中性子バランス式において角度中性子束のバランスが崩れているためである。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left\{ \sum_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n}}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.10})$$

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^n \psi_{g,m,k,i}^n(s) = Q_{g,m,r}^n + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^{n-1} - \phi_{g,r}^n}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.11})$$

次に等方近似法について考える。まず等方近似法で解いているバランス式は(A.2.12)式である。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^n - \phi_{g,r}^{n+1}}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.12})$$

ここで、Null transient 時には全中性子束の時間微分項も 0 であることから、反応度が添加されない場合、(A.2.13)式が成立する。

$$\frac{\phi_{g,r}^n - \phi_{g,r}^{n+1}}{v_g \Delta t} = 0 \quad (\text{Null transient 時}) \quad (\text{A.2.13})$$

この場合、(A.2.12)式は(A.2.14)式で表され、定常状態のバランス式と等価となる。ゆえに、等方近似法では Null transient を適切に取り扱い可能である。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} \quad (\text{定常状態のバランス式}) \quad (\text{A.2.14})$$

ただし、参考文献[1]で用いられている等方近似法のように前ステップの角度中性子束のみを等方とした場合、角度中性子束のバランス式は(A.2.15)式で表される。この場合、(A.2.16)式に示すように、Null transient 時に両辺で角度中性子束のバランスが取れなくなる。ゆえに、参考文献[1]で提案されている等方近似法を Characteristics 法を用いた動特性計算として適用した場合、Null transient を適切に計算できなくなる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \left\{ \sum_{t,g,r}^{n+1} + \frac{1}{v_g \Delta t} \right\} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^n}{v_g \Delta t} \quad (\text{A.2.15})$$

$$\frac{1}{v_g \Delta t} \left\{ \frac{\phi_{g,r}^n}{4\pi} - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) \right\} \neq 0 \quad (\text{Null transient 時}) \quad (\text{A.2.16})$$

以上が各種動特性計算手法における Null transient 問題の有無及び解決方法である。なお、DeCART コードでは(A.2.10)式と同様の等方近似法を適用しているが、時間積分法として  $\theta$  法を適用している。等方近似法に基づく Characteristics 法を用いた動特性計算を示すと(A.2.17)~(A.2.19)式となる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + S_{g,m,k,i}^{n+1}(s) \quad (\text{A.2.17})$$

$$S_{g,m,k,i}^n(s) = \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d,family,g} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family,r}^n + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n \right\} + \frac{1-\theta}{\theta} R_{g,m,k,i}^n(s) + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^n - \phi_{g,r}^{n+1}}{\theta v_g \Delta t} \quad (A.2.18)$$

$$R_{g,m,k,i}^n(s) = -\frac{d\psi_{g,m,k,i}^n(s)}{ds} - \sum_{t,g}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^n(s) + \frac{1}{4\pi} \left[ \chi_{p,g} (1-\beta) \sum_{g'} v \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,r}^n \phi_{g',r}^n + \sum_{family} \chi_{d,family,g} \lambda_{family} C_{family,r}^n \right] \quad (A.2.19)$$

ただし、DeCART コードは(A.2.17)~(A.2.19)式を用いているわけではなく、(A.2.19)式を Flat flux region 内で平均化し、等方と見なしている。ゆえに、DeCART コードで用いられている中性子バランス式は(A.2.20)、(A.2.21)式となる。

$$\frac{d\psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{ds} + \sum_{t,g,r}^{n+1} \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s) = Q_{g,m,r}^{n+1} + S_{g,r}^{n+1} \quad (A.2.20)$$

$$S_{g,r}^n(s) = \frac{1}{4\pi} \sum_{family} \chi_{d,family,g} \lambda_{family} \left\{ \mu_{family} C_{family,r}^n + \eta_{family} \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',r}^n \phi_{g',r}^n \right\} + \frac{1}{4\pi} \frac{1-\theta}{\theta} R_{g,r}^n + \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_{g,r}^n - \phi_{g,r}^{n+1}}{\theta v_g \Delta t} \quad (A.2.21)$$

ゆえに DeCART コードに実装されている等方近似は Null transient において(A.2.13)式を満足するものの、(A.2.19)式を平均化しているために、(A.2.20)式が Null transient 時に定常状態の角度中性子束に関するバランスと等価にはならない。ゆえに DeCART コードと同様のアプローチでは、Null transient を適切に計算できない可能性が高い。

以上が計算理論の観点からの Null transient 問題である。ただしこの他にも、計算条件に起因する Null transient 問題も存在する。これは、動特性計算前に実施する固有値計算の収束条件が甘い場合に発生する。つまり、固有値計算の段階で実効増倍率及び全中性子束に関する収束条件が甘い状態で得られた全中性子束及び実効増倍率を用いて動特性計算を開始すると、中性子の生成と消滅のバランスが数値的に比較的大きい有効桁位置で崩れるため、炉心出力が時間変化を起こすことがある。ただし、この問題は動特性計算前の定常状態における炉心計算の収束判定条件を細かく設定することで回避可能である。

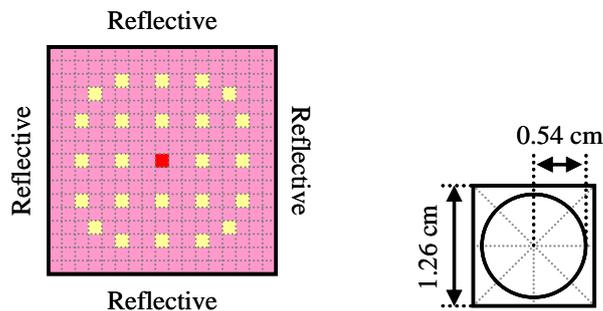
### A.3 検証計算

本節では、前項で示した各種手法における Null transient 時の検証計算結果について述べる。

#### A.3.1. 等方近似法における Null transient 時の検証

まず参考文献[1]で用いられている等方近似法の Null transient 問題について示す。前項で述べた通り、DeCART コードで採用されている等方近似ではなく、前ステップの角度中性子束項のみを等方であるとし、現ステップの角度中性子束を解析的に取り扱った場合、角度中性子束のバランスが崩

れるため、Null transient を適切に取り扱うことができなくなる。Fig. A.3.1.1 に本検証における検証計算体系を示す。



(a) PWR 17×17 燃料集合体 (b) セル内幾何形状

Fig. A.3.1.1 C5G7 ベンチマーク問題の  $\text{UO}_2$  燃料集合体を用いた単一集合体体系

Fig. A.3.1.1 に示すように、本検証計算体系では C5G7 ベンチマーク問題の  $\text{UO}_2$  燃料集合体体系で検証を行なう。 $\text{UO}_2$  燃料、Guide Tube、Fission Chamber の断面積は C5G7 ベンチマーク問題で指定されているものと同じである。ただし、エネルギー群毎の平均中性子速度及び遅発中性子先行核定数は Table A.3.1.1、A.3.1.2 に示すものを用いた。

Table A.3.1.1 各エネルギー群の平均中性子速度

エネルギー群	平均中性子速度 [cm/sec]
1	2.00E+09
2	4.40E+08
3	3.90E+07
4	6.10E+06
5	1.70E+06
6	7.53E+05
7	3.23E+05

Table A.3.1.1 遅発中性子先行核定数

群	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]
1	0.000247	0.0127
2	0.001385	0.0317
3	0.001222	0.1550
4	0.002646	0.3110
5	0.000832	1.4000
6	0.000169	3.8700

本検証計算の計算条件は Table A.3.1.3 に示す通りである。

Table A.3.1.3 計算条件

計算条件	設定値
方位角分割数/分点	Cyclic tracking 32 分点 (for $2\pi$ )
極角分割数/分点	TY-opt 3 分点 (for $\pi/2$ )
パス幅	0.02 cm
セル内分割数	16 分割
時間積分手法	完全陰解法
タイムステップ幅	$10^{-3}$ sec

以上の条件の下、前ステップの角度中性子束のみに対し等方近似を適用して Null transient における動特性計算を実施した。本来であれば炉心出力は初期出力から全く変化しないはずであるが、前節で述べた通り、この方法では炉心出力は時間変化してしまう。Fig. A.3.1.2 には、真値(=初期出力)を参照解とした時の、参照解と数値解の間の相対誤差を示す。

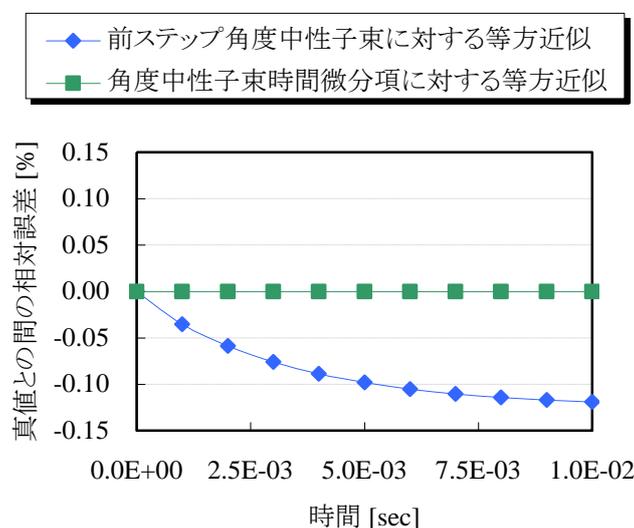


Fig. A.3.1.2 真値との相対誤差の時間変化

Fig. 3.1.2 に示すように、前ステップの角度中性子束のみに対し等方近似を適用した場合、炉心出力は 10 ステップで約 0.15 % 過小評価される。つまり、炉心出力は初期出力に比べ約 0.15 % 減少している。これに対し、角度中性子束の時間微分項に対し等方近似を適用した場合、炉心出力は時間と共に変化せず Null transient を適切に計算できていることが確認できる。DeCART コードでは参考文献[2]の中で『角度中性子束に等方近似を適用するのではなく、角度中性子束の時間差分項に対し等方近似を適用するためこの近似による誤差は小さい』と述べられているが、本研究でも以上の解析結果から、前ステップの角度中性子束に対する等方近似よりも、角度中性子束時間微分項に対し等方近似を適用する方がより適切な解析結果を得ることができることを確認した。

#### A.3.2. Null transient を適切に考慮できない理論に基づく On-flight 法及び Straightforward 法の検証

Null transient を適切に考慮できない理論に基づく On-flight 法及び Straightforward 法を用いて輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題の計算体系で Null transient の解析を行った。計算条件としては Table A.3.2.1、Fig. A.3.2.1 に示す通りである。

Table A.3.2.1 検証計算条件

	計算条件
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題 (Null transient)
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
メッシュ構造	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. A.3.2.1 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
タイムステップ幅	1 msec, 10 msec

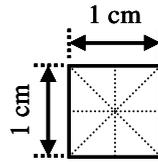


Fig. A.3.2.1 メッシュ構造

以上の条件の下、Null transient を適切に考慮できない理論に基づく On-flight 法及び Straightforward 法を用いて動特性解析を実施した。本来であれば炉心出力は初期出力から全く変化しないはずであるが、前節で述べた通り、この方法では炉心出力は時間変化してしまう。Fig. A.3.2.2 には、真値(=初期出力)を参照解とした時の、参照解と数値解の間の相対誤差を示す。

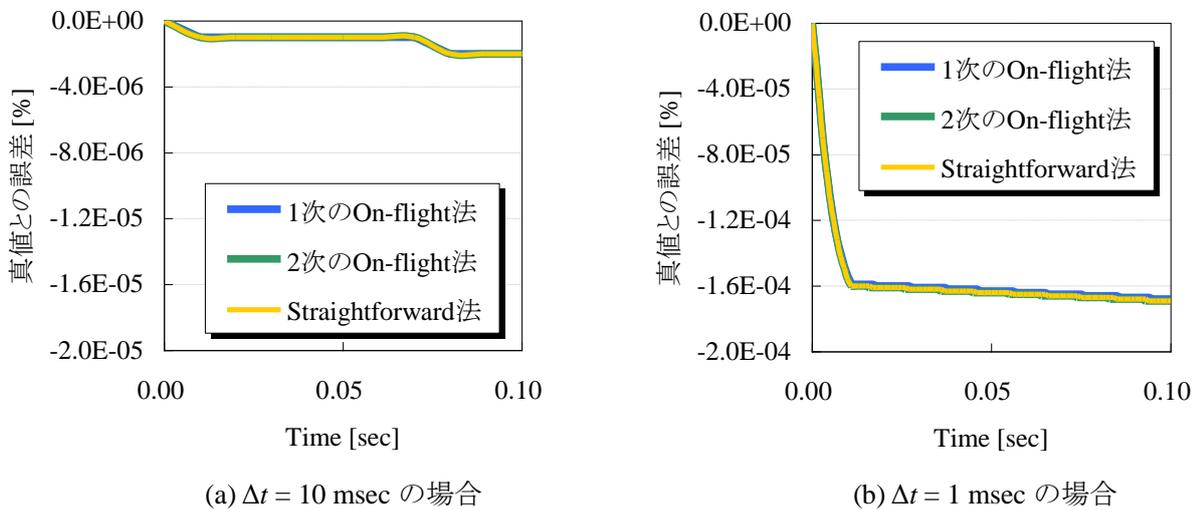


Fig. A.3.2.2 Null transient 時における炉心出力真値と各手法での数値解との間の相対誤差

Fig. A.3.2.2 に示すように、真値との間の相対誤差が時間と共に増大していくことから Null transient を適切に計算できないことが分かる。また、タイムステップ幅を詳細にするほど、Null transient を適切に考慮できないことによる誤差の蓄積が大きくなることが分かる。これは、時間差分項に対する係数  $1/v_g \Delta t$  の大きさがタイムステップ幅を詳細にするほど大きくなり、(A.3.2.1)式に示す時間差分項が拡大してしまうためであると考えられる。

$$\frac{\overline{\psi_{g,m,k,i}^n} - \psi_{g,m,k,i}^{n+1}(s)}{v_g \Delta t} \neq 0 \quad (\text{Null transient 時}) \quad (\text{A.3.2.1})$$

Fig. A.3.2.2 では誤差の蓄積は比較的小さいが、本研究では①角度中性子束時間微分項に対する等方近似の近似誤差のみを定量的に評価するという観点、②詳細なタイムステップを取り、時間の離散化誤差を減らして参照解に近づけようとするほど、Null transient を適切に考慮できないことの影響が大きくなる点、以上2つの観点から、本章で述べた Null transient を適切に考慮できない計算手法を用いていない。

#### A.4 本章のまとめ

本章では Characteristics 法を用いた動特性計算に関する研究を進める中で発覚した Null transient 時の問題点について、等方近似法、On-flight 法、Straightforward 法のそれぞれにおいて Null transient を適切に取り扱うことができなくなる計算方法についてまとめた。また、検証計算を通じて、Null transient 時の炉心出力の時間変化がどの程度の大きさで生じるかを示した。結果的に、前ステップの角度中性子束のみに対し等方近似を適用する方法が僅か 10 ステップ程度で 0.1%を超える真値との誤差を有む可能性があることを示し、Null transient 時の影響を最も受けやすいことを確認した。

#### A.5 参考文献

- [1] J.E. Banfield, S.P. Hamilton, K.T. Clarno and G. I. Maldonado, “A new semi-Implicit direct kinetics method with analytical representation of delayed neutrons,” *Trans. Am. Nucl. Soc.* 107 (2012), pp. 1111-1114. [CD-ROM].
- [2] Hursin, T. J. Downar and J. Thomas, “PWR Control Rod Ejection Analysis with the Method of Characteristic Code DeCART,” *Proc. International Conference on the Physics of Reactors (PHYSOR2008)*, Switzerland, Sept. 14-19, 2008, (2008). [CD-ROM].

## B. Multigrid Amplitude Function 法における問題点

### B.1 本章の概要

5章で述べた通り、MAF法を用いることで計算精度の悪化を防ぎつつ、高速な計算を実現できる。ただし、MAF法では形状関数の規格化条件に関する問題等、過去にいくつかの問題提起がなされている。本章では、MAF法を用いた動特性計算における問題点について示す。

### B.2 MAF法における問題点

#### B.2.1. 形状関数の規格化条件の厳密性に関する問題点

本項では、参考文献[1]の著者である久保田直人氏によって提起された形状関数の規格化条件の厳密性に関する問題点を示す。以下では、拡散計算に基づくMAF法について導出を行なう。

まずMAF法では、(B.2.1.1)式に示すように全中性子束を振幅関数と形状関数に分離する。

$$\phi_g(\vec{r}, t) \equiv P_{g,i}(t) \varphi_g(\vec{r}, t) \quad (\text{B.2.1.1})$$

$P_{g,i}(t)$  : エネルギー $g$ 群、粗メッシュ $i$ の振幅関数

$\varphi_g(\vec{r}, t)$  : 形状関数

そして、(B.2.1.2)、(B.2.1.3)式からなる時間依存の拡散方程式から振幅関数のバランス式を導出する。

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} = R_g(\vec{r}, t) \quad (\text{B.2.1.2})$$

$$\begin{aligned} R_g(\vec{r}, t) = & \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) - \Sigma_{r,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \chi_{p,g} (1 - \beta) \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family} \lambda_{family} C_{family}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (\text{B.2.1.3})$$

ただしこの時、MAF法では振幅関数を(B.2.1.4)式で表される形で限定している。

$$P_{g,i}(t) \equiv \int_{V_i} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r}, t)}{\partial t} dV \quad (\text{B.2.1.4})$$

この時、(B.2.1.2)式を両辺粗メッシュ内で積分すると(B.2.1.5)式が得られる。この証明は3.3.4節で既に示しているため証明の詳細は割愛する。

$$\frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} = F_{g,i}(t) P_{g,i}(t) + \sum_{family} \chi_{d,family,g} \lambda_{family} C_{family,i}(t) \quad (\text{B.2.1.5})$$

ただし、(B.2.1.5)式中の各変数は(B.2.1.6)、(B.2.1.7)式に示す通りである。

$$F_{g,i}(t) \equiv \frac{\left\{ \int_{V_i} \nabla \cdot D_g(\vec{r},t) \nabla \phi_g(\vec{r},t) dV - \int_{V_i} \Sigma_{r,g}(\vec{r},t) \phi_g(\vec{r},t) dV \right.}{P_{g,i}(t)} \left. + \int_{V_i} \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r},t) \phi_{g'}(\vec{r},t) dV + \int_{V_i} \chi_{p,g} (1-\beta) \sum_{g'}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r},t) \phi_{g'}(\vec{r},t) dV \right\} \quad (\text{B.2.1.6})$$

$$C_{family,i}(t) \equiv \int_{V_i} C_{family}(\vec{r},t) dV \quad (\text{B.2.1.7})$$

しかし、振幅関数の形状を(B.2.1.4)式の形に限定しない場合について考えると、振幅関数のバランス式は以下のように導出される。まず、(B.2.1.2)式を両辺粗メッシュ内で積分する。

$$\int_{V_i} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g(\vec{r},t)}{\partial t} dV = \int_{V_i} R_g(\vec{r},t) dV \quad (\text{B.2.1.8})$$

次に、(B.2.1.8)式に(B.2.1.1)式を代入し、左辺を整理すると、(B.2.1.9)式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \int_{V_i} \frac{\partial P_{g,i}(t) \phi_g(\vec{r},t)}{\partial t} dV &= \frac{1}{v_g} \int_{V_i} \phi_g(\vec{r},t) \frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} dV + \frac{1}{v_g} \int_{V_i} P_{g,i}(t) \frac{\partial \phi_g(\vec{r},t)}{\partial t} dV \\ &= \frac{1}{v_g} \frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} \int_{V_i} \phi_g(\vec{r},t) dV + \frac{P_{g,i}(t)}{v_g} \int_{V_i} \frac{\partial \phi_g(\vec{r},t)}{\partial t} dV \\ &= \frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} K_{g,i}(t) + \frac{P_{g,i}(t)}{v_g} \frac{\partial K_{g,i}(t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{B.2.1.9})$$

ただし、(B.2.1.6)式中的変数  $K_{g,i}(t)$  は(B.2.1.7)式で定義される、形状関数の粗メッシュ内積分値を示す。本項ではこの値を **K 値** と呼ぶこととする。

$$K_{g,i}(t) = \int_{V_i} \phi_g(\vec{r},t) dV \quad (\text{B.2.1.10})$$

ここで、改良準正近似法と同様に(B.2.1.11)式に示す規格化条件を考えると、(B.2.1.12)式を得る。

$$\frac{\partial K_{g,i}(t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.2.1.11})$$

$$\frac{1}{v_g} \int_{V_i} \frac{\partial P_{g,i}(t) \phi_g(\vec{r},t)}{\partial t} dV = \frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} K_{g,i}(t) \quad (\text{B.2.1.12})$$

よって、(B.2.1.6)~(B.2.1.8)、(B.2.1.12)式より、振幅関数の形式を限定しない場合、振幅関数のバランス式は(B.2.1.13)式で表される。

$$\frac{\partial P_{g,i}(t)}{\partial t} K_{g,i}(t) = F_{g,i}(t) P_{g,i}(t) + \sum_{family} \chi_{d,family,g} \lambda_{family} C_{family,i}(t) \quad (\text{B.2.1.13})$$

(B.2.1.5)式と(B.2.1.13)式を比較すると、**K 値** が 1 である時、(B.2.1.5)式、(B.2.1.13)式は等価となる。言い換えれば、(B.2.1.5)式は **K 値** が 1 に規格化されていることを暗に仮定しているとも言える。ゆえに、**K 値** が本当に 1 に規格化されているか否かは確認する必要がある。以上が形状関数の規格化条件の厳密性に関する問題提起である。

## B.2.2. TCMFD 法における Null transient 問題

本項では TCMFD 法における Null transient 問題について示す。まず、MAF 法では、粗メッシュ・詳細タイムステップの計算を実施する際、(B.2.2.1)式に示す粗メッシュ単位の中性子バランス式を導出し、TCMFD 法を用いて粗メッシュ・詳細タイムステップの動特性計算を実施している。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_{g,i}^{CM}(t)}{\partial t} = & -\frac{J_{g,i+1/2}^{CM}(t) - J_{g,i-1/2}^{CM}(t)}{\Delta x_i^{CM}} - \Sigma_{r,g,i}^{CM}(t) \phi_{g,i}^{CM}(t) \\ & + \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i}^{CM}(t) \phi_{g',i}^{CM}(t) + \chi_{p,g}^{CM} (1 - \beta) \sum_{g'}^G v \Sigma_{f,g',i}^{CM}(t) \phi_{g',i}^{CM}(t) \\ & + \sum_{family} \chi_{d,g,family}^{CM} \lambda_{family} C_{family,i}^{CM}(t) \end{aligned} \quad (B.2.2.1)$$

しかし、Fig. B.2.2.2 に示すように振幅関数と形状関数でタイムステップ幅が異なることから、TCMFD 法では中性子流の補正係数及び形状関数をタイムステップ内で線形内挿している。

$$D_{g,i}^{cor}(t_{amp}) = \frac{D_{g,i}^{cor}(t_{n+1}) - D_{g,i}^{cor}(t_n)}{\Delta t_{shape}} (t_{amp} - t_n) + D_{g,i}^{cor}(t_n) \quad (B.2.2.2)$$

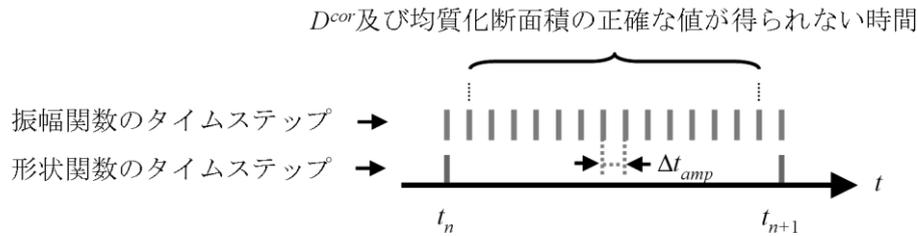


Fig. B.2.2.2 形状関数と振幅関数のタイムステップの違い

この時の内挿誤差が Null transient 時に影響を与えないか否かはこれまで検討がなされていなかったため、本研究では MAF 法でも Null transient の解析を実施した。具体的な検討条件は次節で述べる。

## B.3 検証計算

### B.3.1. 形状関数の規格化条件の厳密性に関する検証

本研究で実装した MAF 法の計算フローにて、形状関数の規格化条件が厳密に満たされ、K 値が 1 になっているか否かを TWIGL ベンチマーク問題にて確認した。本項では、その計算条件及び計算結果を示す。まず Table B.3.1.1、Fig. B.3.1.1 には本検証の計算条件を示す。

Table B.3.1.1 検証計算条件

	計算条件
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題 ステップ状摂動条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
メッシュ構造	1 cm × 1 cm (Fig. B.3.2.1 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
タイムステップ幅	Amplitude function : $10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6}, 10^{-8}$ $\Delta t_{shape} = 100$ msec, $\Delta t_{amp} = 1$ msec

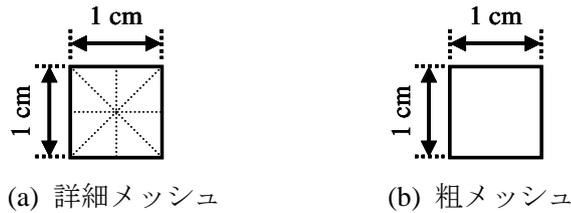


Fig. B.3.1.1 詳細メッシュと粗メッシュの定義

Table B.3.1.1 に示すように振幅関数の収束判定条件を変化させた理由は以下の通りである。まず形状関数が全中性子束を振幅関数で割った値で定義されるため、振幅関数が十分に収束し切っていない場合、形状関数も十分収束し切った値ではなく、K 値が 1 にならないことが考えられる。ゆえに振幅関数の収束判定条件を厳しくすれば、振幅関数が真値へと漸近していくため、これと同時に形状関数も真値へと漸近していくこととなり、K 値が 1 に近づいていくと考えられる。ゆえに振幅関数の収束判定条件を変化させて計算を行なっている。

以上の条件の下、TWIGL ベンチマーク問題のステップ状摂動条件にて動特性計算を実施し、K 値の値を確認した。その結果を Table B.3.1.2~B.3.1.5 に示す。なお、Table B.3.1.2~B.3.1.5 に示す TCMFD 反復回数とは振幅関数の収束判定条件を満たした時点で実施している TCMFD 反復の反復回数を意味する。

Table B.3.1.2 各群形状関数の K 値の最大値及び最小値 (振幅関数収束条件 :  $10^{-2}$ )

時間 [sec]	1 群形状関数		2 群形状関数		炉心出力 [-]	TCMFD 反復回数
	K 値最小値	K 値最大値	K 値最小値	K 値最大値		
0.0	0.9999936	0.9999934	0.9999936	0.9999934	1.000	-
0.1	1.1015128	1.1002456	1.1023997	1.1005606	2.089	1
0.2	1.0000055	1.0000052	1.0000055	1.0000052	2.320	0
0.3	0.9915612	0.9914567	0.9915333	0.9913782	2.129	1
0.4	0.9999936	0.9999934	0.9999936	0.9999934	2.130	0

Table B.3.1.3 各群形状関数の K 値の最大値及び最小値 (振幅関数収束条件 :  $10^{-4}$ )

時間 [sec]	1 群形状関数		2 群形状関数		炉心出力 [-]	TCMFD 反復回数
	K 値最小値	K 値最大値	K 値最小値	K 値最大値		
0.0	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.000	-
0.1	0.9999936	0.9999934	0.9999936	0.9999934	2.089	1
0.2	1.0000045	1.0000044	1.0000046	1.0000043	2.108	2
0.3	1.0000046	1.0000044	1.0000046	1.0000044	2.126	1
0.4	0.9999952	0.9999950	0.9999953	0.9999950	2.144	1

Table B.3.1.4 各群形状関数の K 値の最大値及び最小値 (振幅関数収束条件 :  $10^{-6}$ )

時間 [sec]	1 群形状関数		2 群形状関数		炉心出力 [-]	TCMFD 反復回数
	K 値最小値	K 値最大値	K 値最小値	K 値最大値		
0.0	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.000	-
0.1	0.9999953	0.9999951	0.9999953	0.9999951	2.089	2
0.2	1.0000045	1.0000044	1.0000046	1.0000043	2.108	2
0.3	1.0000046	1.0000044	1.0000046	1.0000044	2.126	1
0.4	0.9999952	0.9999950	0.9999953	0.9999950	2.144	1

Table B.3.1.5 各群形状関数の K 値の最大値及び最小値 (振幅関数収束条件 :  $10^{-8}$ )

時間 [sec]	1 群形状関数		2 群形状関数		炉心出力 [-]	TCMFD 反復回数
	K 値最小値	K 値最大値	K 値最小値	K 値最大値		
0.0	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.000	-
0.1	0.9999954	0.9999952	0.9999954	0.9999952	2.089	8
0.2	1.0000047	1.0000046	1.0000047	1.0000046	2.108	7
0.3	1.0000045	1.0000044	1.0000045	1.0000044	2.126	5
0.4	0.9999952	0.9999950	0.9999952	0.9999950	2.144	3

Table B.3.1.2~B.3.1.5 に示すように、本研究で実装した MAF 法の計算フローでも、K 値の規格化条件は完全には満たされていない。ただし、K 値の計算値の真値(=1)からのずれは、TCMFD 反復を 1 回以上実施していれば  $10^{-6}$  程度のオーダーで収束していることが確認でき、振幅関数収束条件が  $10^{-4}$ ~ $10^{-8}$  の時の K 値は十分 1 に近い値に収束していると言える。ただし、振幅関数の収束判定条件を詳細にし続けたとしても、K 値の値が完全に 1 に漸近するわけではないことが Table B.3.1.2~B.3.1.5 から確認できる。これは振幅関数の収束度合い以外で K 値が 1 に漸近しなくなる要因があると考えられるが、本研究ではこの原因までは特定できなかったため、今後の課題とする。

### B.3.2. MAF 法における Null transient 問題に関する検証

輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題の計算体系で Null transient の解析を行った。計算条件としては Table B.3.2.1、Fig. B.3.2.1 に示す通りである。

Table B.3.2.1 検証計算条件

	計算条件
計算対象	TWIGL ベンチマーク問題 (Null transient)
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
メッシュ構造	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. B.3.2.1 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$ Amplitude function : $10^{-6}$
タイムステップ幅	$\Delta t_{shape} = 100$ msec, $\Delta t_{amp} = 1$ msec



Fig. B.3.2.1 詳細メッシュと粗メッシュの定義

以上の条件の下、TWIGL ベンチマーク問題において断面積の摂動を与えない Null transient の解析を実施した。初期の炉心出力は 1 に規格化したため、MAF 法が Null transient を厳密に計算可能であれば炉心出力は 1 から完全に変化しない。Fig. B.3.2.3 には MAF 法での Null transient の解析結果として、真値(炉心出力=1)からの誤差を示す。

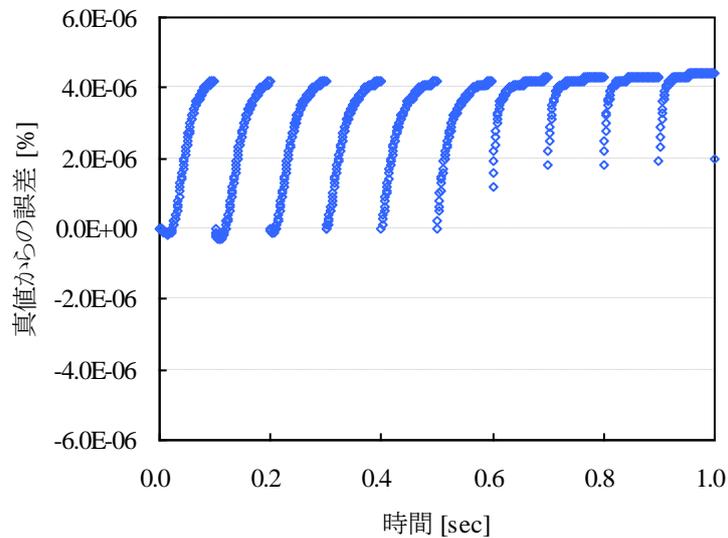


Fig. B.3.2.2 TWIGL ベンチマーク問題の計算体系における MAF 法での Null transient 解析結果

Fig. 3.2.2 に示すように MAF 法で Null transient の解析を行った結果、収束判定条件( $10^{-8}$ )近傍のオーダーでの僅かな時間変化が見られた。データ点が不連続に変化している時刻は、詳細タイムステップと粗タイムステップが完全に一致する時刻であるが、真値からの誤差が増大している傾向は全て TCMFD 計算の中で現れている。

しかし、上述の通り MAF 法で Null transient の影響が現れているのは収束判定条件近傍であり、Fig. B.3.2.2 で現れる誤差は十分無視できるオーダーである。以上の観点から、MAF 法では Null transient についても十分な計算精度を有していると判断した。

#### B.4 本章のまとめ

本章では MAF 法に関して現在提起されている問題点、及び本研究を進める中で着想を得た問題点についてその理論と検証を述べた。特に形状関数の規格化条件の厳密性に関する検討では、時間依存輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題において形状関数の粗メッシュ内積分値(K 値)の値を確認し、本研究で実装を行った MAF 法では、K 値が実用上十分な精度で 1 に近い値を取っていることを確認した。また、輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題の計算体系において Null transient の解

析をMAF法で実施し、MAF法が十分高精度にNull transientの解析を実施可能であることを確認した。

## B.5 参考文献

- [1] 久保田直人, “加速器駆動未臨界炉における動特性計算に関する研究”, 名古屋大学大学院工学研究科 修士論文 (2012).

## C. Characteristics 法を用いた中性子輸送計算における並列計算手法

### C.1 本章の概要

一般に、Characteristics 法を用いた炉心計算を実施するためには CMFD 法等の各種加速法を適用しても膨大な計算を要する。ゆえに、Characteristics 法を用いた炉心計算では、しばしば並列計算が用いられる。以上のような背景から、本研究でも Characteristics 法を用いた炉心計算を実施する際、並列計算を導入している。本章では、Characteristics 法を用いた中性子輸送計算における並列計算手法として、本研究で採用した中性子の飛行方向に関する並列計算手法について述べる。

### C.2 中性子の飛行方向に関する並列計算手法

#### C.2.1. 計算機における並列計算の留意点

近年の計算機技術の進歩により、現在のワークステーションのほとんどは並列計算に対応しており、CPU を複数持つマルチコアのマシンがその多くを占めている。特にプログラムが CPU を使用して処理を行なう際の CPU の最小利用単位をスレッドと呼ぶが、近年では 4~8 個の CPU を持ち、個々の CPU が 2 つのスレッドに対応可能なマシンが多い。並列計算は、これらの複数のスレッドを同時に使用することで、個々のスレッドが担当する処理を分散し、全体的に処理効率を上げることで処理の高速化を図るものである。例として、十万個の独立した仕事を 1 個のスレッドで処理する場合と、10 個のスレッドで同時に処理する場合について考えると、10 個のスレッドで同時に処理の方が遥かに効率的であり、十万個の仕事をより高速に実施可能であると言える。ただし、計算機において並列計算を実施する場合には、10 スレッドで並列計算を実施したからと言って、必ずしも処理速度が 10 倍になるわけではない。また、場合によっては、高速化のために導入した並列計算により、逆により多くの計算時間を要する場合も十分にあり得る。本項では、計算機上で並列計算を行なう際の留意点について述べる。

まず、(C.2.1.1)式に示すように数列 $\{x_i | i = 0 \sim N\}$ の総和を計算することを考える。

$$S = \sum_{i=0}^N x_i \quad (\text{C.2.1.1})$$

(C.2.1.1)式の処理は Characteristics 法を用いた炉心計算でも非常によく現れる加算処理である。例としては、(C.2.1.2)式に示すように全中性子束を計算する際にはこのような加算処理が現れる。

$$\phi_{g,r} = \frac{1}{\sum_{i,g,r} \omega_m Q_{g,m,r}} + \frac{1}{V_r \sum_{i,g,r} \omega_m} \sum_m \omega_m \sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}) \quad (\text{C.2.1.2})$$

ここで、並列計算を実施しない場合、(C.2.1.1)式に示す加算処理を行なうには、Fig. C.2.1.1 に示すように、 $i = 1$  から  $i = N$  までを順に加算していけば良い。

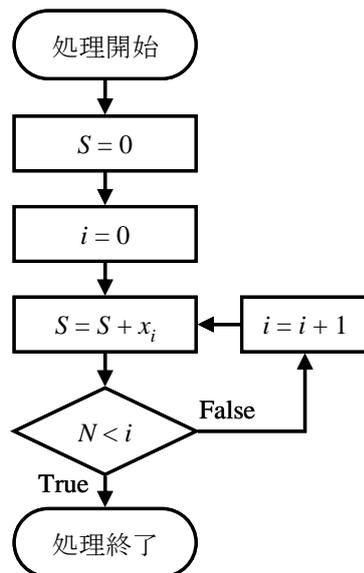


Fig. C.2.1.1 並列計算処理無しの場合の加算処理

ただし、 $N$  が非常に大きい場合は Fig. C.2.1.1 に示す処理は多くの計算時間を要する。ゆえに、以上の処理を並列に処理することを考える。ここで単純に考えれば、 $N$  回の加算処理を全て並列化するのが個々のスレッドが請け負う処理が最も少なくなるため、Fig. C.2.1.2 のように並列計算を実施するのが最も効率的かのように思える。

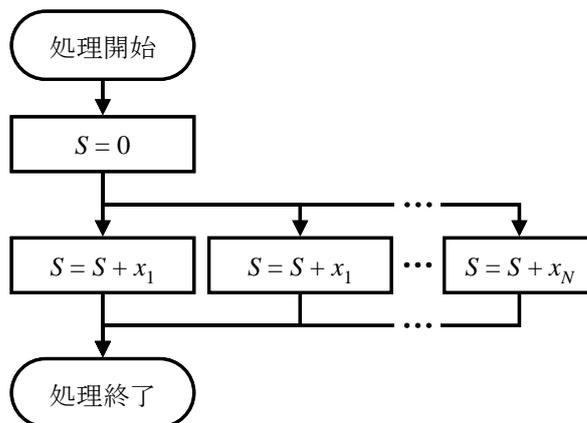


Fig. C.2.1.2 並列化方法に問題がある計算フロー

しかし、Fig. C.2.1.2 の並列化には重大な問題がある。まず、個々の加算処理を請け負う個々のスレッドを確保するためには、スレッドを確保するための時間がかかるという点である。つまり、同時に実行する個々の処理が非常に高速に完了してしまう場合、 $N$  個分のスレッド確保時間の方が相対的に長くなる。この場合、同時実行するスレッド数を無闇に増やしたとしても並列化の恩恵が得られない場合や、より多くの計算時間が必要となる場合がある。また、発行したスレッド数  $N$  に比べ、マシン上で同時に実行できるスレッド数  $M$  が大きすぎる場合、スレッド間で実行待ちが生じるため並列化数  $N$  に見合うだけの並列化効率が得られない。例として 8 コア-16 スレッドのマシンで 100 スレッドの並列計算を実施しても、同時に実行できるのは 16 スレッドのみであり、残る 84 スレッドは実行待ちの状態となる。この場合、並列化効率が極めて悪化する。

以上の問題点は並列計算自体の効率に関する問題点であるが、Fig. C.2.1.2 の計算フローには計算

効率以外にも大きな問題点がある。以下ではその問題点について示す。

まず、『 $S = S + x_i$ 』という加算処理を実施する場合、Fig. C.2.1.3 に示すように① $x_i$ を加算する前の変数  $S$  を読み込み、② $S + x_i$ を計算した後、③ $S + x_i$ の計算結果を変数  $S$  に代入して値を更新するという3つの処理を実施する必要がある。

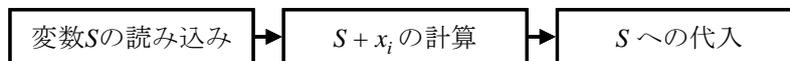
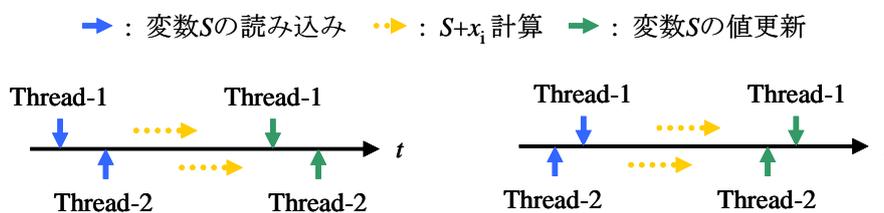


Fig. C.2.1.3  $S = S + x_i$ を実施する際の計算処理

しかし Fig. C.2.1.2 の計算フローの場合、同時実行しているスレッドの全てが同じ変数  $S$  を参照している。ゆえに、全てのスレッドがほぼ同時に C.2.1.3 の処理を実施することとなる。例として2つのスレッドが変数  $S$  への加算を実施した場合に考えられる変数の読み込み及び更新のタイミングを示す。なお、Fig. C.2.1.4 の  $t$  は CPU から見た時間である



(a) Thread-1 の結果が無視されるフロー    (b) Thread-2 の結果が無視されるフロー

Fig. C.2.1.4 複数のスレッドがほぼ同時に同じ変数  $S$  にアクセスする場合の変数更新タイミング

Fig. C.2.1.4 (a)の場合、Thread-1 が変数  $S$  を読み込み、値を更新するまでの間に Thread-2 が変数  $S$  の値を読み込んでいる。つまりこの時、変数  $S$  の値は Thread-1 が担当している加算処理を反映した値ではない。ゆえに Thread-2 が値を読み込んだ後に Thread-1 が値を更新しているが、Thread-2 が値を更新してしまった時点で変数  $S$  に Thread-1 の処理結果は全く反映されなくなる。Fig. C.2.1.4 (b)に示すように、逆もまた然りである。つまり、Fig. C.2.1.2 のような並列計算では、上記のスレッド同士の競合により正しい計算結果を得られない。この問題の解決策としては、2つある。まず1つが、同一の変数を更新する複数のスレッド間で同期を取り、1つの処理が終わるまで他の処理を待機させる方法である。つまり Fig. C.2.1.4 (a)のような処理が発生した場合、Thread-2 の処理開始を Thread-1 の処理が終わるまで待たせることで、正しい計算結果を得ることができる。しかしこの場合、Fig. C.2.1.5 に示すように、スレッドを複数使用している並列計算であるのにも関わらず複数の処理を順番に処理することになるため、結果的に並列化効率は悪化する。さらにスレッド間の同期待ち処理は比較的重い処理であるため、同期処理が頻発するコーディングを行なうと計算時間は大きく増加してしまう。ゆえに、スレッド間の同期を取る場合、計算結果の不整合は回避できるものの、計算時間の観点からはデメリットが大きい。つまり複数スレッドの同期処理は可能な限り避けるのが望ましい。

→ : 変数Sの読み込み    → :  $S+x_i$  計算    → : 変数Sの値更新

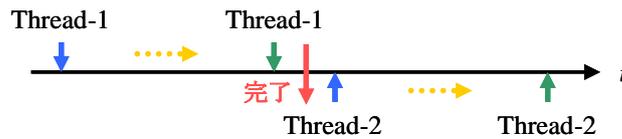


Fig. C.2.1.5 スレッド間の同期

もう1つの方法が、個々のスレッドが担当する処理単位を独立した処理に分割する方法である。Fig. C.2.1.6 にその例を示すが、Fig. C.2.1.6 では(C.2.1.1)式を(C.2.1.3)式に示すように完全に独立した2つの加算処理に分離し、2つのスレッド並列計算を実施している。

$$S = S_1 + S_2, \quad S_1 = \sum_{i=0}^{N/2} x_i, \quad S_2 = \sum_{i=N/2+1}^N x_i \quad (\text{C.2.1.3})$$

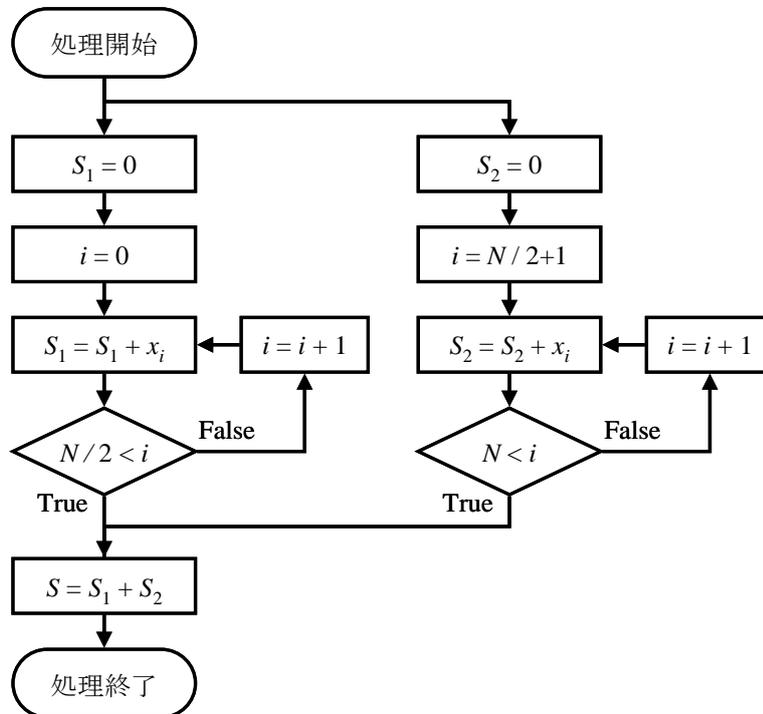


Fig. C.2.1.6 個々のスレッドが担当する処理単位の分離

つまり、 $S_1$ の計算と $S_2$ の計算は完全に独立しているため、別々のスレッドで計算してもデータの不整合の問題や同期待ちの問題は発生しない。また、Fig. C.2.1.6で個々のスレッドが担当する処理は比較的重い処理になるため、個々のスレッドが担当する処理がスレッド確保時間よりも短くなりすぎるのを防ぐこともできる。つまり個々のスレッドが担当する処理の負荷が適正になるように処理を割り振り、それぞれのスレッドで更新するデータを分離することで、並列化による意図しない計算時間の増加や計算結果の不整合を防ぐことができる。言い換えれば、並列計算の実施において①並列化処理単位1つ当たりの負荷量を適切に決定することと、②データの独立性を確保することは非常に重要である。次項では、Characteristics法を用いた炉心計算において、本研究で採用した中性子の飛行方向に関する並列計算手法について述べる。

### C.2.2. 中性子の飛行方向に関する並列化手法

前項では並列計算を実施する際の留意点について述べた。本項では、Characteristics 法を用いた炉心計算で並列計算を行なうための手法として中性子の飛行方向に関する並列化手法について述べる。

中性子の飛行方向に関する並列化手法は参考文献[1]の中で提案されており、本研究でも参考文献[1]に従い並列計算を導入した。基本的な概念としてはFig. C.2.2.1に示すように中性子の飛行方向(方位角方向)を第I~第IV象限に属する4つのグループに分け、象限毎に各方向の中性子輸送計算を並列に実施するものである。

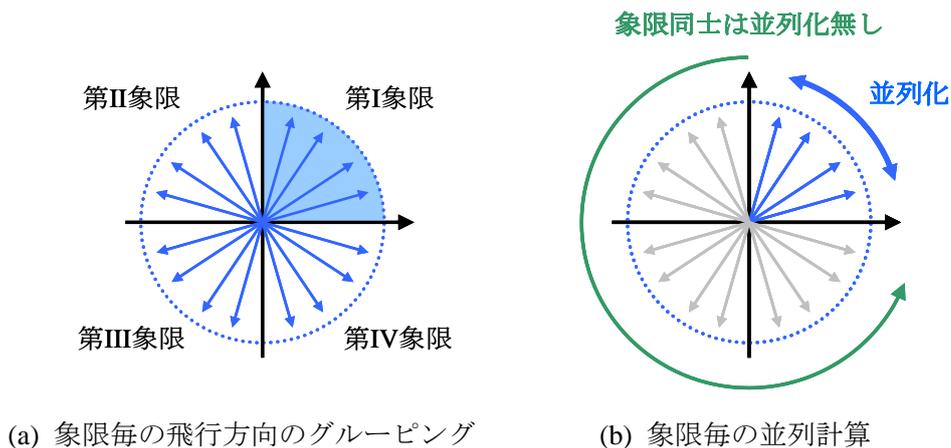


Fig. C.2.2.1 中性子の飛行方向に関する並列化手法

ただし、この時、象限毎の並列化は行わない。これは属する象限が異なる飛行方向を並列化すると、体系境界面の入射角度中性子束の更新タイミングが CPU にスレッドがランダムに割り当てられる際の割り当て順に依存するようになるためである。つまり、スレッド間の同期処理が必ず必要となり、結果的に計算速度を悪化させる可能性がある。また、本並列計算手法を実装した計算コードから発行されるスレッドの数について考えると、方位角方向の分割数は多くとも 128 分割程度であることから、 $128 \div 4(\text{象限数}) = 32$  より、発行されるスレッド数は多くとも 32 個程度である。一方、現行のワークステーションは 6 コア~16 コア(12 スレッド~32 スレッド)程度であることから、CPU 上で同時実行可能なスレッド数を発行されるスレッド数が大きく上回ることはない。つまり、象限毎の並列計算は同時発行するスレッド数がある程度現実的な数に制限する役割もある。

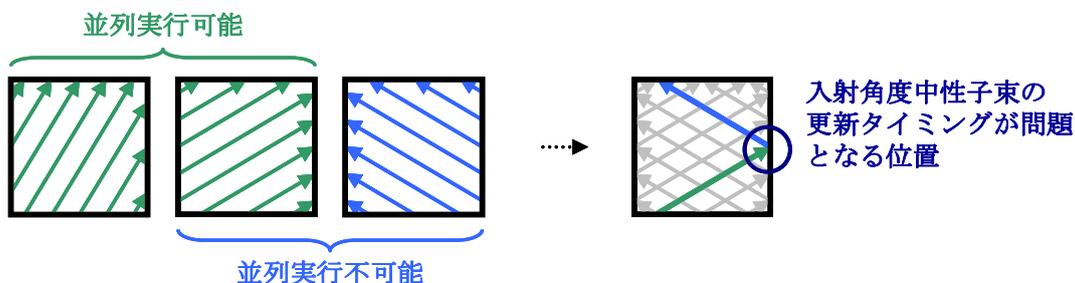


Fig. C.2.2.2 同期処理無しに並列実行可能／不可能な中性子の飛行方向

以下では本並列計算手法の詳しい実装方法について述べる。方位角分割数が  $N_{azim}$  の場合、第I象限~IV象限までに割り振られる飛行方向は以下の通りとなる。ただし  $a$  は各方位角方向を識別ための

識別番号である。

$$\text{第 I 象限グループ} : a = 1 \sim \frac{N_{azim}}{4} \quad (\text{C.2.2.1})$$

$$\text{第 II 象限グループ} : a = \frac{N_{azim}}{4} + 1 \sim \frac{2N_{azim}}{4} \quad (\text{C.2.2.2})$$

$$\text{第 III 象限グループ} : a = \frac{2N_{azim}}{4} + 1 \sim \frac{3N_{azim}}{4} \quad (\text{C.2.2.3})$$

$$\text{第 IV 象限グループ} : a = \frac{3N_{azim}}{4} + 1 \sim N_{azim} \quad (\text{C.2.2.4})$$

この時、計算自体は第 I 象限から第 IV 象限まで順に行なう必要があるものの、各象限内に属する飛行方向の計算は同時並行で実施可能である。例として、 $a = 1 \sim N_{azim}/4$  の各方向の Transport sweep は独立して実施できる。また、各方向の Transport sweep は比較的負荷の大きい処理であるため、スレッドの確保時間は無視できるレベルである。

ただし、全中性子束の計算式が(C.2.2.5)式で定義されていることから、並列実行する  $a = 1 \sim N_{azim}/4$  の計算全てが同一の変数(全中性子束)にアクセスし、値を更新する可能性がある。ただし、(C.2.2.5)式中の  $p$  は極角方向を識別するための識別番号であり、 $N_{polar}$  は極角分割数である。

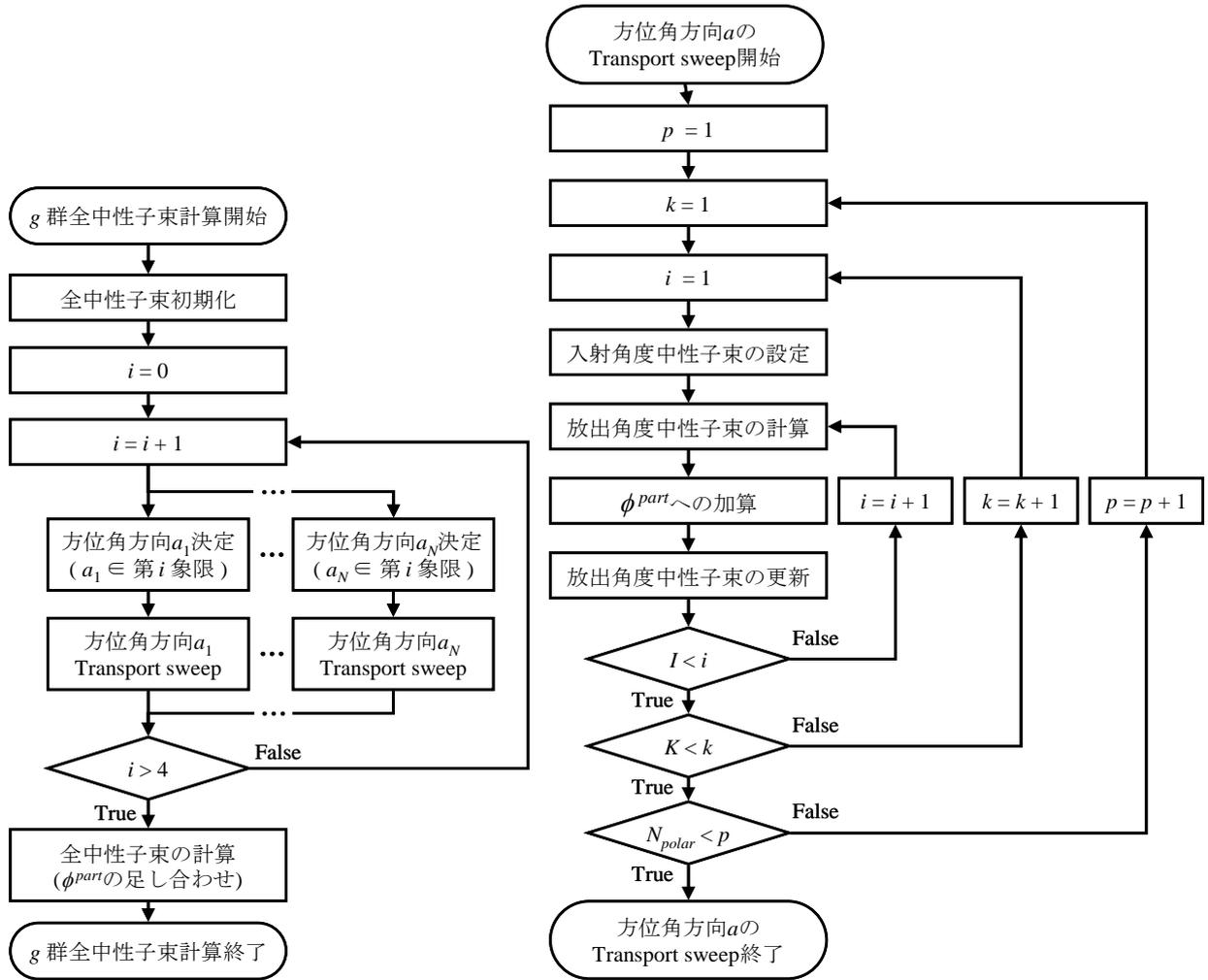
$$\begin{aligned} \phi_{g,r} &= \frac{1}{\sum_{t,g,r}} \sum_m \omega_m Q_{g,m,r} + \frac{1}{V_r \sum_{t,g,r}} \sum_m \omega_m \sin \theta_m \sum_{k \in r} \delta A_{m,k} (\psi_{g,m,k,i}^{in} - \psi_{g,m,k,i}^{out}) \\ &= \frac{1}{\sum_{t,g,r}} \sum_a \sum_p \omega_a \omega_p Q_{g,a,p,r} + \frac{1}{V_r \sum_{t,g,r}} \sum_a \sum_p \omega_a \omega_p \sin \theta_p \sum_{k \in r} \delta A_{a,k} (\psi_{g,a,p,k,i}^{in} - \psi_{g,a,p,k,i}^{out}) \end{aligned} \quad (\text{C.2.2.5})$$

ゆえに、個々のスレッドで実施する累積加算処理が競合しないように、全中性子束を(C.2.2.6)、(C.2.2.7)式のように分離して計算する。つまり、Transport sweep 中は(C.2.2.6)式を用いて全中性子束の一部分を計算し、全方向の Transport sweep 終了時に(C.2.2.7)式を用いて全中性子束を計算する。この操作により、並列実行する個々のスレッドは方位角方向毎に異なる全中性子束に関する変数を更新することになるため、データの独立性を確保できる。

$$\phi_{g,a,r}^{part} = \frac{1}{V_r \sum_{t,g,r}} \sum_p \omega_p \sin \theta_p \sum_{k \in r} \delta A_{a,k} (\psi_{g,a,p,k,i}^{in} - \psi_{g,a,p,k,i}^{out}) \quad (\text{C.2.2.6})$$

$$\phi_{g,r} = \frac{1}{\sum_{t,g,r}} \sum_a \sum_p \omega_a \omega_p Q_{g,a,p,r} + \sum_a \omega_a \phi_{g,a,r}^{part} \quad (\text{C.2.2.7})$$

以上をまとめると、計算フローは Fig. C.2.2.3 のようになる。



(a) 飛行方向に関する並列計算フロー (b) 各方位角方向の Transport sweep フロー

Fig. C.2.2.3 全中性子束計算時の並列計算フロー

Fig. C.2.2.3(a)に示すように、飛行方向に関する並列計算を行なうには、並列実行する個々のスレッドがアクセスする全中性子束に関する変数を初期化する。

$$\phi_{g,a,r}^{part} = 0 \quad (C.2.2.8)$$

次に、第 I 象限から計算を開始し、各象限に属する方位角方向毎に Transport sweep を実施する。Fig. C.2.2.3(b)は各方位角方向の Transport sweep のフローを示す。Transport sweep 中は、スレッド同士が競合しないよう、(C.2.2.6)式を用いて全中性子束の一部分を計算する。

$$\phi_{g,a,r}^{part} = \frac{1}{V_r \sum_{t,g,r}} \sum_p^{N_{polar}} \omega_p \sin \theta_p \sum_{k \in r} \delta A_{a,k} (\psi_{g,a,p,k,i}^{in} - \psi_{g,a,p,k,i}^{out}) \quad (再掲) (C.2.2.6)$$

第 I 象限の全ての方位角方向について Transport sweep が完了したら、以上の処理を第 IV 象限まで繰り返す。最後に、(C.2.2.7)式を用いて全中性子束を計算する。

$$\phi_{g,r} = \frac{1}{\sum_{t,g,r}} \sum_a^{N_{azim}} \sum_p^{N_{polar}} \omega_a \omega_p Q_{g,a,p,r} + \sum_a^{N_{azim}} \omega_a \phi_{g,a,r}^{part} \quad (再掲) (C.2.2.7)$$

以上の操作により、データの不整合や同期待ちの頻発を抑えながら並列計算を実施できる。なお、本研究では上述の並列計算を、プログラミング言語 C#において.NET Framework 4.0 より導入された Parallel クラスを用いて実装した。

### C.3 検証計算

#### C.3.1. TWIGL ベンチマーク問題における検証

本章で示した並列計算手法を適用することによる効果を TWIGL ベンチマーク問題において検証した。本項ではその結果を示す。まず輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題の計算体系を Fig. C.3.1.1 に示す。

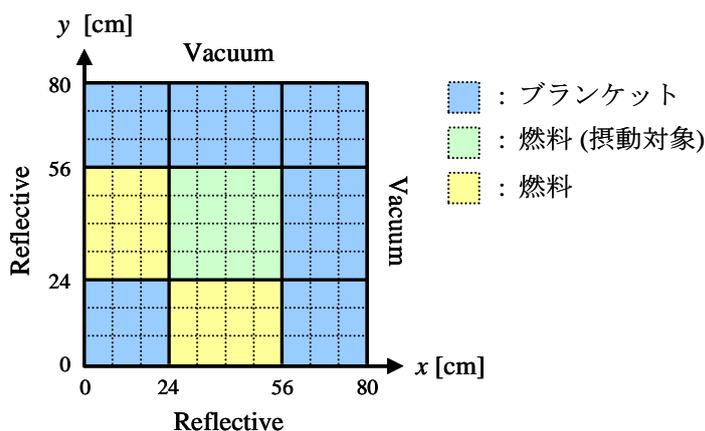


Fig. C.3.1.1 時間依存輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題 [2]

輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数は Table C.3.1.1 に示す通りである。

Table C.3.1.1 輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数 [2]

群	$\Sigma_{tr,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{a,g}$ [1/cm]	$\nu\Sigma_{f,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 1}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 2}$ [1/cm]	$\chi$	
燃料	1	0.23810	0.10000	0.00700	0.21810	0.01000	1.0
	2	0.83333	0.15000	0.20000	0.00000	0.68333	0.0
ブランケット	1	0.25641	0.00800	0.00300	0.23841	0.01000	1.0
	2	0.66667	0.05000	0.06000	0.00000	0.61667	0.0
$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]			
2.43	1.0E+07	2.0E+05	0.0075	0.08			

本検証以上の条件の下、本研究では Table C.3.1.2、Fig. C.3.1.2 に示す計算条件で解析を実施した。なお、本検証は並列計算の有無による計算速度の向上幅を見るものであるため、問題の簡略化の観点から、固有値計算のみの計算時間の比較を実施している。

Table C.3.1.2 計算条件

パラメータ	計算条件
解析対象	TWIGL ベンチマーク問題 (固有値計算)
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. C.3.1.2 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
加速計算	CMFD 加速 (Pin-by-Pin, 多群)
並列計算の有無	並列計算無し      8 スレッドの並列計算

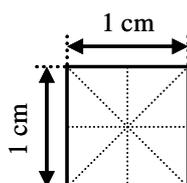


Fig. C.3.1.2 セル及び Flat flux region の幾何形状

以上の計算条件の下、Intel® Xeon® CPU 3.0GHz (8core-16thread)、メモリ 48GB のマシン上で TWIGL ベンチマーク問題の定常計算を実施した。Table C.3.1.3 に体系の実効増倍率及び計算時間を示す。

Table C.3.1.3 TWIGL ベンチマーク問題における固有値計算の計算結果及び計算時間

	実効増倍率	計算時間
並列化無し	0.9159759	8 min 59 sec
並列化有り <sup>†</sup>	0.9159759	2 min 16 sec
高速化率 [-]	-	3.96

<sup>†</sup>: Intel® Xeon® CPU 3.0GHz (8core-16thread) で 8 スレッドの並列計算を実施

Table C.3.1.3 に示すように、並列計算の導入により、約 4 倍程度計算速度が向上した。また、実効増倍率も並列化の有無により全く変化していないことから、並列計算導入時のデータ不整合等が発生していないことが確認できる。

### C.3.2. C5G7 ベンチマーク問題における検証

本項では C5G7 ベンチマーク問題[3]における並列計算の導入による効果を示す。計算条件は Table C.3.2.1 に示す通りである。なお、本検証計算は並列化の導入の有無による計算速度の向上幅に関する議論を行なうことを目的としており、固有値計算の妥当性評価は 5.3.1 項で C5G7 ベンチマーク問題の解析を通じて既に実施していることから、Table C.3.2.1 の計算条件は計算時間の莫大な増加を防ぐためメッシュ構造等を比較的粗く設定している。

Table C.3.2.1 計算条件

パラメータ	計算条件
解析対象	C5G7 ベンチマーク問題
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. C.3.2.1 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
加速計算	CMFD 加速 (Pin-by-Pin, 多群)
並列計算の有無	並列計算無し 8 スレッドの並列計算

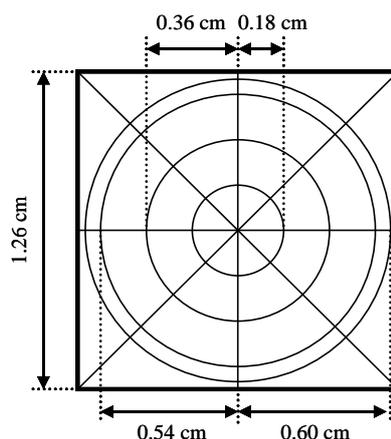


Fig. C.3.1.1 セル及び Flat flux region の幾何形状

以上の計算条件の下、Intel® Xeon® CPU 3.0GHz (8core-16thread)、メモリ 48GB のマシン上で TWIGL ベンチマーク問題の定常計算を実施した。Table C.3.2.2 に体系の実効増倍率及び計算時間を示す。

Table C.3.2.2 TWIGL ベンチマーク問題における固有値計算の計算結果及び計算時間

	実効増倍率	計算時間
並列化無し	1.186571	1 hour 29 min 2 sec
並列化有り <sup>†</sup>	1.186571	17 min 33 sec
高速化率 [-]	-	5.07

<sup>†</sup> : Intel® Xeon® CPU 3.0GHz (8core-16thread) で 8 スレッドの並列計算を実施

Table C.3.2.2 に示すように、本検証計算条件では並列計算の導入により、約 5 倍程度計算速度が向上した。前項で示した TWIGL ベンチマーク問題での検証時よりも計算速度の向上幅が大きいのは、エネルギー群数が多く、Transport sweep にかかる計算時間が長いため、並列化の恩恵を受けやすいためだと考えられる。つまり、個々のスレッドが担当する処理にかかる時間が比較的長いため、スレッドの確保時間の影響が相対的に弱まっていることが原因だと考えられる。以上の観点からも、個々のスレッドに担当させる処理の量は高速化率に対し大きく影響することが確認できる。

#### C.4 本章のまとめ

本章では、Characteristics 法を用いた炉心計算における並列計算手法として、中性子の飛行方向に関する並列計算手法についてその理論及び実装方法について示した。また、TWIGL ベンチマーク問題及び C5G7 ベンチマーク問題における検証計算を通じて、中性子の飛行方向に関する並列化を導入することで得られた高速化率について示した。具体的には、本検証計算条件では TWIGL ベンチマーク問題で約 4 倍、C5G7 ベンチマーク問題で約 5 倍の高速化が得られた。

#### C.5 参考文献

- [1] K. Yamaji, H. Matsumoto, D. Sato, K. Kirimura and T. Takeda, “Simple and Efficient Parallelization Method for MOC Calculation,” *J. Nucl. Sci. Technol.* 47 (2010), pp. 90-102.
- [2] J. B. Taylor, “The development of a three-dimensional nuclear reactor kinetics methodology based on the method of characteristics,” Ph.D. Thesis in Nuclear Engineering, Pennsylvania State University (2007).
- [3] Nuclear Energy Agency, *Benchmark on Deterministic Transport Calculations without Spatial Homogenization*, NEA/NSC/DOC (2003)16, ISBN92-64-02139-6, OECD (2003).

## D. 拡散計算と輸送計算の差異

### D.1 本章の概要

本章では、時間依存の拡散計算と時間依存の輸送計算の差異について示す。差異を示すに当たり、D.2 節ではまず拡散計算コードの検証について述べる。検証は二次元体系におけるベンチマーク問題である TWIGL ベンチマーク問題、LRA ベンチマーク問題の 2 種類で実施する。その後、D.3 節では TWIGL ベンチマーク問題、LRA ベンチマーク問題の双方について、拡散計算と輸送計算の差異を示し、今後の時間依存輸送計算に関する技術開発の可能性及び意義について示す。最後に D.3 節で本章のまとめを述べる。

### D.2 拡散計算コードの検証

#### D.2.1. TWIGL ベンチマーク問題における拡散計算コードの検証

本項では、本研究で開発した拡散理論に基づく動特性計算コードの検証として、TWIGL ベンチマークにおける検証について述べる。なお、本検証は拡散計算コードの検証であり、検証計算に用いるベンチマーク問題もオリジナルの TWIGL ベンチマーク問題である。Fig. D.2.1.1 には TWIGL ベンチマーク問題の計算体系を示す。

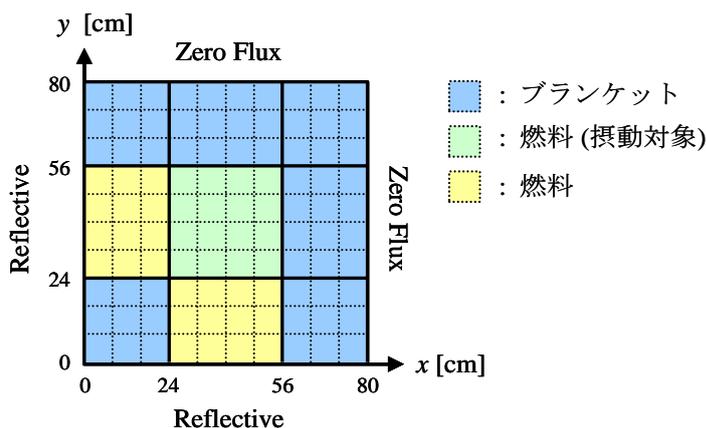


Fig. D.2.1.1 TWIGL ベンチマーク問題計算体系

TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数は Table D.2.1.1 に示す通りである。

Table D.2.1.1 TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数 [1]

群	$D$ [cm]	$\Sigma_{a,g}$ [1/cm]	$\nu\Sigma_{f,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,1\rightarrow 2}$ [1/cm]	$\chi$	
燃料	1	1.4	0.100	0.007	0.010	1.0
	2	0.4	0.150	0.200		0.0
ブランケット	1	1.3	0.008	0.003	0.010	1.0
	2	0.5	0.050	0.060		0.0
$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]		
	2.43	1.0E+07	2.0E+05	0.0075	0.08	

炉心への反応度投入方法には(D.2.1.1)、(D.2.1.2)式に示すようにステップ状摂動とランプ状摂動の 2

種類があり、両者共に摂動領域燃料の2群の巨視的吸収断面積に摂動を与える[1]。

$$\text{ステップ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \Sigma_{a,2}(0) - 0.0035 \quad (t > 0.0\text{sec}) \quad (\text{D.2.1.1})$$

$$\text{ランプ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.11667t) & (t \leq 0.2\text{sec}) \\ 0.976666\Sigma_{a,2}(0) & (t > 0.2\text{sec}) \end{cases} \quad (\text{D.2.1.2})$$

以上の条件の下、Table 2.1.2 に示す計算条件で TWIGL ベンチマーク問題の解析を行った。なお、全中性子束の計算には完全陰解法、遅発中性子先行核密度の計算には核分裂源の時間変化を1次関数で近似した解法を用いた。本検証計算では TWIGL ベンチマーク問題の厳密解を求めるため、メッシュサイズ及びタイムステップ幅はメッシュサイズ及びタイムステップ幅に関する感度解析の結果を通じて決定した。

Table D.2.1.2 計算条件

パラメータ	計算条件
メッシュサイズ	0.25 cm×0.25 cm
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
タイムステップ幅	$\Delta t = 1 \text{ msec}$

以上の条件における TWIGL ベンチマーク問題の解析結果を Fig. D.2.1.2 に示す。

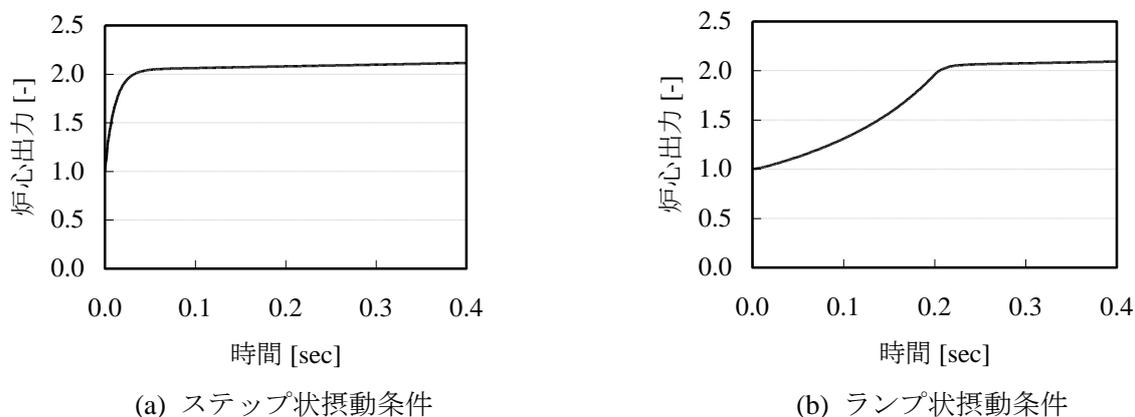


Fig. D.2.1.2 自作拡散計算コードでの TWIGL ベンチマーク問題の解析結果

以上の計算結果を既存の動特性計算コードである SPANDEX コード及び QUANDRY コードと比較した。その結果を Table D.2.1.3、D.2.1.4 に示す[2, 3]。ただし Table D.2.1.3、D.2.1.4 では、初期の炉心出力を1に規格化した際の炉心出力を示している。

Table D.2.1.3 ステップ状摂動条件における TWIGL ベンチマーク問題解析結果[2,3]

Code	SPANDEX	QUANDRY	自作
Mesh structure	20×20	10×10	320×320
Eigenvalue	0.91321	0.91321	0.91320
Time step size	0.1 msec	2.5 msec	1 msec
Relative power [-]			
0.0 sec	1.000	1.000	1.000
0.1 sec	2.062	2.061	2.062
0.2 sec	2.079	2.078	2.079
0.3 sec	2.096	2.095	2.096
0.4 sec	2.114	2.113	2.114

Table D.2.1.4 ランプ状摂動条件における TWIGL ベンチマーク問題解析結果[2,3]

Code	SPANDEX	QUANDRY	自作
Mesh structure	20×20	10×10	320×320
Eigenvalue	0.91321	0.91321	0.91320
Time step size	0.1 msec	2.5 msec	1 msec
Relative power [-]			
0.0 sec	1.000	1.000	1.000
0.1 sec	1.309	1.307	1.309
0.2 sec	1.960	1.957	1.960
0.3 sec	2.075	2.074	2.075
0.4 sec	2.092	2.092	2.093

Table D.2.1.3、D.2.1.4 に示すように、自作コードは SPANDEX コード及び QUANDRY コードと極めて良く一致している。以上の観点から、自作拡散コードのコーディングは適切に行われていると判断した。

#### D.2.2. LRA ベンチマーク問題における拡散計算コードの検証

本項では、LRA ベンチマーク問題[3]での自作拡散計算コードの検証結果を示す。本検証計算も前項の TWIGL ベンチマーク問題での検証と同様、拡散計算用の LRA ベンチマーク問題を用いて検証を行なう。まず、二次元の LRA ベンチマーク問題の計算体系は Fig. D.2.2.1 に示す通りである。

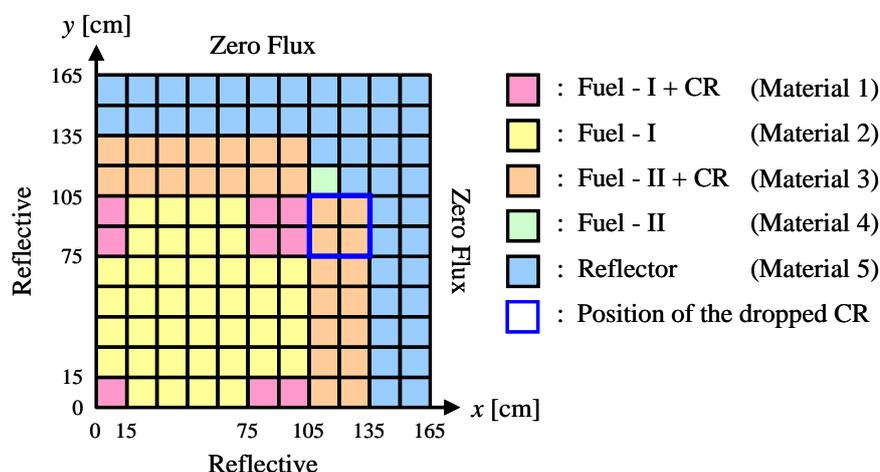


Fig. D.2.2.1 LRA ベンチマーク問題計算体系

LRA ベンチマーク問題の使用核定数は Table D.2.2.1 に示す通りである。

Table D.2.2.1 LRA ベンチマーク問題における使用核定数

Material	Group	$D$ [cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\nu\Sigma_f$ [1/cm]	$\Sigma_{s,1\rightarrow 2}$ [1/cm]
1	1	1.2550	0.008252	0.004602	0.02533
	2	0.2110	0.100300	0.109100	
2	1	1.2680	0.007181	0.004609	0.02767
	2	0.1902	0.070470	0.086750	
3	1	1.2590	0.008002	0.004663	0.02617
	2	0.2091	0.083440	0.102100	
4	1	1.2590	0.008002	0.004663	0.02617
	2	0.2091	0.073324	0.102100	
5	1	1.2570	0.000603	0.000000	0.04754
	2	0.1592	0.019110	0.000000	
$B^2$ [1/cm <sup>2</sup> ]	$\chi_1$	$\chi_2$	$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]
$10^{-4}$	1.0	0.0	2.43	$3.0\times 10^7$	$3.0\times 10^5$

また、遅発中性子先行核群は 2 群であり、Table D.2.2.2 に示すものが用いられる[2]。

Table D.2.2.2 遅発中性子先行核定数

Family	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]
1	0.0054	0.0654
2	0.001087	1.35

また、LRA ベンチマーク問題では簡易なフィードバックではあるが、ドップラー効果を考慮した上で過渡計算を行う必要がある。フィードバックは(D.2.2.1)、(D.2.2.2)式で与えられる[2]。

$$\Sigma_{a,1}(t) = \Sigma_{a,1}(0) \left\{ 1 + \alpha_1 \left( \sqrt{T_{fuel}(t)} - \sqrt{T_{fuel}(0)} \right) \right\}, \quad \alpha_1 = 3.034 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1/2} \quad (\text{D.2.2.1})$$

$$\frac{\partial T_{fuel}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \alpha_2 \sum_g \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t), \quad \alpha_2 = 3.83 \times 10^{-11} \text{ Kcm}^3/\text{fission} \quad (\text{D.2.2.2})$$

過渡計算の初期値は以下の通りであり、炉心の出力密度は(D.2.2.3)式で計算される。ただし、 $V_{fuel}$  は燃料部分の体積であり、反射体の体積は含まない。

初期炉心平均出力密度 :  $10^{-6} \text{ W/cm}^3$  at  $t = 0 \text{ sec}$

初期燃料温度 :  $300 \text{ K}$  at  $t = 0 \text{ sec}$

$$\text{Power density} = \frac{1}{V_{fuel}} \int_{V_{fuel}} \varepsilon \sum_g \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) d\vec{r}, \quad \varepsilon = 3.204 \times 10^{-11} \text{ J/fission} \quad (\text{D.2.2.3})$$

以上の条件の下、過渡計算の摂動は(D.2.2.4)式に従って与えられる。この摂動により体系への投入反応度はドル単位の反応度で 1\$を超え、即発臨界状態となる。

$$\Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.0606184t) & (t \leq 2 \text{ sec}) \\ 0.8787631 \Sigma_{a,2}(0) & (t > 2 \text{ sec}) \end{cases} \quad (\text{D.2.2.4})$$

以上の条件の下、Table D.2.2.3 に示す計算条件で解析を実施した。なお、本検証計算条件は LRA ベンチマーク問題の厳密解を計算するため、メッシュサイズ及びタイムステップ幅に関する感度解析を自作コードで実施した結果より設定した。

Table D.2.2.3 計算条件

パラメータ	計算条件
メッシュサイズ	1 cm×1 cm
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-7}$ , flux : $10^{-7}$
タイムステップ幅	$\Delta t = 0.1 \text{ msec}$

以上の計算条件における自作コードの解析結果を Fig. D.2.2.2 に示す。

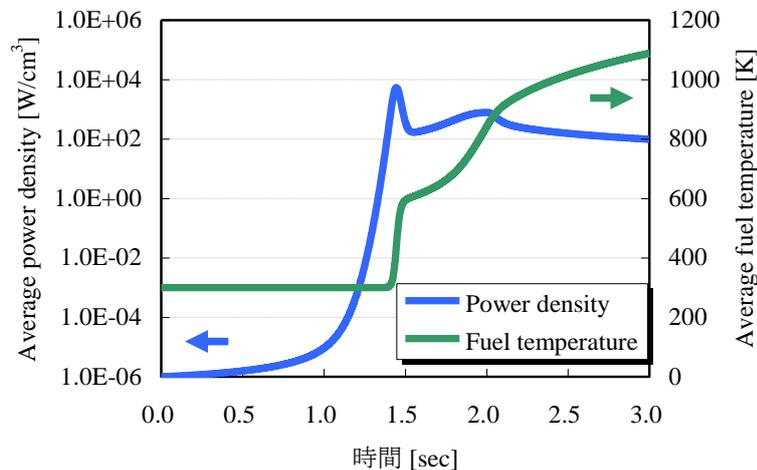


Fig. D.2.2.2 自作コードでの LRA ベンチマーク問題の解析結果

Fig. D.2.2.2 の計算結果の中から本ベンチマーク問題の中で重要となるパラメータを抽出し、既存の動特性計算コードである TWOD-II、QUANDRY、SKETCH-N コードでの計算結果と自作コードでの計算結果を比較した。その結果を Table D.2.2.4 に示す[2, 3, 5]。

Table D.2.2.4 既存コード及び自作コードでの LRA ベンチマーク問題の解析結果[2, 3, 5]

Code	TWOD-II	QUANDRY	SKETCH-N	自作
Mesh structure	22×22	11×11	22×22	165×165
Eigenvalue	0.99636	0.99641	0.99638	0.99632
Number of time step	2600	1000	2098	30000
Time of the first peak [sec]	1.438	1.435	1.439	1.445
Average power density at first peak [W/cm³]	5411	5473	5481	5410
Average power density at the 1st peak [W/cm³]	784	797	801	792
Average power density at the 2nd peak [W/cm³]	96	98	99	98
Average fuel temperature at $t = 3 \text{ sec}$ [K]	1087	1108	1099	1089
Maximum fuel temperature at $t = 3 \text{ sec}$ [K]	2948	3029	2986	2946

Table D.2.2.4 に示す通り、自作コードでの計算結果は既存の動特性計算コードと概ね良好な精度で一致している。以上の結果から、自作コードは適切にコーディングされていると判断した。

### D.3 拡散計算と輸送計算の差異

#### D.3.1. TWIGL ベンチマーク問題における拡散計算と輸送計算の差異

TWIGL ベンチマーク問題において、拡散計算と輸送計算(Characteristics 法)の差異を比較した。ただし検証体系は輸送計算で零中性子束境界条件を用いることができないことから、Fig. D.3.1.1 に示す時間依存輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題を用いた。

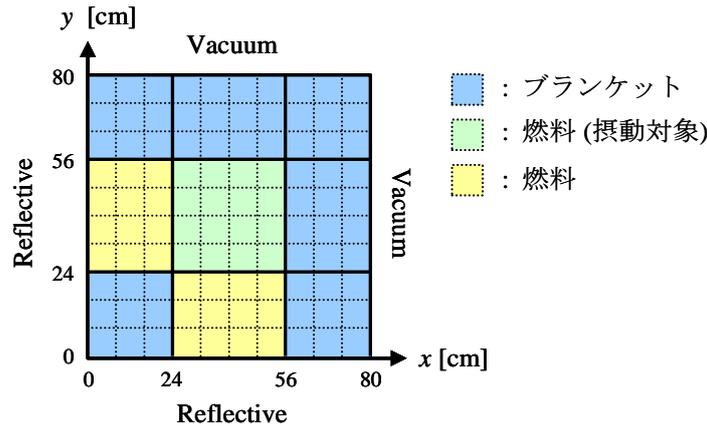


Fig. D.3.1.1 時間依存輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題 [6]

本検証に用いる使用核定数は Table D.3.1.1 に示す通りである。なお、拡散計算では除去断面積を使用するため、自群散乱を陽には取り扱わない。

Table D.3.1.1 輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数

群	$D$ [cm]	$\Sigma_{tr,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{a,g}$ [1/cm]	$\nu\Sigma_{f,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 1}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 2}$ [1/cm]	$\chi$	
燃料	1	1.4	0.23810	0.10000	0.00700	0.21810	0.01000	1.0
	2	0.4	0.83333	0.15000	0.20000	0.00000	0.68333	0.0
ブラン ケット	1	1.3	0.25641	0.00800	0.00300	0.23841	0.01000	1.0
	2	0.5	0.66667	0.05000	0.06000	0.00000	0.61667	0.0
	$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]			
	2.43	1.0E+07	2.0E+05	0.0075	0.08			

炉心への反応度投入方法には(D.3.1.1)、(D.3.1.2)式に示すようにステップ状摂動とランプ状摂動の2種類があり、両者共に摂動領域燃料の2群の巨視的吸収断面積に摂動を与える。これは輸送計算、拡散計算共に同様の摂動条件を与える。

$$\text{ステップ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \Sigma_{a,2}(0) - 0.0035 \quad (t > 0.0\text{sec}) \quad (\text{D.3.1.1})$$

$$\text{ランプ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.11667t) & (t \leq 0.2\text{sec}) \\ 0.976666\Sigma_{a,2}(0) & (t > 0.2\text{sec}) \end{cases} \quad (\text{D.3.1.2})$$

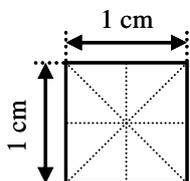
以上の条件の下、Table D.3.1.2、D.3.1.3、Fig. D.3.1.2 に示す条件で動特性計算を実施した。

Table D.3.1.2 Characteristics 法での動特性計算条件

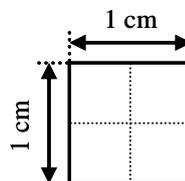
パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. D.3.1.2(a)参照)
収束判定条件	$k_{eff}: 10^{-8}$ , flux: $10^{-8}$
角度中性子束時間微分項の取り扱い	Straightforward 法
時間積分法	完全陰解法
タイムステップ幅	$\Delta t = 1$ msec

Table D.3.1.3 拡散計算での動特性計算条件

パラメータ	計算条件
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. E.3.1.2(b)参照)
収束判定条件	$k_{eff}: 10^{-8}$ , flux: $10^{-8}$
時間積分法	完全陰解法
タイムステップ幅	$\Delta t = 1$ msec
真空境界の取り扱い	外挿距離: $\frac{0.7104}{\Sigma_{tr,g}}$



(a) Characteristics 法でのメッシュ構造



(b) 拡散計算でのメッシュ構造

Fig. D.3.1.2 セルの幾何形状

以上の条件の下、まずは断面積摂動前と摂動後の両方について固有値計算を実施し、断面積摂動時の投入反応度を求めた。その結果として Table D.3.1.4 に断面積摂動前後の実効増倍率と投入反応度を示す。

Table D.3.1.4 断面積摂動前後の実効増倍率と投入反応度

	拡散計算	Characteristics 法
実効増倍率 (摂動前)	0.91553	0.91598
実効増倍率 (摂動後)	0.91908	0.91954
投入反応度 [ $\Delta k/k$ ]	0.00422	0.00423
投入反応度 [ $\beta$ ]	0.562	0.564

Table D.3.1.4 に示すように、拡散計算では摂動前の実効増倍率を過小評価する傾向にあり、投入反応度も過小評価する傾向にある。これは、拡散計算が角度中性子束の角度分布を球面調和関数の 1

次の項までで近似していることにより、中性子の漏洩が過大評価されるためであると考えられる。

以上の通り、拡散計算では投入反応度が過小評価されるため、全中性子束の時間発展を計算しても、Characteristics 法に比べ全中性子束の時間発展を過小評価することとなる。Fig. D.3.1.3 には、ステップ状摂動条件及びランプ状摂動条件において、Characteristics 法及び拡散計算を用いて動特性計算を実施した時の炉心出力の計算結果を示す。なお、Fig. D.3.1.3 中の相対差異は Characteristics 法での炉心出力の計算結果を参照解として、Characteristics 法と拡散計算との炉心出力に関する相対差異を算出している。

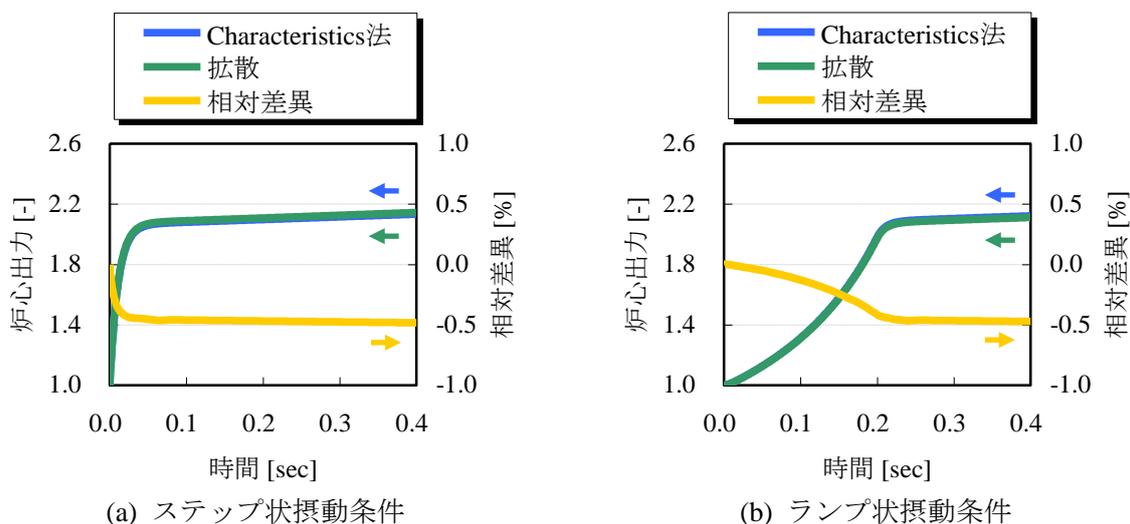


Fig. D.3.1.3 輸送計算陽 TWIGL ベンチマーク問題の解析結果

$$\text{Relative difference} = \frac{P^{\text{diffusion}} - P^{\text{MOC}}}{P^{\text{MOC}}} \times 100 \quad [\%] \quad (\text{D.3.1.3})$$

Fig. D.3.1.3 に示すように、拡散計算と輸送計算の炉心出力に関する差異は(D.3.1.3)式を用いて計算していることから、拡散計算は輸送計算に比べ炉心出力を過小評価していることが分かる。この傾向は拡散計算の方が投入反応度を過小評価している事実とも一致する。ただし両者の計算結果は比較的良く一致しており、TWIGL ベンチマーク問題で想定される過渡については、拡散計算でも十分妥当な計算結果を得られると言える。次項では、より投入反応度が大きい LRA ベンチマーク問題での拡散計算と輸送計算の差異について言及する。

### D.3.2. LRA ベンチマーク問題における拡散計算の輸送計算の差異

本項では LRA ベンチマーク問題において比較を実施した拡散計算と輸送計算(Characteristics 法)の差異について示す。ただし検証体系は輸送計算で零中性子束境界条件を用いることができないことから、Fig. D.3.2.1 に示す時間依存輸送計算用の LRA ベンチマーク問題を検証に用いた。

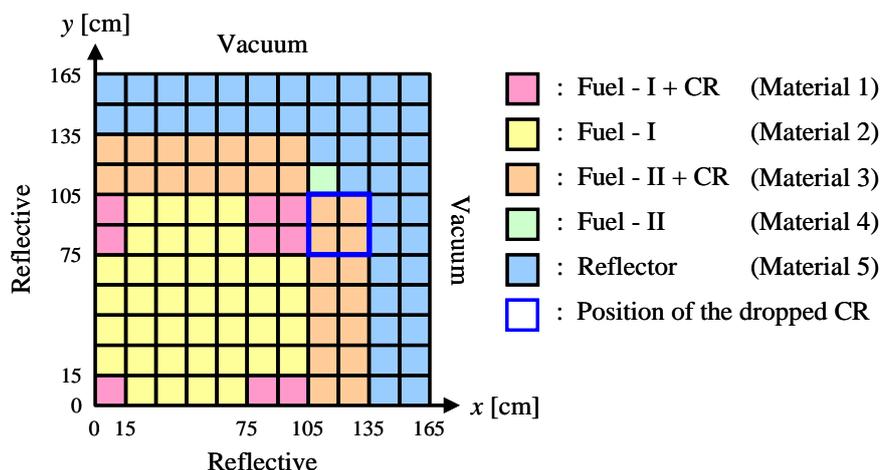


Fig. D.3.2.1 輸送計算用 LRA ベンチマーク問題 計算体系

本検証で用いた各種燃料の各種反応断面積は Table D.3.2.1 に示す通りである。

Table E.3.2.1 本検証計算で用いた各種断面積

Material	Group	$D$	$\Sigma_{tr}$	$\Sigma_a$	$\nu\Sigma_f$	$\Sigma_{s,g\rightarrow 1}$	$\Sigma_{s,g\rightarrow 2}$
		[cm]	[1/cm]	[1/cm]	[1/cm]	[1/cm]	[1/cm]
1	1	1.2550	0.265604	0.008252	0.004602	0.232022	0.025330
	2	0.2110	1.579779	0.100300	0.109100	0.000000	1.479479
2	1	1.2680	0.262881	0.007181	0.004609	0.228030	0.027670
	2	0.1902	1.752541	0.070470	0.086750	0.000000	1.682071
3	1	1.2590	0.264760	0.008002	0.004663	0.230588	0.026170
	2	0.2091	1.594134	0.083440	0.102100	0.000000	1.510694
4	1	1.2590	0.264760	0.008002	0.004663	0.230588	0.026170
	2	0.2091	1.594134	0.073324	0.102100	0.000000	1.520810
5	1	1.2570	0.265182	0.000603	0.000000	0.217039	0.047540
	2	0.1592	2.093802	0.019110	0.000000	0.000000	2.074692
		$B^2$ [1/cm <sup>2</sup> ]	$\chi_1$	$\chi_2$	$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]
		$10^{-4}$ (for both energy group)	1.0	0.0	2.43	$3.0\times 10^7$	$3.0\times 10^5$

遅発中性子先行核群は 2 群であり、Table D.3.2.2 に示すものを用いた。

Table D.3.2.2 遅発中性子先行核定数 [2]

Family	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]
1	0.0054	0.0654
2	0.001087	1.35

また、LRA ベンチマーク問題で考慮するフィードバックは(D.3.2.1)、(D.3.2.2)式で与えられる[2]。

$$\Sigma_{a,1}(t) = \Sigma_{a,1}(0) \left\{ 1 + \alpha_1 \left( \sqrt{T_{fuel}(t)} - \sqrt{T_{fuel}(0)} \right) \right\}, \quad \alpha_1 = 3.034 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1/2} \quad (\text{D.3.2.1})$$

$$\frac{\partial T_{fuel}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \alpha_2 \sum_g \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t), \quad \alpha_2 = 3.83 \times 10^{-11} \text{ Kcm}^3/\text{fission} \quad (\text{D.3.2.2})$$

過渡計算の初期値は以下の通りであり、炉心の出力密度は(D.3.2.3)式で計算される。ただし、 $V_{fuel}$ は燃料部分の体積であり、反射体の体積は含まない。

初期炉心平均出力密度 :  $10^{-6} \text{ W/cm}^3$  at  $t = 0 \text{ sec}$

初期燃料温度 :  $300 \text{ K}$  at  $t = 0 \text{ sec}$

$$Power\ density = \frac{1}{V_{fuel}} \int_{V_{fuel}} \varepsilon \sum_g \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) d\vec{r}, \quad \varepsilon = 3.204 \times 10^{-11} \text{ J/fission} \quad (D.3.2.3)$$

以上の条件の下、過渡計算の摂動は(D.3.2.4)式に従って与えられる。この摂動により体系への投入反応度はドル単位の反応度で1\$を超え、即発臨界状態となる。

$$\Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.0606184t) & (t \leq 2 \text{ sec}) \\ 0.8787631 \Sigma_{a,2}(0) & (t > 2 \text{ sec}) \end{cases} \quad (D.3.2.4)$$

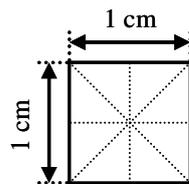
以上の条件の下、Table D.3.2.3、D.3.2.4、Fig. D.3.2.2 に示す計算条件で解析を実施した。

Table D.3.2.3 Characteristics 法での動特性計算条件

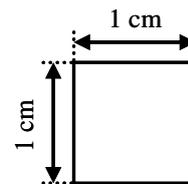
パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. D.3.2.2(a)参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$
角度中性子束時間微分項の取り扱い	Straightforward 法
時間積分法	完全陰解法
タイムステップ幅	$\Delta t = 1 \text{ msec}$

Table D.3.2.4 拡散計算での動特性計算条件

パラメータ	計算条件
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. E.3.2.2(b)参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$
時間積分法	完全陰解法
タイムステップ幅	$\Delta t = 1 \text{ msec}$
真空境界の取り扱い	外挿距離 : $\frac{0.7104}{\Sigma_{tr,g}}$



(a) Characteristics 法でのメッシュ構造



(b) 拡散計算でのメッシュ構造

Fig. D.3.2.2 セルの幾何形状

以上の条件の下、まずは断面積摂動前と摂動後の両方について固有値計算を実施し、断面積摂動時の投入反応度を求めた。その結果として Table D.3.2.5 に断面積摂動前後の実効増倍率と投入反応度の計算結果を示す。

Table D.3.2.5 断面積摂動前後の実効増倍率と投入反応度

	拡散計算	Characteristics 法
実効増倍率 (摂動前)	0.99633	0.99701
実効増倍率 (摂動後)	1.01532	1.01676
投入反応度 [ $\Delta k/k$ ]	0.01878	0.01948
投入反応度 [ $\beta$ ]	2.895	3.003

TWIGL ベンチマーク問題の解析時と同様、Table D.3.2.5 に示すように、拡散計算では摂動前の実効増倍率を過小評価する傾向にあり、投入反応度も過小評価する傾向にある。ゆえに、拡散理論に基づく動特性計算では全中性子束の時間発展を計算しても、Characteristics 法を用いた動特性計算に比べ全中性子束の時間発展を過小評価することとなる。Fig. D.3.2.3、D.3.2.4 には、本検証計算条件における Characteristics 法及び拡散計算での計算結果として炉心平均出力密度及び平均燃料温度を示す。また、Table D.3.2.6 には、本検証計算において重要となるパラメータの計算値を示す。

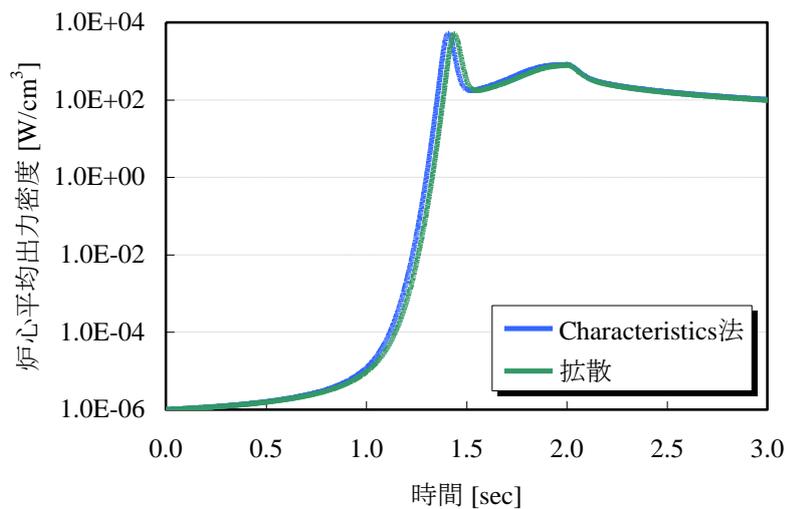


Fig. D.3.2.3 輸送計算用 LRA ベンチマーク問題における炉心平均出力密度の解析結果

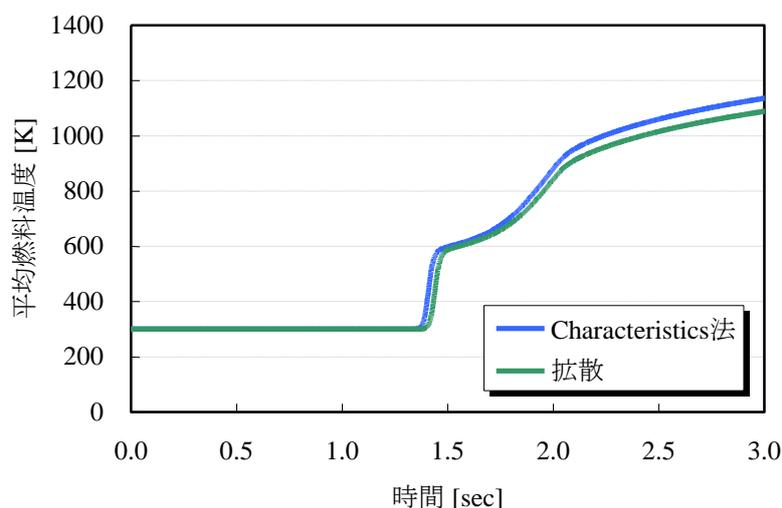


Fig. D.3.2.4 輸送計算用 LRA ベンチマーク問題における平均燃料温度の解析結果

Table D.3.2.6 LRA ベンチマーク問題において重要となるパラメータの解析結果

各種パラメータ	設定値／解析値	
	拡散計算	Characteristics 法
メッシュ構造	165×165	165×165×8
初期状態における $k_{eff}$ [-]	0.99633	0.99701
投入反応度 [\$]	2.895	3.003
タイムステップ数	3000 ( $\Delta t = 1$ msec)	
出力第 1 ピーク時刻 [sec]	1.439	1.408
出力第 2 ピーク時刻 [sec]	2.001	2.001
第 1 ピークの炉心平均出力密度 [ $W/cm^3$ ]	5075	5160
第 2 ピークの炉心平均出力密度 [ $W/cm^3$ ]	785	813
$t = 3$ sec における炉心平均出力密度 [ $W/cm^3$ ]	98	101
$t = 3$ sec における炉心平均燃料温度 [K]	1089	1136
$t = 3$ sec における最大燃料温度 [K]	2947	3551

Table D.3.2.6 に示すように、拡散計算では投入反応度が過小評価されているために、炉心出力の上昇が Characteristics 法を用いた動特性計算に比べ遅れ、ピーク時刻が遅れているのが確認できる。また、同様の理由から平均出力密度、平均燃料温度共に過小評価する傾向が見取れる。以上のように拡散計算では全体的に出力を過小評価した状態で燃料温度に関する時間積分を行なうため、最大燃料温度もまた大きく過小評価する傾向にある。特に最大燃料温度の過小評価は最大被覆管温度の過小評価に繋がるため、安全解析上評価すべき最大被覆管温度を安全側に評価するためには、大きな保守性を考慮すべきであると考えられる。また、この時考慮すべき保守性の大きさも定量的かつ妥当な値を設定する必要がある。一方、Characteristics 法を用いた動特性計算では、拡散近似の近似誤差に起因する解析モデルの不確定性を排除することができるため、考慮すべき保守性を低減しつつ、より信頼性及び説明性の高い結果を提供することができる可能性がある。

#### D.4 本章のまとめ

本章では、まず本研究の中で開発した拡散計算コードの検証計算結果を示し、自作コードと既存の動特性計算コードでの計算結果の比較を通じて、自作コードが適切にコーディングされているこ

とを確認した。また、既存コードとの整合性が取れている拡散計算コードと本研究で開発した Characteristics 法を用いた動特性計算コードの解析結果を比較し、時間依存の拡散計算と時間依存の輸送計算の差異を見積もった。検証計算では両者共に TWIGL ベンチマーク問題、LRA ベンチマーク問題の解析を実施し、TWIGL ベンチマーク問題、LRA ベンチマーク問題共に拡散計算では投入反応度が過小評価される事例を確認した。また、投入反応度を過小評価することにより炉心出力の上昇幅も過小評価される事例を確認した。本検証計算では TWIGL ベンチマーク問題で想定されるような緩やかな過渡については拡散計算でも十分な精度が得られることが確認でき、LRA ベンチマーク問題のように断面積のフィードバックを取り扱うべき急峻な過渡については解析モデルの違いにより、拡散計算と輸送計算では燃料温度について比較的大きな差異が発生し得る可能性があることを示した。

## D.5 参考文献

- [1] L. A. Hageman and J. B. Yasinsky, "Comparison of alternating direction time differencing method with other implicit method for the solution of the neutron group diffusion equations," Nucl. Sci. Eng. 38 (1969), pp. 8-32.
- [2] T. M. Sutton and B. N. Aviles, "Diffusion theory methods for spatial kinetics calculation," Prog. Nucl. Energy 30 (1996), pp. 119-182.
- [3] K. S. Smith, "An Analytic Nodal Method for Solving the Two-Group, Multidimensional, Static and Transient Neutron Diffusion Equation," Master Thesis, pp. A4-8-12 (1979).
- [4] Argonne Code Center, Benchmark Problem Book, ANS-7416, Suppl.2 (1977)..
- [5] V. G. Zimin and H. Ninokata, "Nodal neutron kinetics model based on nonlinear iteration procedure for LWR analysis," J. Nucl. Sci. Technol. 25 (2003), pp. 507-528.
- [6] J. B. Taylor, "The development of a three-dimensional nuclear reactor kinetics methodology based on the method of characteristics," Ph.D. Thesis in Nuclear Engineering, Pennsylvania State University (2007).

## E. 各種ベンチマーク問題における解析結果

### E.1 本章の概要

本研究では Characteristics 法を用いた動特性計算に焦点を当て、各種ベンチマーク問題の解析を実施した。しかし、現段階では Characteristics 法を用いた動特性計算コードは比較的少なく、従来炉心動特性計算コードの検証に広く用いられてきた TWIGL ベンチマーク問題及び LRA ベンチマーク問題を Characteristics 法で解いた事例も極めて少ない。これは、コード自体の検証を行なう上で大きな障害となっている。ゆえに、今後の動特性計算コードに関する研究開発及びその検証においては、時間依存の中性子輸送計算に対応した動特性計算コードの検証を行なうベンチマーク問題の詳細な解析条件とその解析結果がセットになった形で公開されている公開文献が非常に重要であると考えられる。ゆえに本章では、本研究で解析した TWIGL ベンチマーク問題、LRA ベンチマーク問題の解析条件と計算結果を示す。

### E.2 TWIGL ベンチマーク問題の解析結果

#### E.2.1. 等方近似法での計算結果

本項では、TWIGL ベンチマーク問題の等方近似法での解析結果を示す。まず計算体系は Fig. E.2.1.1 に示す時間依存輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題である。

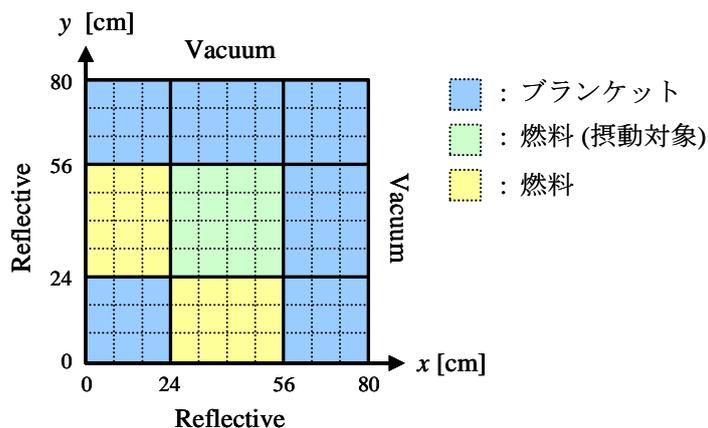


Fig. E.2.1.1 時間依存輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題 [1]

輸送計算用の TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数は Table E.2.1.1 に示す通りである。

Table E.2.1.1 輸送計算用 TWIGL ベンチマーク問題の使用核定数 [1]

群	$\Sigma_{tr,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{a,g}$ [1/cm]	$\nu\Sigma_{f,g}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 1}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 2}$ [1/cm]	$\chi$	
燃料	1	0.23810	0.10000	0.00700	0.21810	0.01000	1.0
	2	0.83333	0.15000	0.20000	0.00000	0.68333	0.0
ブランケット	1	0.25641	0.00800	0.00300	0.23841	0.01000	1.0
	2	0.66667	0.05000	0.06000	0.00000	0.61667	0.0
$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]			
2.43	1.0E+07	2.0E+05	0.0075	0.08			

炉心への反応度投入方法には(E.2.1.1)、(E.2.1.2)式に示すようにステップ状摂動とランプ状摂動の2種類があり、両者共に摂動領域燃料の2群の巨視的吸収断面積に摂動を与える[1]。

$$\text{ステップ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \Sigma_{a,2}(0) - 0.0035 \quad (t > 0.0\text{sec}) \quad (\text{E.2.1.1})$$

$$\text{ランプ状摂動} : \Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.11667t) & (t \leq 0.2\text{sec}) \\ 0.976666\Sigma_{a,2}(0) & (t > 0.2\text{sec}) \end{cases} \quad (\text{E.2.1.2})$$

以上の条件の下、本研究では Table E.2.1.1、Fig. E.2.1.2 に示す計算条件で解析を実施した。

Table E.2.1.1 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic qyadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt qyadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. E.2.1.2 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
角度中性子束時間微分項の取り扱い	等方近似法
時間積分法	完全陰解法 (遅発中性子先行核も同様)
タイムステップ幅	$\Delta t = 1 \text{ msec}$

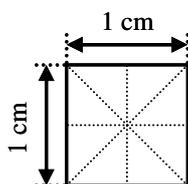


Fig. E.2.1.2 セル及び Flat flux region の幾何形状

以上の計算条件における TWIGL ベンチマーク問題の解析結果を Table E.2.1.2 に示す。ただし、Table E.2.1.2 には、紙面の都合上、10 msec 毎の炉心出力を示す。また、Table E.2.1.2 に示す炉心出力は初期の炉心出力を 1 に規格化している。なお、Table E.2.1.2 において Step はステップ状摂動条件、Ramp はランプ状摂動条件における解析結果であることを示す。

Table E.2.1.2  $\Delta t = 1$  msec における TWIGL ベンチマーク問題解析結果

Time [sec]	Core power [-]		Time [sec]	Core power [-]	
	Step	Ramp		Step	Ramp
0.00	1.000	1.000			
0.01	1.647	1.015	0.21	2.109	2.046
0.02	1.904	1.039	0.22	2.111	2.073
0.03	2.009	1.066	0.23	2.113	2.085
0.04	2.051	1.096	0.24	2.115	2.090
0.05	2.070	1.126	0.25	2.117	2.094
0.06	2.078	1.159	0.26	2.118	2.096
0.07	2.083	1.194	0.27	2.120	2.098
0.08	2.085	1.231	0.28	2.122	2.100
0.09	2.088	1.271	0.29	2.124	2.102
0.10	2.090	1.313	0.30	2.126	2.104
0.11	2.091	1.359	0.31	2.128	2.106
0.12	2.093	1.408	0.32	2.129	2.107
0.13	2.095	1.461	0.33	2.131	2.109
0.14	2.097	1.517	0.34	2.133	2.111
0.15	2.099	1.579	0.35	2.135	2.113
0.16	2.100	1.646	0.36	2.137	2.115
0.17	2.102	1.719	0.37	2.138	2.116
0.18	2.104	1.799	0.38	2.140	2.118
0.19	2.106	1.886	0.39	2.142	2.120
0.20	2.108	1.983	0.40	2.144	2.122

(Initial  $k_{eff} = 0.91597587$ )

## E.2.2. On-flight 法での計算結果

本項では、On-flight 法での TWIGL ベンチマーク問題の解析結果を示す。ベンチマーク問題の問題設定は E.2.1 項と同じであり、計算条件は Table E.2.2.1 に示す通りである。

Table E.2.2.1 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic quadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt quadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. E.2.1.2 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
角度中性子束時間 微分項の取り扱い	1 次の On-flight 法
時間積分法	完全陰解法 (遅発中性子先行核も同様)
タイムステップ幅	$\Delta t = 1$ msec

以上の計算条件における 1 次の On-flight 法の計算結果を Table E.2.2.2 に示す。ただし、Table E.2.2.2 には、紙面の都合上、10 msec 毎の炉心出力を示す。また、Table E.2.2.2 に示す炉心出力は初期の炉心出力を 1 に規格化している。なお、Table E.2.2.2 において、Step はステップ状摂動条件、Ramp はランプ状摂動条件における解析結果であることを示す。

Table E.2.2.2  $\Delta t = 1$  msec における TWIGL ベンチマーク問題解析結果

Time [sec]	Core power [-]		Time [sec]	Core power [-]	
	Step	Ramp		Step	Ramp
0.00	1.000	1.000			
0.01	1.647	1.015	0.21	2.109	2.046
0.02	1.904	1.039	0.22	2.111	2.073
0.03	2.009	1.066	0.23	2.113	2.085
0.04	2.052	1.096	0.24	2.115	2.090
0.05	2.070	1.126	0.25	2.117	2.094
0.06	2.078	1.159	0.26	2.118	2.096
0.07	2.083	1.194	0.27	2.120	2.098
0.08	2.085	1.231	0.28	2.122	2.100
0.09	2.088	1.271	0.29	2.124	2.102
0.10	2.090	1.313	0.30	2.126	2.104
0.11	2.091	1.359	0.31	2.128	2.106
0.12	2.093	1.408	0.32	2.129	2.107
0.13	2.095	1.461	0.33	2.131	2.109
0.14	2.097	1.517	0.34	2.133	2.111
0.15	2.099	1.579	0.35	2.135	2.113
0.16	2.100	1.646	0.36	2.137	2.115
0.17	2.102	1.719	0.37	2.138	2.116
0.18	2.104	1.799	0.38	2.140	2.118
0.19	2.106	1.886	0.39	2.142	2.120
0.20	2.108	1.983	0.40	2.144	2.122

(Initial  $k_{eff} = 0.91597587$ )

## E.2.3. Straightforward 法での計算結果

本項では、Straightforward 法での TWIGL ベンチマーク問題の解析結果を示す。ベンチマーク問題の問題設定は E.2.1 項と同じであり、計算条件は Table E.2.3.1 に示す通りである。

Table E.2.3.1 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic qyadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt qyadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm×1 cm (Fig. E.2.1.2 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-8}$
角度中性子束時間 微分項の取り扱い	Straightfoward 法
時間積分法	完全陰解法 (遅発中性子先行核も同様)
タイムステップ幅	$\Delta t = 0.1, 1$ msec

以上の計算条件における Straightforward 法の計算結果を Table E.2.3.2、E.2.3.3 に示す。ただし、Table E.2.3.2、E.2.3.3 には、紙面の都合上、10 msec 毎の炉心出力を示す。また、Table E.2.3.2、E.2.3.3 に示す炉心出力は初期の炉心出力を 1 に規格化している。なお、Table E.2.3.2、E.2.3.3 において、Step はステップ状摂動条件、Ramp はランプ状摂動条件における解析結果であることを示す。なお、両者共に初期状態における体系の実効増倍率は  $k_{eff} = 0.91597587$  である。

Table E.2.3.2  $\Delta t = 0.1$  msec における TWIGL ベンチマーク問題解析結果

Time [sec]	Core power [-]		Time [sec]	Core power [-]	
	Step	Ramp		Step	Ramp
0.00	1.000	1.000			
0.01	1.663	1.014	0.21	2.109	2.048
0.02	1.917	1.039	0.22	2.111	2.074
0.03	2.016	1.066	0.23	2.113	2.085
0.04	2.055	1.095	0.24	2.115	2.091
0.05	2.072	1.126	0.25	2.117	2.094
0.06	2.079	1.159	0.26	2.118	2.096
0.07	2.083	1.194	0.27	2.120	2.098
0.08	2.086	1.231	0.28	2.122	2.100
0.09	2.088	1.271	0.29	2.124	2.102
0.10	2.090	1.313	0.30	2.126	2.104
0.11	2.091	1.359	0.31	2.128	2.105
0.12	2.093	1.408	0.32	2.129	2.107
0.13	2.095	1.460	0.33	2.131	2.109
0.14	2.097	1.517	0.34	2.133	2.111
0.15	2.099	1.579	0.35	2.135	2.113
0.16	2.100	1.646	0.36	2.137	2.114
0.17	2.102	1.719	0.37	2.138	2.116
0.18	2.104	1.798	0.38	2.140	2.118
0.19	2.106	1.886	0.39	2.142	2.120
0.20	2.108	1.983	0.40	2.144	2.122

Table E.2.3.3  $\Delta t = 1$  msec における TWIGL ベンチマーク問題解析結果

Time [sec]	Core power [-]		Time [sec]	Core power [-]	
	Step	Ramp		Step	Ramp
0.00	1.000	1.000			
0.01	1.647	1.015	0.21	2.109	2.046
0.02	1.904	1.039	0.22	2.111	2.073
0.03	2.009	1.066	0.23	2.113	2.085
0.04	2.052	1.096	0.24	2.115	2.090
0.05	2.070	1.126	0.25	2.117	2.094
0.06	2.078	1.159	0.26	2.118	2.096
0.07	2.083	1.194	0.27	2.120	2.098
0.08	2.085	1.231	0.28	2.122	2.100
0.09	2.088	1.271	0.29	2.124	2.102
0.10	2.090	1.313	0.30	2.126	2.104
0.11	2.091	1.359	0.31	2.128	2.106
0.12	2.093	1.408	0.32	2.129	2.107
0.13	2.095	1.461	0.33	2.131	2.109
0.14	2.097	1.517	0.34	2.133	2.111
0.15	2.099	1.579	0.35	2.135	2.113
0.16	2.100	1.646	0.36	2.137	2.115
0.17	2.102	1.719	0.37	2.138	2.116
0.18	2.104	1.799	0.38	2.140	2.118
0.19	2.106	1.886	0.39	2.142	2.120
0.20	2.108	1.983	0.40	2.144	2.122

以上が各手法における TWIGL ベンチマーク問題の解析結果である。次節では、LRA ベンチマーク問題の解析結果について示す。

### E.3 LRA ベンチマーク問題の解析結果

#### E.3.1. 等方近似法での計算結果

本項では、等方近似法を用いて計算した二次元体系における LRA ベンチマーク問題の解析結果を示す。ただし、LRA ベンチマーク問題は元々拡散計算を対象としているベンチマーク問題であるため、本研究では時間依存の輸送計算用に計算条件を一部アレンジしている。(自群散乱の考慮及び境界条件)

まず Fig. E.3.1.1 に輸送計算用の LRA ベンチマーク問題の計算体系を示す。

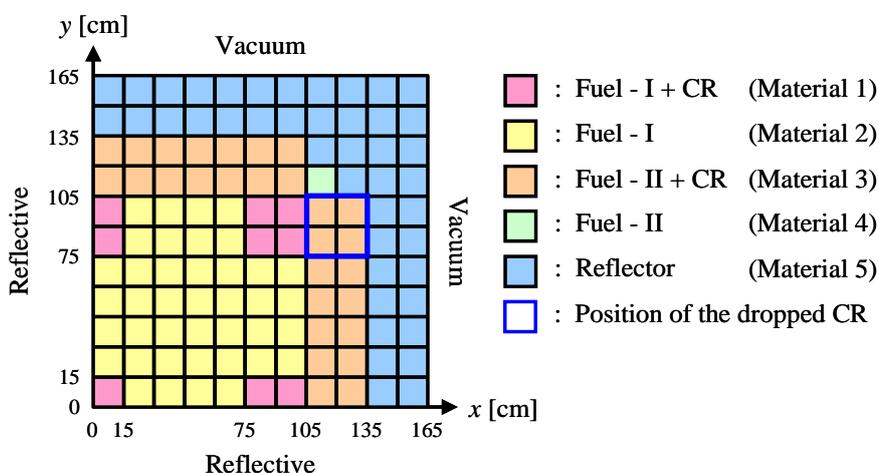


Fig. E.3.1.1 輸送計算用 LRA ベンチマーク問題 計算体系

本研究で用いた各種燃料の各種反応断面積は Table E.3.1.1 に示す通りである。

Table E.3.1.1 本検証計算で用いた各種断面積

Material	Group	$D$ [cm]	$\Sigma_{tr}$ [1/cm]	$\Sigma_a$ [1/cm]	$\nu\Sigma_f$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 1}$ [1/cm]	$\Sigma_{s,g\rightarrow 2}$ [1/cm]
1	1	1.2550	0.265604	0.008252	0.004602	0.232022	0.025330
	2	0.2110	1.579779	0.100300	0.109100	0.000000	1.479479
2	1	1.2680	0.262881	0.007181	0.004609	0.228030	0.027670
	2	0.1902	1.752541	0.070470	0.086750	0.000000	1.682071
3	1	1.2590	0.264760	0.008002	0.004663	0.230588	0.026170
	2	0.2091	1.594134	0.083440	0.102100	0.000000	1.510694
4	1	1.2590	0.264760	0.008002	0.004663	0.230588	0.026170
	2	0.2091	1.594134	0.073324	0.102100	0.000000	1.520810
5	1	1.2570	0.265182	0.000603	0.000000	0.217039	0.047540
	2	0.1592	2.093802	0.019110	0.000000	0.000000	2.074692
		$B^2$ [1/cm <sup>2</sup> ]	$\chi_1$	$\chi_2$	$\nu$	$\nu_1$ [cm/sec]	$\nu_2$ [cm/sec]
		$10^{-4}$ (for both energy group)	1.0	0.0	2.43	$3.0 \times 10^7$	$3.0 \times 10^5$

また、遅発中性子先行核群は2群であり、Table E.3.1.2 に示すものが用いられる。

Table E.3.1.2 遅発中性子先行核定数 [2]

Family	$\beta$ [-]	$\lambda$ [1/sec]
1	0.0054	0.0654
2	0.001087	1.35

また、LRA ベンチマーク問題では簡易なフィードバックではあるが、ドップラー効果を考慮した上で過渡計算を行う必要がある。フィードバックは(E.3.1.1)、(E.3.1.2)式で与えられる[2]。

$$\Sigma_{a,1}(t) = \Sigma_{a,1}(0) \left\{ 1 + \alpha_1 \left( \sqrt{T_{fuel}(t)} - \sqrt{T_{fuel}(0)} \right) \right\}, \quad \alpha_1 = 3.034 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1/2} \quad (\text{E.3.1.1})$$

$$\frac{\partial T_{fuel}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \alpha_2 \sum_g \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t), \quad \alpha_2 = 3.83 \times 10^{-11} \text{ Kcm}^3/\text{fission} \quad (\text{E.3.1.2})$$

過渡計算の初期値は以下の通りであり、炉心の出力密度は(E.3.1.3)式で計算される。ただし、 $V_{fuel}$  は燃料部分の体積であり、反射体の体積は含まない。

初期炉心平均出力密度 :  $10^{-6} \text{ W/cm}^3$  at  $t = 0 \text{ sec}$

初期燃料温度 :  $300 \text{ K}$  at  $t = 0 \text{ sec}$

$$\text{Power density} = \frac{1}{V_{fuel}} \int_{V_{fuel}} \epsilon \sum_g \Sigma_{f,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) d\vec{r}, \quad \epsilon = 3.204 \times 10^{-11} \text{ J/fission} \quad (\text{E.3.1.3})$$

以上の条件の下、過渡計算の摂動は(E.3.1.4)式に従って与えられる。この摂動により体系への投入反応度はドル単位の反応度で1\$を超え、即発臨界状態となる。

$$\Sigma_{a,2}(t) = \begin{cases} \Sigma_{a,2}(0)(1 - 0.0606184t) & (t \leq 2 \text{ sec}) \\ 0.8787631 \Sigma_{a,2}(0) & (t > 2 \text{ sec}) \end{cases} \quad (\text{E.3.1.4})$$

以上の条件の下、Table E.3.1.3、Fig. E.3.1.2 に示す計算条件で解析を実施した。

Table E.3.1.3 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic qyadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt qyadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. E.3.1.3 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$
タイムステップ幅	$\Delta t = 1 \text{ msec}$
時間積分	完全陰解法 (遅発中性子先行核も同様)
角度中性子束時間微分項の取り扱い	等方近似法

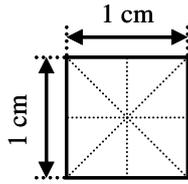


Fig. E.3.1.3 セル及び Flat flux region の幾何形状

以上の解析条件における LRA ベンチマーク問題の解析結果を Table E.3.1.4, E.3.1.5 に示す。ただし、紙面の都合上、Table E.3.1.4 には 50 msec 毎の炉心平均出力密度及び平均燃料温度を示す。

Table E.3.1.4 等方近似法での LRA ベンチマーク問題の解析結果

Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]	Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]	Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]
0.00	1.000E-06	300						
0.05	1.028E-06	300	1.05	2.357E-05	300	2.05	5.889E+02	923
0.10	1.063E-06	300	1.10	6.294E-05	300	2.10	3.834E+02	951
0.15	1.102E-06	300	1.15	2.661E-04	300	2.15	3.021E+02	972
0.20	1.146E-06	300	1.20	2.051E-03	300	2.20	2.614E+02	988
0.25	1.197E-06	300	1.25	3.175E-02	300	2.25	2.341E+02	1003
0.30	1.255E-06	300	1.30	1.046E+00	300	2.30	2.133E+02	1016
0.35	1.322E-06	300	1.35	7.573E+01	301	2.35	1.966E+02	1029
0.40	1.401E-06	300	1.40	4.489E+03	385	2.40	1.827E+02	1040
0.45	1.494E-06	300	1.45	8.538E+02	578	2.45	1.709E+02	1050
0.50	1.605E-06	300	1.50	1.849E+02	598	2.50	1.607E+02	1060
0.55	1.740E-06	300	1.55	1.847E+02	609	2.55	1.517E+02	1070
0.60	1.907E-06	300	1.60	2.172E+02	621	2.60	1.437E+02	1078
0.65	2.119E-06	300	1.65	2.659E+02	635	2.65	1.365E+02	1087
0.70	2.395E-06	300	1.70	3.361E+02	653	2.70	1.300E+02	1095
0.75	2.765E-06	300	1.75	4.334E+02	676	2.75	1.242E+02	1102
0.80	3.286E-06	300	1.80	5.541E+02	706	2.80	1.189E+02	1110
0.85	4.061E-06	300	1.85	6.737E+02	742	2.85	1.140E+02	1117
0.90	5.303E-06	300	1.90	7.569E+02	786	2.90	1.095E+02	1123
0.95	7.511E-06	300	1.95	7.948E+02	832	2.95	1.053E+02	1130
1.00	1.205E-05	300	2.00	8.126E+02	880	3.00	1.015E+02	1136

Table E.3.1.5 LRA ベンチマーク問題において重要となるパラメータの解析結果

各種パラメータ	設定値／解析値
メッシュ構造	165×165×8
初期状態における $k_{eff}$	0.99701
タイムステップ数	3000 ( $\Delta t = 1$ msec)
出力第 1 ピーク時刻 [sec]	1.409
出力第 2 ピーク時刻 [sec]	2.001
第 1 ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	5161
第 2 ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	813
$t = 3$ sec における炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	101
$t = 3$ sec における炉心平均燃料温度 [K]	1136
$t = 3$ sec における最大燃料温度 [K]	3551

### E.3.2. On-flight 法での計算結果

本項では、On-flight 法での LRA ベンチマーク問題の解析結果を示す。ベンチマーク問題の問題設定は E.3.1 項と同じであり、計算条件は Table E.3.2.1 に示す通りである。

Table E.3.2.1 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic qyadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt qyadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm $\times$ 1 cm (Fig. E.3.1.3 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$
タイムステップ幅	$\Delta t = 1$ msec
時間積分	完全陰解法 (遅発中性子先行核も同様)
角度中性子束時間	
微分項の取り扱い	1 次の On-flight 法

以上の解析条件における LRA ベンチマーク問題の解析結果を Table E.3.2.2、E.3.2.3 に示す。ただし、紙面の都合上、Table E.3.2.2 には 50 msec 毎の炉心平均出力密度及び平均燃料温度を示す。

Table E.3.2.2 1 次の On-flight 法での LRA ベンチマーク問題の解析結果

Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]	Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]	Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]
0.00	1.000E-06	300						
0.05	1.028E-06	300	1.05	2.358E-05	300	2.05	5.888E+02	923
0.10	1.063E-06	300	1.10	6.296E-05	300	2.10	3.834E+02	951
0.15	1.102E-06	300	1.15	2.662E-04	300	2.15	3.021E+02	972
0.20	1.146E-06	300	1.20	2.053E-03	300	2.20	2.614E+02	988
0.25	1.197E-06	300	1.25	3.180E-02	300	2.25	2.341E+02	1003
0.30	1.255E-06	300	1.30	1.048E+00	300	2.30	2.133E+02	1016
0.35	1.322E-06	300	1.35	7.599E+01	301	2.35	1.966E+02	1029
0.40	1.401E-06	300	1.40	4.496E+03	385	2.40	1.827E+02	1040
0.45	1.494E-06	300	1.45	8.514E+02	578	2.45	1.709E+02	1050
0.50	1.605E-06	300	1.50	1.848E+02	598	2.50	1.607E+02	1060
0.55	1.740E-06	300	1.55	1.848E+02	609	2.55	1.517E+02	1070
0.60	1.907E-06	300	1.60	2.173E+02	621	2.60	1.437E+02	1078
0.65	2.119E-06	300	1.65	2.659E+02	635	2.65	1.365E+02	1087
0.70	2.395E-06	300	1.70	3.362E+02	653	2.70	1.300E+02	1095
0.75	2.765E-06	300	1.75	4.336E+02	676	2.75	1.242E+02	1102
0.80	3.286E-06	300	1.80	5.543E+02	706	2.80	1.189E+02	1110
0.85	4.061E-06	300	1.85	6.738E+02	742	2.85	1.140E+02	1117
0.90	5.303E-06	300	1.90	7.569E+02	786	2.90	1.095E+02	1123
0.95	7.511E-06	300	1.95	7.947E+02	832	2.95	1.053E+02	1130
1.00	1.206E-05	300	2.00	8.126E+02	880	3.00	1.015E+02	1136

Table E.3.2.3 LRA ベンチマーク問題において重要となるパラメータの解析結果

各種パラメータ	設定値／解析値
メッシュ構造	165×165×8
初期状態における $k_{eff}$	0.99701
タイムステップ数	3000 ( $\Delta t = 1$ msec)
出力第 1 ピーク時刻 [sec]	1.408
出力第 2 ピーク時刻 [sec]	2.001
第 1 ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	5160
第 2 ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	813
$t = 3$ sec における炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	101
$t = 3$ sec における炉心平均燃料温度 [K]	1136
$t = 3$ sec における最大燃料温度 [K]	3551

### E.3.3. Straightforward 法での計算結果

本項では、Straightforward 法での LRA ベンチマーク問題の解析結果を示す。ベンチマーク問題の問題設定は E.3.1 項と同じであり、計算条件は Table E.3.3.1 に示す通りである。

Table E.3.3.1 計算条件

パラメータ	計算条件
方位角分割数	32 (for $2\pi$ using cyclic qyadrature set)
極角分割数	3 (for $\pi/2$ using TY-opt qyadrature set)
パス幅	0.04 cm
セルサイズ	1 cm × 1 cm (Fig. E.3.1.3 参照)
収束判定条件	$k_{eff} : 10^{-8}$ , flux : $10^{-7}$
タイムステップ幅	$\Delta t = 1$ msec
時間積分	完全陰解法 (遅発中性子先行核も同様)
角度中性子束時間	
微分項の取り扱い	Straightforward 法

以上の解析条件における LRA ベンチマーク問題の解析結果を Table E.3.3.2、E.3.3.3 に示す。ただし、紙面の都合上、Table E.3.3.2 には 50 msec 毎の炉心平均出力密度及び平均燃料温度を示す。

Table E.3.3.2 Straightforward 法での LRA ベンチマーク問題の解析結果

Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]	Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]	Time [sec]	Core-averaged power density [W/cm <sup>3</sup> ]	Average fuel temperature [K]
0.00	1.000E-06	300						
0.05	1.028E-06	300	1.05	2.358E-05	300	2.05	5.888E+02	923
0.10	1.063E-06	300	1.10	6.296E-05	300	2.10	3.834E+02	951
0.15	1.102E-06	300	1.15	2.662E-04	300	2.15	3.021E+02	972
0.20	1.146E-06	300	1.20	2.053E-03	300	2.20	2.614E+02	988
0.25	1.197E-06	300	1.25	3.180E-02	300	2.25	2.341E+02	1003
0.30	1.255E-06	300	1.30	1.048E+00	300	2.30	2.133E+02	1016
0.35	1.322E-06	300	1.35	7.600E+01	301	2.35	1.966E+02	1029
0.40	1.401E-06	300	1.40	4.496E+03	385	2.40	1.827E+02	1040
0.45	1.494E-06	300	1.45	8.514E+02	578	2.45	1.709E+02	1050
0.50	1.605E-06	300	1.50	1.848E+02	598	2.50	1.607E+02	1060
0.55	1.740E-06	300	1.55	1.848E+02	609	2.55	1.517E+02	1070
0.60	1.907E-06	300	1.60	2.173E+02	621	2.60	1.437E+02	1078
0.65	2.119E-06	300	1.65	2.659E+02	635	2.65	1.365E+02	1087
0.70	2.395E-06	300	1.70	3.362E+02	653	2.70	1.300E+02	1095
0.75	2.765E-06	300	1.75	4.336E+02	676	2.75	1.242E+02	1102
0.80	3.286E-06	300	1.80	5.542E+02	706	2.80	1.189E+02	1110
0.85	4.061E-06	300	1.85	6.738E+02	742	2.85	1.140E+02	1117
0.90	5.303E-06	300	1.90	7.569E+02	786	2.90	1.095E+02	1123
0.95	7.511E-06	300	1.95	7.947E+02	832	2.95	1.053E+02	1130
1.00	1.206E-05	300	2.00	8.126E+02	880	3.00	1.015E+02	1136

Table E.3.3.3 LRA ベンチマーク問題において重要となるパラメータの解析結果

各種パラメータ	設定値／解析値
メッシュ構造	165×165×8
初期状態における $k_{eff}$	0.99701
タイムステップ数	3000 ( $\Delta t = 1$ msec)
出力第 1 ピーク時刻 [sec]	1.408
出力第 2 ピーク時刻 [sec]	2.001
第 1 ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	5160
第 2 ピークの炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	813
$t = 3$ sec における炉心平均出力密度 [W/cm <sup>3</sup> ]	101
$t = 3$ sec における炉心平均燃料温度 [K]	1136
$t = 3$ sec における最大燃料温度 [K]	3551

#### E.4 本章のまとめ

本章では、TWIGL ベンチマーク問題及び LRA ベンチマーク問題について、等方近似法、1 次の On-flight 法、Straightforward 法での詳細な解析結果について示した。

#### E.5 参考文献

- [1] J. B. Taylor, "The development of a three-dimensional nuclear reactor kinetics methodology based on the method of characteristics," Ph.D. Thesis in Nuclear Engineering, Pennsylvania State University (2007).
- [2] T. M. Sutton and B. N. Aviles, "Diffusion theory methods for spatial kinetics calculation," *Prog. Nucl. Energy* 30 (1996), pp. 119-182.

## 公刊論文リスト

1. 辻田浩介, 遠藤知弘, 山本章夫, “拡張現実感を用いた炉心シミュレータの開発”, 日本原子力学会 秋の大会, 北九州国際会議場, 9月19日-22日, 2011, N13 (2011).
2. 辻田浩介, 遠藤知弘, 山本章夫, “時空座標系における特性曲線を用いた動特性解法”, 日本原子力学会 春の年会, 福井大学, 3月19日-21日, 2012, C28 (2012).
3. K. Tsujita, T. Endo and A. Yamamoto, “Kinetic Calculation Method in Space-Time Frame Using Characteristics Line,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **106**, pp. 743-746 (2012).
4. 辻田浩介, 遠藤知弘, 山本章夫, 上山洋平, 桐村一生, “中性子角度分布の時間依存性を厳密に考慮した動特性計算手法 (1) 計算理論”, 日本原子力学会 秋の大会, 広島大学, 9月19日-21日, 2012, Q41 (2012).
5. 辻田浩介, 遠藤知弘, 山本章夫, 上山洋平, 桐村一生, “中性子角度分布の時間依存性を厳密に考慮した動特性計算手法 (2) 検証計算”, 日本原子力学会 秋の大会, 広島大学, 9月19日-21日, 2012, Q42 (2012).
6. K. Tsujita, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kamiyama and K. Kirimura, "Higher order Treatment on Temporal Derivative of Angular Flux for Time-dependent MOC," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **107**, pp. 1101-1104 (2012).
7. 辻田浩介, 遠藤知弘, 山本章夫, “時間依存輸送方程式に対する Multigrid Amplitude Function 法の適用”, 日本原子力学会 春の大会, 近畿大学, 3月26日-28日, 2013, (2013).
8. K. Tsujita, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kamiyama and K. Kirimura, “Higher Order Treatment on Temporal Derivative of Angular Flux for Time-dependent MOC,” *Proc. Mathematics and Computational Methods Applied to Nuclear Science & Engineering (M&C 2013)*, Sun Valley, Idaho, USA, May 5-9 (2013). (submitted).
9. K. Tsujita, T. Endo and A. Yamamoto, “Application of the Multigrid Amplitude Function Method for Time-Dependent Transport Equation using MOC,” *Proc. Mathematics and Computational Method (M&C 2013)*, Sun Valley, Idaho, USA, May 5-9 (2013). (submitted).
10. K. Tsujita, T. Endo and A. Yamamoto, “Application of Augmented Reality for Nuclear Reactor Core Simulation,” *Nuclear Technology*. (submitted).