

修士論文

ラグ 1 自己共分散解析に基づく  
未臨界度絶対値測定手法の考案

名古屋大学大学院

工学研究科博士前期課程

総合エネルギー工学専攻

原子核エネルギー制御工学グループ

山本研究室

廣田 諒我

令和 8 年 2 月

**1. 緒言** 福島第一(1F)の燃料デブリ取り出し作業では、作業に伴う条件変化によって燃料デブリが臨界に近づく可能性があるため、どの程度臨界未満の安全な状態にあるのかを示す未臨界度 $-\rho$ の定量評価が重要である。これまでに、未臨界定常状態における核分裂連鎖反応に起因した中性子数のゆらぎ(炉雑音)に基づき、事前評価された一点炉動特性パラメータ(中性子生成時間 $\Lambda$ , 実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ )を利用して未臨界度を測定する手法が提案されてきた。しかし、一点炉動特性パラメータ評価には、体系の幾何形状や核種分布などの詳細情報を事前に把握する必要があり、内部状態に関する情報が乏しい 1F のような体系では、推定される未臨界度に大きな不確かさが伴うという課題があった。本研究では、炉雑音中の遅発中性子成分に注目することで、詳細な体系情報を必要とせず、炉雑音データのみから未臨界度の絶対値を測定可能な手法の開発を目的とした。さらに、極めて臨界に近い未臨界体系から深い未臨界体系および非増倍体系へ提案手法を適用し、その妥当性を広い反応度条件で確認した。

**2. 提案手法** 提案手法では、炉雑音中の遅発中性子成分を高感度で抽出するため、ラグ 1 自己共分散に基づく解析に注目した。ラグ 1 自己共分散 $R(T)$ は検出時間幅 $T$ で連続的に計数された中性子数 $C_n(T)$ に対して、ある計数 $C_n(T)$ とその直後(ラグ 1)の計数 $C_{n+1}(T)$ との共分散として定義される量である。ラグ 1 自己共分散解析では、その理論式を $R(T) = \sum_{j=1}^7 R_{\infty,j} (1 - e^{-\omega_j T})^2 \dots (1)$ のように表現できる。(1)式は遅発中性子成分( $j = 1-6$ )および即発中性子成分( $j = 7$ )に対応する指数関数的飽和関数の足し合わせとして表現でき、特に遅発中性子成分に対応する飽和値 $R_{\infty,j}$ が従来手法と比べて増幅されるため、遅発中性子成分を高感度で抽出可能である。さらに、(1)式はドル単位の未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ 、一点炉動特性パラメータの比 $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ および比例係数 $d$ のみを変数とする低次元化モデル式に帰着できるため、測定値に対して(1)式を最小二乗フィッティングすることで、未臨界度の推定が可能である。

**3. 適用結果** 広い反応度条件で提案手法の妥当性を確認するため、全 4 体系に対して本手法を適用した。対象体系は、未臨界が深い順に、ポリエチレン非増倍体系、京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)の炉停止状態、近畿大学原子炉(UTR-KINKI)の炉停止状態、さらに KUCA における極めて臨界に近い体系である。これらの体系で測定された炉雑音データに対して、それぞれラグ 1 自己共分散を解析した(図)。その結果、増倍体系では検出時間幅 $T > 10^{-2}$  sで、遅発中性子成分に起因する立ち上がりが確認されたのに対し、核燃料を含まないポリエチレン非増倍体系では、この変化は観察されなかった。さらに、増倍体系に対して、未臨界度を推定した結果、体系間の未臨界度の大小関係を整合的に捉えられていることを確認した。以上より、新たに考案したラグ 1 自己共分散解析によって、広い反応度条件で、炉雑音データのみから未臨界度絶対値を評価可能であることを実証した。

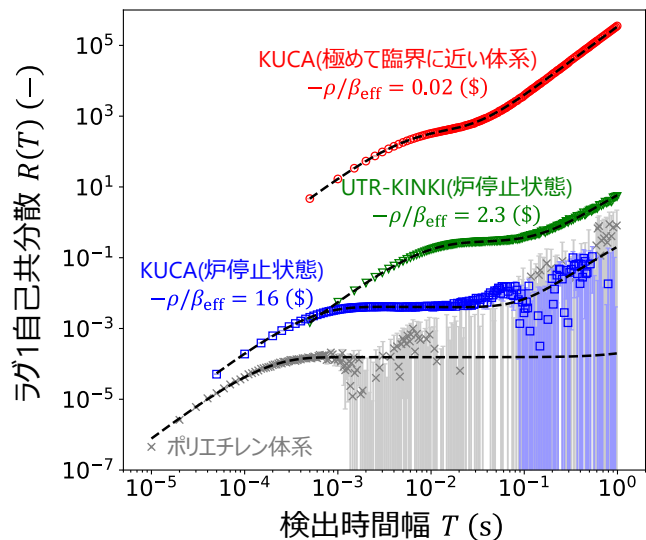


図 ラグ 1 自己共分散とフィッティング結果

# 目次

第1章	序論	5
1.1.	背景	5
1.2.	本研究の目的	7
1.3.	本論文の構成	8
1.4.	参考文献	9
第2章	炉雑音解析手法の理論	11
2.1.	本章の概要	11
2.2.	炉雑音解析の理論基盤	11
2.2.1.	一点炉動特性方程式	11
2.2.2.	1時点検出確率	14
2.2.3.	2時点検出確率	15
2.3.	従来の炉雑音解析手法	18
2.3.1.	Rossi- $\alpha$ 法	18
2.3.2.	自己相関法	19
2.3.3.	Feynman- $\alpha$ 法	20
2.4.	提案手法	21
2.4.1.	ラグ1自己共分散解析	22
2.4.2.	非線形最小二乗法による未臨界度推定	23
2.4.3.	Bayesian Monte Carloによる未臨界度推定	25
2.5.	本章のまとめ	27
2.6.	参考文献	27
第3章	近畿大学原子炉体系における提案手法の妥当性確認	30
3.1.	本章の概要	30
3.2.	近畿大学原子炉の基礎的な核特性評価	30
3.2.1.	近畿大学原子炉 UTR-KINKI の概要	30
3.2.2.	制御棒価値	31
3.3.	提案手法による未臨界度測定	34
3.3.1.	実験体系	34
3.3.2.	実験結果	35
3.3.3.	考察	38
3.4.	本章のまとめ	46
3.5.	参考文献	46
第4章	異なる体系条件に対する提案手法の適用	48

4.1.	本章の概要 .....	48
4.2.	Cf-252 表示付認証機器を用いた非増倍体系 .....	48
4.2.1.	実験体系.....	48
4.2.2.	実験結果.....	49
4.2.3.	考察 .....	50
4.3.	京都大学臨界集合体実験装置における深い未臨界体系.....	53
4.3.1.	実験体系.....	53
4.3.2.	実験結果.....	56
4.3.3.	考察 .....	58
4.4.	京都大学臨界集合体実験装置における極めて浅い未臨界体系.....	61
4.4.1.	実験体系.....	61
4.4.2.	実験結果.....	62
4.4.3.	考察 .....	63
4.5.	本章のまとめ.....	66
4.6.	参考文献 .....	67
第 5 章	結論と今後の課題.....	69
5.1.	結論 .....	69
5.2.	今後の課題 .....	71
Appendix A	ラグ 1 自己共分散の詳細な理論式導出.....	74
Appendix B	Python によるプログラミング例 .....	75
B.1.	ラグ 1 自己共分散.....	75
B.2.	Feynman- $\alpha$ 法.....	76

## 第1章 序論

### 1.1. 背景

2011年3月に発生した東京電力福島第一原子力発電所(1F)の事故では、非常用電源の喪失により炉心冷却機能が失われ、1-3号機において燃料の溶融が生じた。その結果、溶融燃料は原子炉圧力容器底部へ落下し、一次格納容器下部に燃料デブリとして堆積した。2026年1月現在、廃炉工程は燃料デブリの取り出しフェーズに移行しており、2024年11月には2号機においてテレスコピック式装置を用いた試験的取り出しが初めて成功し、デブリサンプルが回収された[1]。回収されたサンプルに対しては性状分析が実施され、元素含有率やウラン同位体比などは明らかにされている[1]が、燃料デブリ全体の幾何形状や核種分布については、いまだ十分に把握されていない。

現在進められている燃料デブリの取り出し作業は、プラント内部の状態に関する詳細情報が乏しい中で実施される極めて難易度の高い作業である。各種プラントパラメータの監視結果から、対象体系は深い未臨界状態( $k_{\text{eff}} \approx 0.47-0.74$ )にあると予想されている[2]が、燃料デブリの幾何形状や減速条件の変化など、燃料デブリ取り出し作業に伴う条件変化により反応度が変化する可能性がある。そのため、深層防護の観点から、作業中における臨界接近の監視、すなわち未臨界度の定量評価が不可欠となる[3]。ここで未臨界度とは、体系が臨界状態からどの程度離れているのかを示す値であり、体系の実効増倍率を $k_{\text{eff}}$ とすると、未臨界度 $-\rho$ は(1.1)式で定義される。

$$-\rho = \frac{1 - k_{\text{eff}}}{k_{\text{eff}}} \quad (1.1)$$

(1.1)式より $-\rho = 0$ であれば臨界状態、 $-\rho < 0$ であれば超臨界状態、 $-\rho > 0$ であれば未臨界状態に対応する。したがって、 $-\rho$ の値を測定することができれば、体系がどの程度臨界未満の安全な状態にあるのかを定量的に把握することができる。

特に、未臨界度 $-\rho$ を実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ で規格化した値 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ はドル単位[\$]の未臨界度と呼ばれる。例えば、 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ の未臨界体系について、外部中性子源強度がステップ状変化した場合、体系内の中性子数変化はドル単位の未臨界度を用いて、(1.2)式のように近似的に表される[4]。

$$\frac{-\rho}{\beta_{\text{eff}}} \approx \frac{N_{\text{p}} - N_{\text{before}}}{N_{\text{after}} - N_{\text{p}}} \quad (1.2)$$

ここで、 $N_{\text{before}}$ は変化前の定常状態における中性子数、 $N_{\text{p}}$ は即発跳躍後の中性子数、 $N_{\text{after}}$ は変化後の定常状態における中性子数を表す。さらに、遅発中性子先行核を1群で扱う場合、未臨界体系における遅い減衰定数 $\alpha_{\text{d}}$ は、ドル単位の未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ と遅発中性子先行核の崩壊定数 $\lambda$ を用いて、(1.3)式のように近似的に表される。

$$\alpha_{\text{d}} \approx \frac{-\rho/\beta_{\text{eff}}}{1 - \rho/\beta_{\text{eff}}} \lambda \quad (1.3)$$

ここで、即発跳躍後の中性子数 $N_{\text{p}}$ は、 $\alpha_{\text{d}}$ を減衰定数とする指数関数的な時間変化を経て、

最終的に定常値 $N_{\text{after}}$ に到達する。このように、ドル単位の未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ は、未臨界体系の動的挙動を予測するうえで重要なパラメータである。

このような背景の下、未臨界度測定手法の候補として、Feynman- $\alpha$ 法[5]などの炉雑音解析手法と Simmons-King 法[6]を組み合わせた手法が検討されてきた[7],[8]。炉雑音解析手法では、未臨界体系内で生じる終息性の核分裂連鎖反応に起因する中性子数の時間的な揺らぎの情報から、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を測定する手法である。Simmons-King 法の場合には、以下の関係式に基づいて、ドル単位の未臨界度を得ることができる。

$$\frac{-\rho}{\beta_{\text{eff}}} = \frac{\Lambda}{\beta_{\text{eff}}} \alpha - 1 \quad (1.4)$$

ただし(1.4)式から分かるように、Simmons-King 法による未臨界度測定では、即発中性子減衰定数 $\alpha$ から未臨界度を評価する際に、中性子生成時間 $\Lambda$ や実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ といった一点炉動特性パラメータの事前評価が必要となる。これらのパラメータに大きな不確かさが含まれる場合、推定される未臨界度の不確かさも大きくならざるを得ない。特に中性子生成時間 $\Lambda$ は、炉心の幾何形状、減速材条件、燃料組成などの体系条件に強く依存し、体系が変化するとそのオーダー自体が大きく変化する。表 1-1 に本論文で扱う 2 体系(UTR-KINKI[9], KUCAA 架台[10])およびウラン金属球における $\Lambda$ のオーダーを示す。 $\Lambda$ は体系によって $10^{-4}$ – $10^{-9}$ の範囲で大きく異なっている。1F のように体系の幾何形状や核種分布が十分に把握されていない体系では、随伴重み付きタリーを用いた連続エネルギーモンテカルロ計算[11],[12]のような高度な数値解析による $\Lambda$ や $\beta_{\text{eff}}$ の評価が困難であり、この点が従来法の適用における課題となっている。

表 1-1 体系ごとの臨界時の中性子生成時間 $\Lambda$

体系	臨界時の $\Lambda$ (s)
軽水減速黒鉛反射炉 (UTR-KINKI)	$\sim 10^{-4}$
ポリエチレン減速炉 (KUCAA 架台)	$\sim 10^{-5}$
ウラン金属球	$\sim 10^{-9}$

一方、未臨界度の絶対値測定を可能とする動的手法では、遅発中性子成分が重要な役割を果たしている[10]。ソースジャーク法[13]や面積比法[14]、逆動特性法[15]、積分法[16]などの手法はいずれも、未臨界度が浅くなるほど体系内に蓄積される遅発中性子先行核の数が増加するという現象に基づいている。これらの手法では、遅発中性子成分を有効的に活用することで、 $\Lambda$ や $\beta_{\text{eff}}$ の事前評価を必要とせず未臨界度を評価することが可能である。

動的手法における遅発中性子成分の利用について、ソースジャーク法を例に説明する。ソースジャーク法では、外部中性子源が挿入された定常状態の未臨界炉心から、外部中性子源

を瞬時に引き抜くことで未臨界度を推定する。外部中性子源が存在する定常状態では、中性子源に起因する核分裂連鎖反応と遅発中性子先行核の生成・崩壊が釣り合っているが、中性子源を引き抜くと、中性子源に起因する核分裂連鎖反応は瞬時に発生しなくなる。一方で、体系内に蓄積された遅発中性子先行核の崩壊により、中性子数は指数関数的に減少する。図 1-1 にソースジャーク法における中性子計数率の時間変化の概念図を示す。

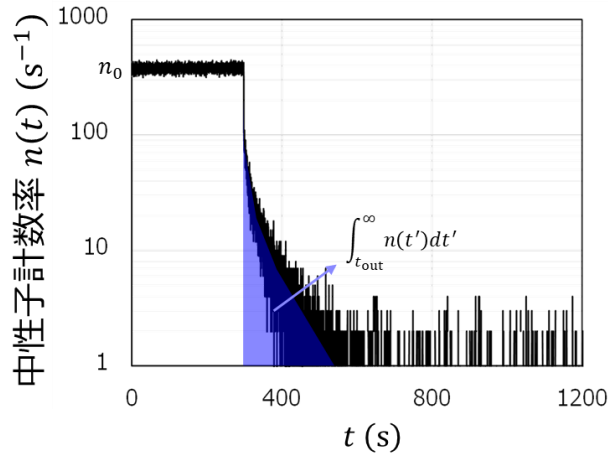


図 1-1 ソースジャーク法における中性子計数率の時間変化

一点炉動特性方程式[9]に基づくと、中性子源を引き抜く前の定常の計数率 $n_0$ と、引き抜き直後(時刻 $t_{out}$ )から十分時間が経った中性子計数率の積算計数 $\int_{t_{out}}^{\infty} n(t') dt'$ を用いることで、ドル単位の未臨界度を(1.5)式により評価できる。

$$\frac{-\rho}{\beta_{eff}} \approx \frac{n_0}{\int_{t_{out}}^{\infty} n(t') dt'} \sum_{i=1}^6 \frac{a_i}{\lambda_i} \quad (1.5)$$

ここで、 $\lambda_i, a_i$ はそれぞれ $i$ 群の遅発中性子先行核の崩壊定数、遅発中性子相対収率 $a_i \equiv \beta_i / \sum \beta_i$ を示している。なお、 $\beta_i$ は $i$ 群の実効遅発中性子割合である。このように、動的手法では一点炉動特性パラメータを用いることなく、中性子計数データのみから未臨界度の絶対値測定が可能である。

## 1.2. 本研究の目的

1.1 節の背景で述べたように、従来の炉雑音解析手法は即発中性子減衰定数の測定には用いられるものの、未臨界度の絶対値測定には中性子生成時間 $\Lambda$ や実効遅発中性子割合 $\beta_{eff}$ などの一点炉動特性パラメータが必要である。これらのパラメータは、詳細な体系情報を入力とした連続エネルギーモンテカルロ計算等により評価可能であるが、1F のように体系の詳細情報が乏しい場合には、推定される一点炉動特性パラメータや未臨界度に大きな不確かさが伴う。

以上を踏まえると、詳細な体系情報に依存せず、測定された炉雑音データのみから未臨界度の絶対値を測定可能な手法の開発が強く求められている。この課題に対し、本研究では、動的手法が遅発中性子成分を巧みに利用している点に注目し、ゼロ出力炉雑音中に含まれる遅発中性子成分の情報を活用した未臨界度絶対値測定手法の開発を目的とする。本論文の具体的な目的は以下の3点である。

#### ① 遅発中性子成分を高感度で抽出可能な炉雑音解析手法の考案

従来の炉雑音解析手法である Feynman- $\alpha$ 法[5]では、遅発中性子成分の抽出に長時間の炉雑音測定を要することが報告されている[17]。そのため従来法と比較して、より高感度で遅発中性子成分を抽出可能な炉雑音解析手法を新たに考案する。

#### ② ゼロ出力炉雑音の遅発中性子成分を利用した未臨界度絶対値測定手法の開発

従来の炉雑音解析手法では測定値から即発中性子減衰定数のみを推定している。本研究では、遅発中性子先行核を考慮した一点炉動特性方程式を利用し、即発中性子成分に加えて遅発中性子成分の情報を取り入れることで、測定情報のみから未臨界度を推定可能な手法を開発する。

#### ③ 未臨界体系における提案手法の妥当性確認

近畿大学原子炉[9]や京都大学臨界集合体実験装置[10]において測定された炉雑音データに本手法を適用し、動的手法などによって得られた参照値との比較を通じて、提案手法による未臨界度推定の妥当性を確認する。さらに、提案手法の適用範囲および課題を明らかにする。

### 1.3. 本論文の構成

本論文は全5章構成である。各章には以下のような内容を記述している。

第2章では、目的①および②を達成するため、遅発中性子成分を考慮した炉雑音解析手法の理論的基盤を体系的に整理し、提案手法に基づく未臨界度推定方法を示す。始めに、各種炉雑音解析手法に共通して用いられる2時点検出確率を、一点炉動特性方程式および物理的直観に基づいて導出する。次に、この2時点検出確率を用いて Rossi- $\alpha$ 法、自己相関法、Feynman- $\alpha$ 法といった従来手法の理論式を導出し、遅発中性子成分の抽出性の観点から比較する。さらに、遅発中性子成分をより高感度で抽出可能な手法としてラグ1自己共分散解析に注目し、その理論的特徴を明らかにする。最後に、得られた理論式を用いた未臨界度推定法について、非線形最小二乗法および Bayesian Monte Carlo 法による具体的手順を示す。

第3章では、目的③を達成するため、近畿大学原子炉(UTR-KINKI)において実施した実験および提案手法による解析結果について述べる。始めに、原子炉の基礎的な核特性を把握し、未臨界度推定の参照値を整備することを目的として、落下法およびペリオド法による制御

棒価値測定結果を示す。次に、UTR-KINKI における炉雑音測定実験の実験体系および取得データの解析結果を示し、提案手法による未臨界度推定結果を従来の炉雑音解析手法と比較する。これにより、遅発中性子成分の抽出性や推定精度の観点から提案手法の有効性を検討する。

第4章では、第3章とは異なる体系条件を通じて目的③を達成するため、Cf-252 表示付認証機器を用いたポリエチレン非増倍体系および京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)で取得された炉雑音測定データの解析結果について述べる。本章では非増倍体系、深い未臨界体系、極めて浅い未臨界体系を対象とし、提案手法の適用可能範囲を体系的に評価する。上記体系での解析結果を通じて、遅発中性子成分の抽出性や未臨界度推定精度の観点から本手法の有効性と課題を明らかにする。

第5章では、本論文のまとめと今後の課題について述べる。

#### 1.4. 参考文献

- [1] TEPCO: The first fuel debris trial retrieval [Internet]. Janan; Tokyo Electric Power Company Holdings, Inc.; [cited 2026 Jan 6]. Available from: <https://www.tepco.co.jp/en/decommission/progress/fuel-debris/index-e.html?nuclear02&investigation5#step04>
- [2] Morimoto Y, Akaike M, Takeo S, et al. Proposal of a statistical evaluation method for the criticality of the Fukushima Daiichi nuclear power plants. [Nucl Technol. 2019;205\(12\):1652–1660.](#)
- [3] Hayashi Y, Nakano M, Morimoto Y. Development of criticality approach monitoring method using neutron detectors for fuel debris retrieval in Fukushima Dai-ichi NPP. In: Proc ICNC 2023; 2023 Oct 1–6; Sendai, Japan.
- [4] 遠藤知弘, 野中朝日, “未臨界積分法・外挿法によるドル単位未臨界度測定,” 第6回「炉物理専門研究会」, [京都大学原子炉実験所, 2017. pp. 42-52.](#)
- [5] Feynman RP, de Hoffmann F, Serber R. Dispersion of the neutron emission in U-235 fission. [J Nucl Energy. 1956;3\(1-2\):64–69.](#)
- [6] Simmons BE, King JS. A pulsed neutron technique for reactivity determination. [Nucl Sci Eng. 1958;3\(5\):595–608.](#)
- [7] Wada S, Kano S, Misawa T, et al. Sub-criticality monitoring system for the retrieval of fuel debris in Fukushima Dai-ichi nuclear power plants. In: Proc ICNC 2019; 2019 Sep.15-20; Paris, France.
- [8] Wada S, Shimizu M, Hayashi Y, et al. Investigation of sub-criticality monitoring system based on Feynman-alpha method for large-scale fuel debris. In: Proc ICNC 2023; 2023 Oct. 1–6; Sendai, Japan.
- [9] Wakabayashi G, Yamada T, Endo T, et al. Introduction to nuclear reactor experiments. [Singapore: Springer Nature; 2023.](#)

- [10] Pyeon CH, Chiba G, Endo T, et al. Reactor laboratory experiments at Kyoto University Critical Assembly. [Singapore: Springer Nature; 2025.](#)
- [11] Kiedrowski BC, Brown FB, Wilson PPH. Adjoint-weighted tallies for k-eigenvalue calculations with continuous-energy Monte Carlo. [Nucl Sci Eng. 2011;168\(3\):226–241.](#)
- [12] Leppänen J, Aufiero M, Fridman E, et al. Calculation of effective point kinetics parameters in the Serpent 2 Monte Carlo code. [Ann Nucl Energy. 2014;65:272–279.](#)
- [13] Hogan WS. Negative-reactivity measurements. [Nucl Sci Eng. 1960;8\(6\):518–522.](#)
- [14] Sjöstrand NG. Measurements on a subcritical reactor using a pulsed neutron source. *Arkiv för Fysik*, 1956;11:233–246.
- [15] Hoogenboom JE, van der Sluijs AR. Neutron source strength determination for on-line reactivity measurements. [Ann Nucl Energy. 1988;15\(12\):553–559.](#)
- [16] Endo T, Nonaka A, Imai S, et al. Subcriticality measurement using time-domain decomposition-based integral method for simultaneous reactivity and source changes. [J Nucl Sci Technol. 2020;57\(5\):607–616.](#)
- [17] Hohara S, Endo T, Takahashi K, et al. A Feynman- $\alpha$  analysis ranging over time constants of delayed neutrons based on time-sequence counting data consecutively acquired for a very long time. [J Nucl Sci Technol. 2023;60\(6\):724–730.](#)

## 第2章 炉雑音解析手法の理論

### 2.1. 本章の概要

本章では、遅発中性子成分を考慮した炉雑音解析手法の理論式を体系的に導出し、提案手法に基づく未臨界度推定方法について述べる。第1章1.2節で述べたように、本研究では一点炉動特性パラメータを使用しない未臨界度推定法の開発を目的としており、ゼロ出力炉雑音の遅発中性子成分に注目している。まず2.2節では炉雑音解析の理論基盤を整理しており、各種の炉雑音解析手法の理論式導出に共通して用いられる2時点検出確率を、一点炉動特性方程式および物理的直観法に基づいて導出する。続く2.3節では導出した2時点検出確率を用いて、Rossi- $\alpha$ 法、自己相関法、Feynman- $\alpha$ 法といった従来手法の理論式を導出し、遅発中性子成分の抽出性の観点から比較を行う。2.4節では、本論文で新たに提案する手法の説明を行う。遅発中性子成分をより高感度で抽出することを目的として、新たに注目したラグ1自己共分散解析の理論式を導出し、その理論的特徴を示す。さらに、得られたラグ1自己共分散の理論式に基づく未臨界度推定方法について、非線形最小二乗法および Bayesian Monte Carlo 法を用いた具体的な手順を説明する。最後に2.5節で本章のまとめを述べる。

### 2.2. 炉雑音解析の理論基盤

本節では遅発中性子成分を考慮した炉雑音解析手法[1]の理論式を導出するために必要となる2時点検出確率 $P_2(t_1, t_2)dt_1dt_2$ [2]について、一点炉動特性方程式[2]と物理的直観法[3], [4]に基づく導出手順を示す。

#### 2.2.1. 一点炉動特性方程式

時刻 $t_0$ で中性子が1個入射された時の、時刻 $t$ での中性子の期待値 $P(t|t_0)$ を遅発中性子先行核6群近似の一点炉動特性方程式から導出する。遅発中性子6群近似の一点炉動特性方程式は(2.1), (2.2)式に示す形を利用する。

$$\frac{dP(t|t_0)}{dt} = \frac{\rho - \beta_{\text{eff}}}{\Lambda} P(t|t_0) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) + \delta(t - t_0) \quad (2.1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{a_i \beta_{\text{eff}}}{\Lambda} P(t|t_0) - \lambda_i C_i(t) \quad (2.2)$$

ここで、 $\lambda_i, a_i, C_i(t)$ はそれぞれ $i$ 群の遅発中性子先行核の崩壊定数、遅発中性子相対収率、遅発中性子先行核数密度を示している。遅発中性子相対収率 $a_i$ は、全遅発中性子に対する $i$ 群の寄与を規格化した量であり、 $i$ 群の実効遅発中性子割合 $\beta_i$ を用いて $a_i \equiv \beta_i / \sum \beta_i$ と定義される。また、無限の過去から中性子と遅発中性子先行核が存在しておらず、 $t = t_0$ で中性子が1個投入された状況を考える。さらに、反応度は時間変化せず、一定であると仮定する。これらの条件のもと、(2.1), (2.2)式を解くため、両式にラプラス変換を適用する。

$$s\tilde{P}(s) = \frac{\rho - \beta_{\text{eff}}}{\Lambda} \tilde{P}(s) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \tilde{C}_i(s) + 1 \quad (2.3)$$

$$s\tilde{C}_i(s) = \frac{\beta_i}{\Lambda}\tilde{P}(s) - \lambda_i\tilde{C}_i(s) \quad (2.4)$$

ラプラス変換後の(2.4)式を $\tilde{C}_i(s)$ について整理すると次式が得られる。

$$\tilde{C}_i(s) = \frac{1}{s + \lambda_i} \cdot \frac{\beta_i}{\Lambda} \tilde{P}(s) \quad (2.5)$$

次に(2.5)式を(2.3)式に代入し、 $\tilde{P}(s)$ について整理すると次式が得られる。

$$\tilde{P}(s) = \Lambda \frac{1}{s\Lambda + \beta_{\text{eff}} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{s a_i}{s + \lambda_i} \right) - \rho} \quad (2.6)$$

ここで、(2.6)式の分母に現れる(2.7)式はゼロ出力の伝達関数 $G(s)$ [1], [2]と呼ばれ、後の導出において重要な役割を持つ。

$$G(s) = \frac{1}{s\Lambda + \beta_{\text{eff}} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{s a_i}{s + \lambda_i} \right) - \rho} \quad (2.7)$$

(2.6)式を逆ラプラス変換するため、(2.8)式のように部分分数分解を行う。

$$\tilde{P}(s) = \Lambda \sum_{j=1}^7 \frac{A_j}{s - \omega_j} \quad (2.8)$$

(2.8)式の7個の根 $s = \omega_j$ は(2.6)式の分母がゼロとなる条件、すなわち(2.9)式を満たす必要があり、この条件式は一般に反応度方程式と呼ばれる。対象とする体系が未臨界( $\rho < 0$ )である場合、反応度方程式の根 $\omega_j$ は全て負となり、その大小関係は $\omega_7 \ll -\lambda_6 < \omega_6 < -\lambda_5 < \dots < -\lambda_1 < \omega_1 < 0$ となる。ここで絶対値が最も大きい根 $|\omega_7|$ は即発中性子減衰定数 $\alpha$ [5]に対応しており、また $-\omega_6, -\omega_5, -\omega_4, -\omega_3, -\omega_2, -\omega_1$ はそれぞれ各群の遅発中性子減衰定数に対応している。

$$0 = \omega_j \Lambda + \beta_{\text{eff}} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{\omega_j a_i}{\omega_j + \lambda_i} \right) - \rho \quad (2.9)$$

$$\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} = \omega_j \left( \frac{\Lambda}{\beta_{\text{eff}}} + \sum_{i=1}^6 \frac{a_i}{\omega_j + \lambda_i} \right)$$

ここで、根 $\omega_j$ の数値的な導出方法について補足しておく。(2.9)式の根 $\omega_j$ はそれぞれの存在範囲(例えば $-\lambda_6 < \omega_6 < -\lambda_5$ )があらかじめ決まっているため、その範囲内で初期値を与えることにより、二分法などの数値解法によって求めることができる。ただし、この方法では各根に対して適切な初期値の設定が必要となる。そこで本研究では、二分法とは別のアプローチとして、遅発中性子6群近似の一点炉動特性方程式(2.1), (2.2)式の行列形式を利用する手法を採用することとした。行列形式で記述された(2.10)式の係数行列 $\mathbf{A}$ の固有値は、ここで求めたい根 $\omega_j$ に対応している[6]。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} P \\ C_1 \\ \vdots \\ C_6 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} P \\ C_1 \\ \vdots \\ C_6 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} - 1\right) \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} & \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 & \lambda_6 \\ a_1 \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} & -\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} & 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} & 0 & 0 & -\lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & -\lambda_4 & 0 & 0 \\ a_5 \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 & 0 \\ a_6 \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

以上、 $\omega_j$ の求め方について整理した。ここからは本題に戻り、期待値 $P(t|t_0)$ の最終形の導出を進める。(2.9)式を中性子生成時間 $\Lambda$ について解くと(2.12)式のようなになる。

$$\Lambda = \frac{\rho}{\omega_j} - \beta_{\text{eff}} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{a_i}{\omega_j + \lambda_i} \right) \quad (2.12)$$

部分分数分解した(2.8)式の留数 $A_j$ についてはヘビサイドの定理より(2.13)式のように求めることができる。

$$A_j = \lim_{s \rightarrow \omega_j} (s - \omega_j) \frac{1}{s\Lambda + \beta_{\text{eff}} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{s a_i}{s + \lambda_i} \right) - \rho} \quad (2.13)$$

(2.13)式は不定形であるので、ロピタルの定理を用い、(2.12)式を代入することで $A_j$ についての(2.14)式が得られる。

$$\begin{aligned} A_j &= \frac{\omega_j}{\rho - \beta_{\text{eff}} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{\omega_j}{\omega_j + \lambda_i} \right)^2 a_i} \\ &= \frac{1}{\beta_{\text{eff}} \frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} - \sum_{i=1}^6 \left( \frac{\omega_j}{\omega_j + \lambda_i} \right)^2 a_i} \omega_j \end{aligned} \quad (2.14)$$

最後に(2.8)式を逆ラプラス変換することで、期待値 $P(t|t_0)$ を導出できる。

$$P(t|t_0) = \Lambda \sum_{j=1}^7 A_j e^{\omega_j(t-t_0)} \quad (2.15)$$

ここで、2 時点検出確率を導出する際の助けとなるゼロ出力伝達関数 $G(s)$ の重要な性質を(2.16)–(2.18)式に示す。

$$G(s) = \frac{1}{s\Lambda + \beta_{\text{eff}} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{s\alpha_i}{s + \lambda_i} \right) - \rho} = \sum_{j=1}^7 \frac{A_j}{s - \omega_j} \quad (2.16)$$

$$G(0) = \frac{1}{-\rho} = - \sum_{j=1}^7 \frac{A_j}{\omega_j} = \sum_{j=1}^7 \int_0^{\infty} A_j e^{-\omega_j t'} dt' \quad (2.17)$$

$$G(-\omega_k) = \sum_{j=1}^7 \frac{A_j}{-\omega_k - \omega_j} = \sum_{j=1}^7 \int_0^{\infty} A_j e^{(\omega_k + \omega_j)t'} dt' \quad (2.18)$$

### 2.2.2. 1 時点検出確率

ここからは 1 時点検出確率を  $P_1(t_1)dt_1$  の導出手順[2]について説明する。1 時点検出確率とは未臨界定常状態において時刻  $t_1 - t_1 + dt_1$  の間で 1 個の中性子が検出される確率である。ここで、空間的な広がりを考えない一点炉モデルにおいて、中性子投入頻度が  $S$  となる外部中性子源が存在する定常未臨界体系を仮定する。この体系において、図 2-1 のように、時刻  $t_s - t_s + dt_s$  の間で外部中性子源による中性子が投入された後、時刻  $t_1 - t_1 + dt_1$  で中性子が検出されるケースを考える。

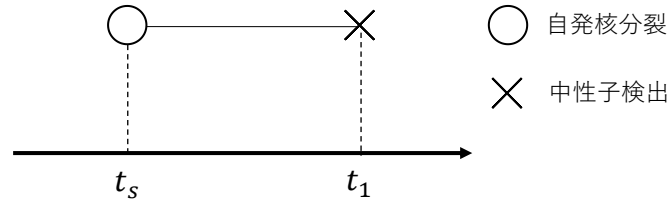


図 2-1 1 時点での中性子検出過程

この場合の 1 時点検出確率  $P_1(t_1)dt_1$  は(2.19)式のように求めることができる。

$$\begin{aligned} P_1(t_1)dt_1 &= \sum_{q=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{t_1} S\lambda_d q D(q) P(t_1|t_s) dt_s dt_1 \\ &= \lambda_d \langle q \rangle S\Lambda \sum_{j=1}^7 \int_{-\infty}^{t_1} A_j e^{\omega_j(t_1 - t_s)} dt_s dt_1 \end{aligned} \quad (2.19)$$

ただし、(2.19)式中の定数は次のように定義される。

- $\lambda_d$  : 単位時間あたりに 1 個の中性子が検出される確率
- $q$  : 1 回の自発核分裂あたりに放出される中性子数
- $\langle q \rangle$  :  $q$  の平均
- $D(q)$  : 自発核分裂によって  $q$  個の中性子数が放出される確率

$P(t_1|t_s)$  : 時刻 $t_s$ で中性子が投入された時の $t_1$ におけるその子孫の中性子数の期待値  
(2.19)式を $t' = t_s - t_1$ で置換積分し、(2.17)式を代入することで、最終的に1時点検出確率は  
(2.20)式のように求められる。

$$P_1(t_1)dt_1 = \frac{\lambda_d \langle q \rangle S \Lambda}{-\rho} dt_1 \quad (2.20)$$

ここで、1時点検出確率を用いて(2.21)式のように時間積分することによって、単位時間あたりに検出される中性子数の期待値(計数率  $c$ )を求めることができる。

$$c = \int_0^1 P_1(t_1) dt_1 = \frac{\lambda_d \langle q \rangle S \Lambda}{-\rho} \quad (2.21)$$

### 2.2.3. 2時点検出確率

最後に本節で導出の目的としていた2時点検出確率 $P_2(t_1, t_2)dt_1 dt_2$ について導出手順を説明する。2時点検出確率とは、未臨界定常状態において時刻 $t_1 - t_1 + dt_1$ と時刻 $t_2 - t_2 + dt_2$ において中性子ペアが検出される確率である。検出される中性子ペアには、同一の核分裂連鎖系へ所属しているか否かで、次の2つの場合に分類することができる。

- i) 非相関な中性子ペアが検出される場合(異なる連鎖反応家系に属する)
- ii) 相関をもつ中性子ペアが検出される場合(同一の連鎖反応家系に属する)

まず、i) 非相関の中性子ペアが検出される確率を求める。図 2-2 のように、時刻 $t_{s1} - t_{s1} + dt_{s1}$ と、時刻 $t_{s2} - t_{s2} + dt_{s2}$ の間で外部中性子源による中性子が投入された後、それぞれ異なる2つの独立な核分裂連鎖反応系に属する子孫中性子が、時刻 $t_1 - t_1 + dt_1$ と、時刻 $t_2 - t_2 + dt_2$ の間で中性子が検出されるケースを考える。

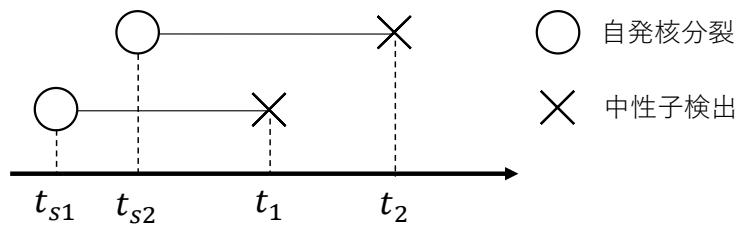


図 2-2 非相関の中性子ペア検出過程

この場合の2時点検出確率 $F(t_1, t_2)dt_1 dt_2$ は(2.22)式のように求めることができる。これは(2.20)式で求めた1時点検出確率について、時刻 $t_1 - t_1 + dt_1$ と $t_2 - t_2 + dt_2$ にそれぞれ1つずつ中性子が検出される場合の積をとることで得られる。

$$F(t_1, t_2)dt_1 dt_2 = P_1(t_1)P_1(t_2)dt_1 dt_2 = \left( \frac{\lambda_d \langle q \rangle S \Lambda}{-\rho} \right)^2 dt_1 dt_2 \quad (2.22)$$

次に、ii) 相関をもつ中性子ペアが検出される確率を求める。中性子ペアが相関を持つケースとしては、図 2-3 に示すとおり、①同一の核分裂連鎖反応系が核分裂反応で分岐し、2つの中性子が検出されるケースと、②自発核分裂によって同時に発生した中性子から連鎖反応系が分岐し、2つの中性子が検出されるケースの2つが考えられる。

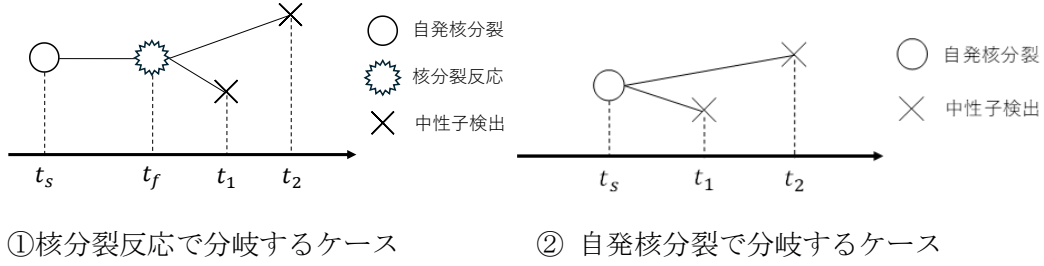


図 2-3 相関を持つ中性子ペア検出過程

まず、①のケースの 2 時点検出確率 $P_f(t_1, t_2)dt_1dt_2$ は(2.23)式のように求めることができる。

$$\begin{aligned}
 P_f(t_1, t_2)dt_1dt_2 &= \int_{-\infty}^{t_1} dt_s \int_{t_s}^{t_1} dt_f S \sum_{q=0}^{\infty} qD(q) \lambda_f P(t_f|t_s) \\
 &\quad \times \sum_{\nu=0}^{\infty} \nu(\nu-1)p(\nu) \lambda_d^2 P(t_1|t_f)P(t_2|t_f)dt_1dt_2 \quad (2.23) \\
 &= S\langle q \rangle \langle \nu(\nu-1) \rangle \lambda_d^2 \lambda_f \int_{-\infty}^{t_1} dt_f \int_{-\infty}^{t_f} dt_s P(t_f|t_s)P(t_1|t_f)P(t_2|t_f)dt_1dt_2
 \end{aligned}$$

ただし、(2.23)式中の定数は次のように定義される。

- $\lambda_f$  : 単位時間あたりに 1 個の中性子が核分裂を引き起こす確率
- $\nu$  : 1 回の核分裂あたりに発生する中性子数
- $\langle \nu(\nu-1) \rangle$  :  $\nu$  の 2 次モーメント
- $p(\nu)$  : 核分裂によって  $\nu$  個の中性子数が放出される確率
- $\nu P(t_1|t_f)$  : 時刻  $t_f$  で核分裂した時の  $t_1$  におけるその子孫の中性子数の期待値
- $(\nu-1) \times P(t_2|t_f)$  : 時刻  $t_f$  で核分裂し、時刻  $t_1$  で 1 つの中性子が検出された時の  $t_2$  におけるその子孫の中性子数の期待値

ここで、(2.23)式の右辺積分に(2.15)式を代入し、変数変換 $t'_s = t_f - t_s$ と、 $t'_f = t_1 - t_f$ を行つたうえで、(2.17),(2.18)式を用いて整理すると、2 時点検出確率 $P_f(t_1, t_2)dt_1dt_2$ は(2.24)式のように求められる。

$$P_f(t_1, t_2)dt_1dt_2 = \frac{S\langle q \rangle \langle \nu(\nu-1) \rangle \lambda_d^2 \lambda_f \Lambda^3}{-\rho} \sum_{j=1}^7 A_j G(-\omega_j) e^{\omega_j(t_2-t_1)} dt_1dt_2 \quad (2.24)$$

次に、②のケースの2時点検出確率 $P_s(t_1, t_2)dt_1dt_2$ についても、①のケースと同様の手順により(2.25)式のように求めることができる。

$$\begin{aligned} P_s(t_1, t_2)dt_1dt_2 &= \int_{-\infty}^{t_1} dt_s S\lambda_d^2 \sum_{q=0}^{\infty} q(q-1)D(q)P(t_1|t_s)P(t_2|t_s)dt_1dt_2 \\ &= S\lambda_d^2 \langle q(q-1) \rangle \int_{-\infty}^{t_1} dt_s P(t_1|t_s)P(t_2|t_s)dt_1dt_2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

ただし、(2.25)式中の定数は次のように定義される。

- $\langle q(q-1) \rangle$  :  $q$ の2次モーメント
- $qP(t_1|t_s)$  : 時刻 $t_s$ で自発核分裂した時の $t_1$ におけるその子孫の中性子数の期待値
- $(q-1) \times P(t_2|t_s)$  : 時刻 $t_s$ で自発核分裂し、時刻 $t_1$ で1つの中性子が検出された時の $t_2$ におけるその子孫の中性子数の期待値

ここで、(2.25)式の右辺積分に(2.15)式を代入し、変数変換 $t'_s = t_1 - t_s$ を行なったうえで、(2.18)式を用いて整理すると、2時点検出確率 $P_s(t_1, t_2)dt_1dt_2$ は(2.26)式のように求められる。

$$P_s(t_1, t_2)dt_1dt_2 = S\lambda_d^2 \langle q(q-1) \rangle \Lambda^2 \sum_{j=1}^7 G(-\omega_j) A_j e^{\omega_j(t_2-t_1)} dt_1dt_2 \quad (2.26)$$

これで、非相関な中性子ペアが検出される場合と、相関をもつ中性子ペアが検出される場合の2時点検出確率を導出できた。最終的に2時点検出確率 $P_2(t_1, t_2)dt_1dt_2$ は(2.22),(2.24),(2.26)式を足し合わせることで(2.27)式のように得られる。

$$\begin{aligned} P_2(t_1, t_2)dt_1dt_2 &= \{F(t_1, t_2) + P_f(t_1, t_2) + P_s(t_1, t_2)\}dt_1dt_2 \\ &= \left\{ \left( \frac{\lambda_d \langle q \rangle S \Lambda}{-\rho} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_d \langle q \rangle S \Lambda}{-\rho} \right) \sum_{j=1}^7 Y_{\infty, j}(-\omega_j) e^{\omega_j(t_2-t_1)} \right\} dt_1dt_2 \\ &= \left\{ c^2 + \frac{1}{2} c \sum_{j=1}^7 Y_{\infty, j}(-\omega_j) e^{\omega_j(t_2-t_1)} \right\} dt_1dt_2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

ここで、(2.27)式はFeynman- $\alpha$ 法[7]の $Y$ 値の飽和値 $Y_{\infty, j}$ を用いて整理しており、 $Y_{\infty, j}$ は(2.28)式に示すとおりである。

$$\begin{aligned} Y_{\infty, j} &= 2 \frac{\lambda_d \langle \nu(\nu-1) \rangle}{\lambda_f \langle \nu \rangle^2} \left( 1 + \frac{\langle \nu \rangle \langle q(q-1) \rangle}{\langle q \rangle \langle \nu(\nu-1) \rangle} (-\rho) \right) \frac{A_j G(-\omega_j)}{-\omega_j} \\ &= 2\varepsilon \frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\langle \nu \rangle^2} \left( 1 + \frac{\langle \nu \rangle \langle q(q-1) \rangle}{\langle q \rangle \langle \nu(\nu-1) \rangle} (-\rho) \right) \frac{A_j G(-\omega_j)}{-\omega_j} \end{aligned} \quad (2.28)$$

ここで、(2.28)式の $\langle \nu(\nu-1) \rangle / \langle \nu \rangle^2$ はDiven因子[8]に対応し、 $\varepsilon$ は核分裂率に対する中性子検出率の比として定義される中性子検出効率に対応する。

### 2.3. 従来の炉雑音解析手法

本節では、2.2 節で導出した 2 時点検出確率を用いて、遅発中性子成分を考慮した従来の炉雑音解析手法の理論式を示す。2.3.1 項で Rossi- $\alpha$ 法[9]、2.3.2 項で自己相関法[1]、2.3.3 項では Feynman- $\alpha$ 法[7]を取り上げ、それぞれについて、理論式の導出手順と遅発中性子成分(遅発中性子減衰定数に起因する測定値の変化)抽出性の観点からレビューを行う。

#### 2.3.1. Rossi- $\alpha$ 法

Rossi- $\alpha$ 法は、炉雑音中で検出されたすべての中性子ペアについて、2 つの中性子検出の時間ラグ  $\tau = t_2 - t_1$  に対する頻度分布を調べる手法である。本手法で得られる時間ラグの測定頻度分布  $P(\tau)\Delta\tau$  の理論式は、1 時点検出確率と 2 時点検出確率に対して(2.29)式の時間積分を行うことで導出される。

$$P(\tau)\Delta\tau = \frac{\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} dt_2 \int_0^{\Delta\tau} dt_1 P_2(t_1, t_2)}{\int_0^{\Delta\tau} P_1(t_1) dt_1} \approx \left( c + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^7 (-\omega_j) Y_{\infty, j} e^{\omega_j \tau} \right) \Delta\tau \quad (2.29)$$

ここで  $\Delta\tau$  は中性子検出時刻のリストモードデータの時間分解能を表しており、例えば ANSeeN の HSDMCA[10] の典型的な値としては約 10 ns である。(2.29)式は時間分可能  $\Delta\tau$  内で積分した 1 時点検出確率で規格化しているため、1 つの中性子が検出されたのち、時間  $\tau \sim \tau + \Delta\tau$  で 2 つめの中性子が検出される条件付き確率を求めていることを意味する。(2.29)式では、 $\Delta\tau$  が  $1/|\omega_j|$  と比較して十分小さいことから、 $(e^{\pm\omega_j \Delta\tau} - 1) \approx \pm\omega_j \Delta\tau$  という近似を適用し、簡略化することで、定数項と  $\omega_j$  を指数部に持つ 7 つの指数関数の和として表すことが可能となる。

(2.29)式に示した理論式のうち、特に総和記号で表されている項の  $j = 1-7$  の各成分および、それらをすべて足し合わせた結果を図 2-4 に示す。ここで、増幅率  $\omega_j$  には、後述する第 3 章で示す近畿大学原子炉の運転停止状態におけるドル単位の未臨界度参照値や一点炉動特性パラメータを用いている。また、以降の項に示す理論式のプロット結果も、同一の入力パラメータを用いている。前節で述べたように対象とする体系が未臨界である場合、 $\omega_j$  の大小関係は  $\omega_7 \ll -\lambda_6 < \omega_6 < -\lambda_5 < \dots < -\lambda_1 < \omega_1 < 0$  であるため、遅発中性子成分の振幅  $(-\omega_j)Y_{\infty, j}$  は即発中性子成分の振幅よりも極めて小さく、さらに  $\tau$  が大きい領域では値が測定値の統計的不確かさが大きくなるため、遅発中性子成分の寄与を十分小さい統計精度で抽出することは難しい。

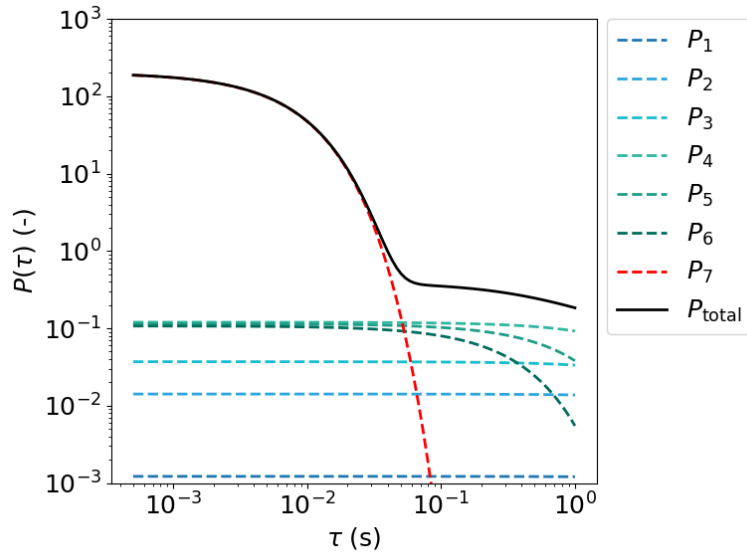


図 2-4 Rossi- $\alpha$ 法の理論式の各成分および総和の値

### 2.3.2. 自己相関法

自己相関法は、中性子検出時刻のリストモードデータを検出時間幅ごとに計数し、2つの計数間の時間ラグ $\tau = t_2 - t_1$ に対する自己相関係数を調べる手法である。本手法は Rossi- $\alpha$ 法と似たような考え方にに基づき、理論式を導出できる。自己相関法の理論式導出のために、固定された基本検出時間幅 $T_0$ を用いて、中性子計数の時系列データが連続的に取得される状況を考える。ここで、 $T_0$ は即発中性子減衰定数の大きさに応じて十分小さく設定される(例えば  $T_0 \ll 1/|\omega_7|$ )。  $T_0$ に対する $n$ 番目の計数値を $C_n$ とすると、自己相関関数 $ACF(\tau)$ を、時間ラグ $\tau$ に対する相関係数の変化として、(2.30)式のように定義される[11]。

$$ACF(\tau) \equiv \frac{\langle (C_n - \langle C_n \rangle)(C_{n+k} - \langle C_n \rangle) \rangle}{\sigma_C^2} = \frac{\langle C_n C_{n+k} \rangle - \langle C_n \rangle^2}{\sigma_C^2} \quad (2.30)$$

$$\langle C_n \rangle = cT_0 \quad (2.31)$$

$$\sigma_C^2 = \langle C_n - \langle C_n \rangle \rangle^2 \quad (2.32)$$

ここで、 $\langle C_n \rangle$ は $C_n$ の平均値、 $\sigma_C^2$ は $C_n$ の分散を表し、時間ラグ $\tau$ は計数 $C_n$ と $C_{n+k}$ の時間間隔であり、例えば $t_1 = (n-1)T_0$ で $t_2 = (n+k-1)T_0$ の時、 $\tau = t_2 - t_1 = kT_0$ となる。(2.30)式の $\langle C_n C_{n+k} \rangle$ は、1つの中性子が $(n-1)T_0 \leq t_1 \leq nT_0$ の区間で検出され、もう1つの中性子が $(n+k-1)T_0 \leq t_2 \leq (n+k)T_0$ の区間で検出される中性子ペアの期待値に相当する。したがって、期待値 $\langle C_n C_{n+k} \rangle$ は2時点検出確率に対して(2.33)式の時間積分を行うことで導出できる。

$$\begin{aligned}
\langle C_n C_{n+k} \rangle &= \int_{(n+k-1)T_0}^{(n+k)T_0} dt_2 \int_{(n-1)T_0}^{nT_0} dt_1 P_2(t_1, t_2) \\
&\approx \langle C_n \rangle^2 + \frac{1}{2} \langle C_n \rangle T_0 \sum_{j=1}^7 (-\omega_j) Y_{\infty, j} e^{\omega_j \tau}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

ここで、 $T_0$ が $1/|\omega_j|$ と比較して十分小さいことから、 $(e^{\pm\omega_j T_0} - 1) \approx \pm\omega_j T_0$ という近似を適用している。(2.30), (2.33)式を利用することで、最終的なACF( $\tau$ )は(2.34)式のようになる。

$$ACF(\tau) \approx \frac{\langle C_n \rangle T_0}{2\sigma_C^2} \sum_{j=1}^7 (-\omega_j) Y_{\infty, j} e^{\omega_j \tau} \tag{2.34}$$

(2.34)式に示した理論式について、 $j = 1-7$ の各成分および、それらをすべて足し合わせた結果を図 2-5 に示す。自己相関法で得られる理論式は Rossi- $\alpha$ 法の理論式と同様に、 $(-\omega_j)Y_{\infty, j}$ を振幅に持つ形をとるため、遅発中性子成分に起因する指数関数的減衰を抽出することは難しいことが分かる。

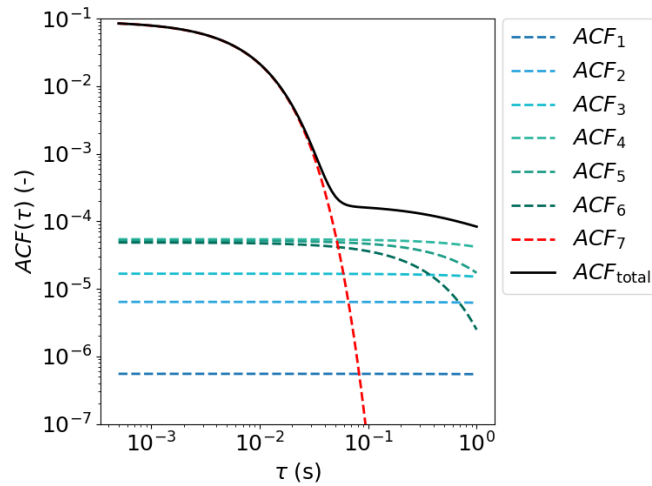


図 2-5 自己相関法の理論式

### 2.3.3. Feynman- $\alpha$ 法

Feynman- $\alpha$ 法は、検出時間幅を変えて作成した複数の時系列データを用い、それぞれの検出時間幅に対する計数の分散と平均値の比を調べる手法である。自己相関法の理論式導出のために、検出時間幅 $T$ に対する時系列データ $C_n(T)$ を導入する。Feynman- $\alpha$ 法では分散と平均の比を意味する $Y$ 値を(2.35)式のように定義する。

$$Y(T) \equiv \frac{\langle (C_n(T) - \langle C_n(T) \rangle)^2 \rangle}{\langle C_n(T) \rangle} - 1 = \frac{\langle C_n(T)(C_n(T) - 1) \rangle - \langle C_n(T) \rangle^2}{\langle C_n(T) \rangle} \tag{2.35}$$

ここで、(2.35)式右辺の $\langle C_n(T)(C_n(T) - 1) \rangle$ については検出時間幅 $T$ 内の中性子ペアの期待値、

すなわち二次階乗モーメント $\langle C_n(T)(C_n(T) - 1) \rangle / 2$ を考えればよく、これは2時点検出確率に対して(2.36)式の時間積分を行うことで導出される。

$$\begin{aligned} \frac{\langle C_n(T)(C_n(T) - 1) \rangle}{2} &= \int_{(n-1)T}^{nT} dt_2 \int_{(n-1)T}^{t_2} dt_1 P_2(t_1, t_2) \\ &= \frac{1}{2} \langle C_n(T) \rangle^2 + \frac{1}{2} \langle C_n(T) \rangle \sum_{j=1}^7 Y_{\infty, j} \left( 1 - \frac{1 - e^{\omega_j T}}{-\omega_j T} \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

ここで、 $Y_{\infty, j}$ については既に述べた通りで(2.28)式に示すとおりである。(2.36)式を(2.35)式に代入することで、最終的な $Y(T)$ は(2.37)式のようになる。

$$Y(T) = \sum_{j=1}^7 Y_{\infty, j} \left( 1 - \frac{1 - e^{\omega_j T}}{-\omega_j T} \right) \quad (2.37)$$

(2.37)式に示した理論式について、 $j = 1-7$ の各成分および、それらをすべて足し合わせた結果を図 2-6 に示す。 $Y$ 値の理論式は $T \rightarrow \infty$ の極限において、 $j$ 次成分は $Y_{\infty, j}$ に漸近的に飽和する。Feynman- $\alpha$ 法における遅発中性子成分の振幅は、Rossi- $\alpha$ 法や自己相関法における振幅 $(-\omega_j)Y_{\infty, j}$ と比べて、 $1/(-\omega_j)$ 倍増幅される。しかしながら、図 2-6 に示すように遅発中性子成分に起因する $Y$ 値の変化は依然としてわずかである。さらに、先行研究[12]では、遅発中性子成分を十分小さい統計精度で抽出するためには、Feynman- $\alpha$ 法において極めて長時間の測定が必要となることが報告されている。

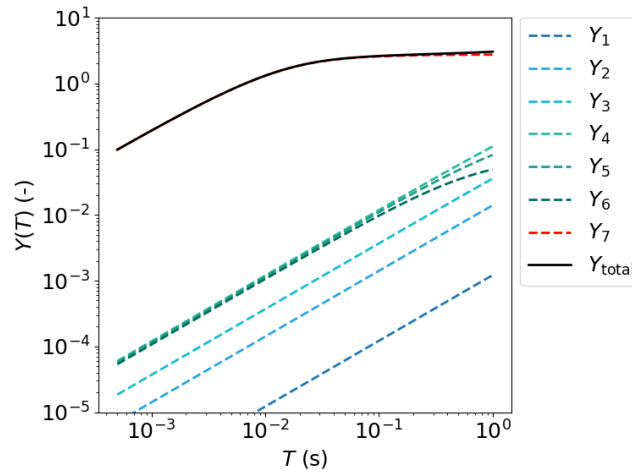


図 2-6 Feynman- $\alpha$ 法の理論式

## 2.4. 提案手法

本節では、ラグ 1 の自己共分散を利用して、炉雑音の情報のみから未臨界度を推定する方法について説明する。2.4.2 項で非線形最小二乗法、2.4.3 項では Bayesian Monte Carlo 法[13], [14]を取り上げ、それぞれの適用手順について説明する。

### 2.4.1. ラグ 1 自己共分散解析

本節では、遅発中性子成分を従来の炉雑音解析法より抽出しやすくするため、新たに注目したラグ 1 自己共分散解析について理論式の導出過程と、遅発中性子成分抽出の観点からレビューを行う。ラグ 1 自己共分散理論式の詳細な導出は別途 Appendix A に示す。

ラグ 1 自己共分散の理論式を導出するにあたって、2.3.3 項の Feynman- $\alpha$ 法で導入した検出時間幅 $T$ とそれに対応する中性子計数時系列データ $C_n(T)$ を用いる。ラグ 1 自己共分散はある計数 $C_n(T)$ とその直後(ラグ 1)の計数 $C_{n+1}(T)$ との共分散であり、(2.38)式のように定義される。

$$R(T) \equiv \langle (C_n(T) - \langle C_n(T) \rangle)(C_{n+1}(T) - \langle C_{n+1}(T) \rangle) \rangle = \langle C_n(T)C_{n+1}(T) \rangle - \langle C_n(T) \rangle^2 \quad (2.38)$$

期待値 $\langle C_n(T)C_{n+1}(T) \rangle$ は 2 時点検出確率に対して、(2.39)式の時間積分を行うことで導出される。

$$\begin{aligned} \langle C_n(T)C_{n+1}(T) \rangle &= \int_{nT}^{(n+1)T} dt_2 \int_{(n-1)T}^{nT} dt_1 P_2(t_1, t_2) \\ &= \langle C_n(T) \rangle^2 + \frac{1}{2}c \sum_{j=1}^7 \frac{Y_{\infty,j}}{-\omega_j} (1 - e^{\omega_j T})^2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

(2.39)式は、自己相関法で導出した(2.33)式と非常によく似た形をしているが、ラグ 1 自己共分散で扱っている時系列データ $C_n(T)$ は可変の検出時間幅 $T$ に対して定義されている。 $T$ は遅発中性子成分を抽出するため十分大きく設定されるため、 $1/|\omega_j|$ と比較して十分小さいという仮定による近似は一般には適用できない点に注意する必要がある。(2.39)式を(2.38)式に代入することで、最終的な $R(T)$ は(2.40)式のようになる。

$$R(T) = \sum_{j=1}^7 R_{\infty,j} (1 - e^{\omega_j T})^2 \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} R_{\infty,j} &\equiv \frac{1}{2}c \frac{Y_{\infty,j}}{-\omega_j} \\ &= d \frac{1}{-\omega_j \left( -\omega_j \left( \frac{\Lambda}{\beta_{\text{eff}}} + \sum_{i=1}^6 \frac{a_i}{\lambda_i - \omega_j} \right) - \frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} \right) \left( -\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} + \sum_{i=1}^6 a_i \left( \frac{\omega_j}{\lambda_i + \omega_j} \right)^2 \right)} \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$d \equiv \frac{c\varepsilon}{\beta_{\text{eff}}^2} \frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\langle \nu \rangle^2} \left( 1 + \frac{\langle \nu \rangle \langle q(q-1) \rangle}{\langle q \rangle \langle \nu(\nu-1) \rangle} (-\rho) \right) \quad (2.42)$$

ここで、 $R_{\infty,j}$ は $T \rightarrow \infty$ の極限における $j$ 次成分の飽和値であり、 $d$ は検出効率 $\varepsilon$ と Diven 因子 $\langle \nu(\nu-1) \rangle / \langle \nu \rangle^2$  [8]などに関連する比例係数である。

(2.40)式に示した理論式について、 $j = 1-7$ の各成分および、それらをすべて足し合わせた

結果を図 2-7 に示す。(2.41)式より、ラグ 1 自己共分散の飽和値 $R_{\infty,j}$ は Feynman- $\alpha$ 法の飽和値を $(-\omega_j)$ で割った形であることが分かる。遅発中性子減衰定数は、即発中性子減衰定数 $-\omega_7$ と比べてゼロに近いので、 $(-\omega_j)$ で除されることによって遅発中性子成分の飽和値は Feynman- $\alpha$ 法の場合よりも大きく増幅され、この傾向は図 2-7 から確認できる。以上の理論的背景より、本論文で新たに提案したラグ 1 自己共分散解析手法は、従来の炉雑音解析手法よりも遅発中性子成分をより強調して抽出できる可能性がある。

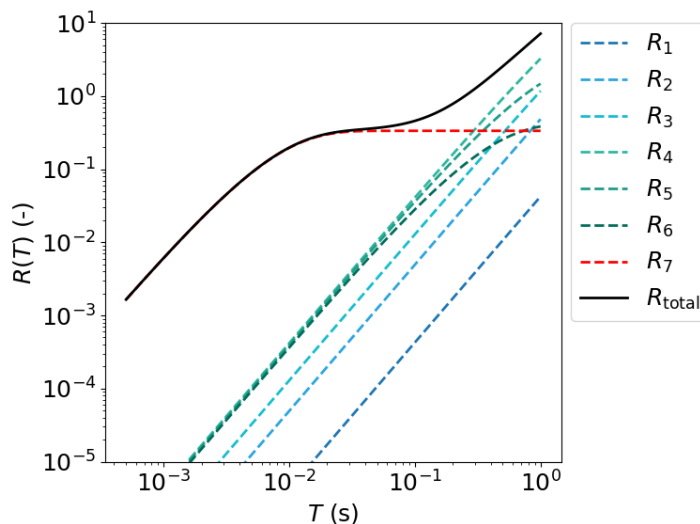


図 2-7 ラグ 1 自己共分散の理論式

#### 2.4.2. 非線形最小二乗法による未臨界度推定

本項では、非線形最小二乗法による未臨界度推定方法を説明する。減衰定数 $-\omega_j$ を求めるための(2.11)式やラグ 1 の自己共分散の理論式(2.40)–(2.42)式は一見すると複雑に見えるが、理論式(2.40)を低次元化モデル(ROM)式としてみることで測定された $R(T)$ へのフィッティング式として利用できる。ここで ROM 式とは一点炉近似に基づき、ドル単位の未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ 、一点炉動特性パラメータの比 $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ 、比例係数 $d$ の 3 つのパラメータを変数として持つモデル式を意味する。フィッティングではこれら 3 つのパラメータを推定対象として設定すればよい。また、(2.11), (2.40)–(2.42)式中の $a_i$ や $\lambda_i$ については、他の動的手法(例えばソースジャーク法[15]や積分法[16])と同様に、対象体系における主要な核分裂性核種(例えば $^{235}\text{U}$ )を想定し、Keepin による遅発中性子データのような文献値[17]を用いることができる。最小二乗フィッティングを用いた未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ の推定手順を以下に示す。

1. 未臨界定常状態において、基本検出時間幅 $T_0$ を用いてオリジナルの中性子計数 $C_n$ を連続的に測定する。
2. 時系列データのサンプルサイズが $N$ の時、ラグ 1 自己共分散の実験値 $R_{\text{exp}}$ は以下式のように求められる。

$$R_{\text{exp}} = \frac{1}{N-2} \sum_{n=1}^{N-1} (C_n - \bar{C})(C_{n+1} - \bar{C}) \quad (2.43)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N C_n \quad (2.44)$$

ここで、 $\bar{C}$ は標本平均である。

3. **Circular Block Bootstrap** 法(CBB 法)とバンチング法[18]–[20]を用いることで、オリジナルの時系列データから、異なる検出時間幅( $T = 2T_0, 3T_0 \dots$ )に対応する時系列データのブートストラップ標本を生成する。図 2-8 に CBB 法によるブートストラップ標本生成の概念図を示す。CBB 法では検出時間幅 $T$ に対応する時系列データに周期境界条件を仮定し、そのデータ上で開始点をランダムに選択する。選択した開始点からブロックサイズ分のデータを抽出する操作を繰り返すことで、ブートストラップ標本を作成する。ブートストラップ標本より、各検出時間幅に対して、(2.43)式を用いることで $R_{\text{exp}}$ の検出時間幅に対する依存性を解析する。また、 $R_{\text{exp}}$ の統計的不確かさ $\sigma_R$ はブートストラップ標本の標準偏差より推定できる。

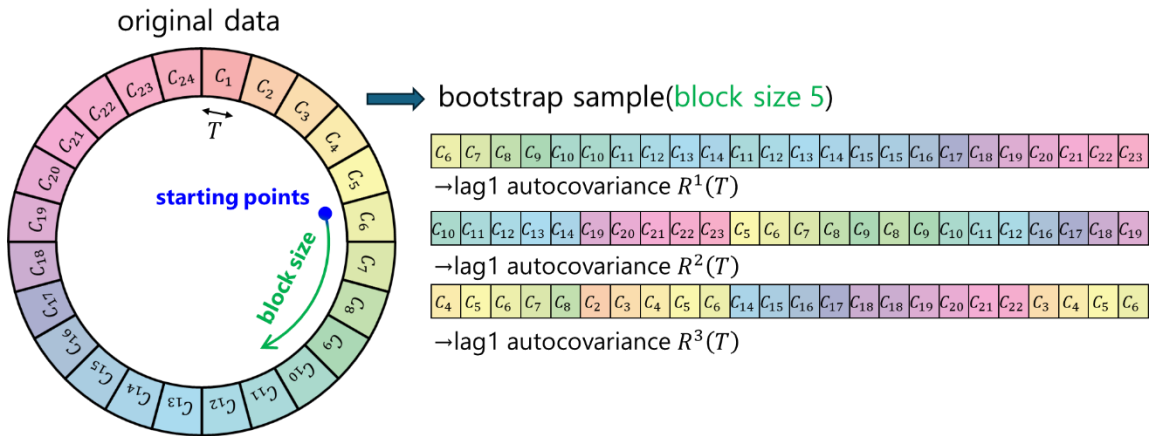


図 2-8 CBB 法 の 概 念 図

4. 3 つのパラメータ( $-\rho/\beta_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}/\Lambda, d$ )を入力として、(2.11)式に示す行列の固有値を計算することで減衰定数 $-\omega_j$ が求められ、(2.40)–(2.42)式からラグ 1 自己共分散の計算値 $R_{\text{calc}}(T)$ が得られる。非線形最小二乗フィッティングでは、実験値の統計的不確かさ $\sigma_R(T)$ を用いて、 $R_{\text{calc}}(T)$ と $R_{\text{exp}}(T)$ の間のカイ二乗値が最小となるようにこれらのモデルパラメータを探索する。その結果、 $\Lambda$ や $\beta_{\text{eff}}$ といった一点炉動特性パラメータを用いることなく、未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ を推定することが可能となる。例えば、本研究では `scipy.optimize.curve_fit` [21] のモジュールを用い、Appendix B の B.1 に示すフィッティング関数の実装例を利用した。ここで、後述する最小二乗フィッティング法の課題を解決するため、物理的に妥当な範囲を各パラメータの探索範囲として設定し、

scipy.optimize.curve\_fit における “bounds” 引数[21]として与えることができる。これにより、非物理的な解への収束を防ぎ、フィッティング結果の安定性向上が見込める。

最小二乗フィッティング法は、2.4.3 項で後述する BMC 法よりも高速に 3 つのモデルパラメータを求めることができる。しかし、最小二乗法ではフィッティングパラメータに対して適切な初期値を与える必要がある。さらに、得られたフィッティング結果が局所解ではなく大域的な最小値に収束しているかを確認する必要がある場合もある。

### 2.4.3. Bayesian Monte Carlo による未臨界度推定

本項では、Bayesian Monte Carlo(BMC)[13], [14]による未臨界度推定方法を説明する。BMC では 3 つのモデルパラメータ  $\vec{p} = (-\rho/\beta_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}/\Lambda, d)$  に対して事前分布をおおまかに推定できる場合に未臨界度を推定することができる。さらに、事前分布が不明な場合であっても、物理的に取り得る範囲に対する一様分布を事前分布として与えることで、BMC に基づいて広範囲に探索により  $\vec{p}$  の事後分布の期待値と不確かさを推定することが可能である。

BMC は確率的サンプリングを用いたベイズ推定に基づく核データ調整手法の 1 つである。BMC では、事前分布に基づいて核データを確率的にサンプリングし、実験値と計算値の差から評価される尤度に応じて、事後分布を更新することができる。本研究の場合、実験値・計算値・核データに対応するものは、それぞれラグ 1 自己共分散の実験値  $R_{\text{exp}}(T)$ 、(2.40)–(2.42)式の ROM 式による計算値  $R_{\text{calc}}(T)$ 、および 3 つのモデルパラメータ  $\vec{p}$  である。ここで、本研究では BMC による縮退問題[22]を回避するため、融合粒子フィルター(MPF)[23]を併用している。MPF を用いた BMC による推定手順を以下に示す。

1. 非線形最小二乗フィッティング法のステップ 1–3 と同様に、対象とする未臨界体系において、ラグ 1 自己共分散の実験値  $R_{\text{exp}}(T)$  と、その統計的不確かさ  $\sigma_R(T)$  を解析する。本研究では、 $R_{\text{exp}}(T)$  に対して CBB 法を用い、ブートストラップ標準偏差から  $\sigma_R(T)$  を推定した。次に、得られた  $R_{\text{exp}}(T)$  と  $\sigma_R(T)$  をそれぞれ列ベクトル  $\vec{R}_{\text{exp}}$  および  $\vec{\sigma}_R$  に整形する。列ベクトルの要素の並びは、検出時間幅  $T$  が小さい順に対応している。
2. モデルパラメータ  $\vec{p}$  の事前分布に基づき、パラメータ粒子  $\vec{p}_m$  をランダムにサンプリングする。ここで、添字  $m (1 \leq m \leq M)$  はサンプル番号を表し、 $M$  はサンプルサイズである。そして、得られた各  $\vec{p}_m$  を(2.40)式に代入することで、計算値  $\vec{R}_{\text{calc},m}$  の  $M$  個のサンプルを準備する。
3.  $m$  サンプルの対数尤度  $\ell_m$  を以下式に基づいて計算する。

$$\ell_m = -\frac{\chi_m^2}{2} \quad (2.45)$$

$$\chi_m^2 = (\vec{R}_{\text{calc},m} - \vec{R}_{\text{exp}})^T \Sigma^{-1} (\vec{R}_{\text{calc},m} - \vec{R}_{\text{exp}}) \quad (2.46)$$

$$\Sigma = \text{diag}(\vec{\sigma}_R^2) \quad (2.47)$$

ここで、 $\chi_m^2$ はカイ二乗値であり、 $\text{diag}(\vec{x})$ は $\vec{x}$ を対角成分に持つ対角行列、上付き文字のT及び-1はそれぞれ、転置と逆行列を表す。

4. 対数尤度 $\ell_m$ に基づき、各サンプルの重み $w_m$ は以下式に基づいて計算する。

$$w_m = \frac{\exp(\ell_m - \ell_{\max})}{\sum_{m=1}^N \exp(\ell_m - \ell_{\max})} \quad (2.48)$$

ここで、 $\ell_{\max}$ は $\ell_m$ の最大値であり、 $w_m$ は合計が1になるように規格化されている[22],[23]。

5. 重み $w_m$ を復元抽出における選択確率とみなしてサンプリングを行い、モデルパラメータ粒子 $\vec{p}_m$ を3M回再標本化する。その後、それらをM個の三つ組 $(\vec{p}_m^1, \vec{p}_m^2, \vec{p}_m^3)$  ( $1 \leq m \leq M$ )に分割する。続いて、各組に対して以下式の重み付き平均を取ることで、M個の融合粒子 $\vec{P}_m$ を生成する。

$$\vec{P}_m = \gamma_1 \vec{p}_m^1 + \gamma_2 \vec{p}_m^2 + \gamma_3 \vec{p}_m^3 \quad (2.49)$$

$$(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = \left( \frac{3}{4}, \frac{\sqrt{13} + 1}{8}, -\frac{\sqrt{13} - 1}{8} \right) \quad (2.50)$$

ここで、 $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ はMPFの重みであり、二乗和が1である。

6. BMC適用後の事後分布は、M個の融合粒子 $\vec{P}_m$ のヒストグラムとして表すことができる。さらに、事後分布におけるモデルパラメータの平均値および不確かさは、これらの融合粒子に対する標本平均および標本標準偏差として推定できる。

BMCでは、与えられた事前分布の範囲内で大域的最小値を探索することができる。しかし、モデルパラメータの事後分布を高精度に推定するために多数の粒子を必要とするため、最小二乗フィッティング法と比べて計算コストが高くなる。

## 2.5. 本章のまとめ

本章では、遅発中性子成分を考慮した炉雑音解析手法の理論的基盤を体系的に整理するとともに、本研究で新たに提案するラグ 1 自己共分散解析の理論的位置づけを明確にした。本章で新たに注目したラグ 1 自己共分散解析は、検出時間幅 $T$ に対する隣り合うカウント(ラグ 1)との自己共分散の変化を分析する手法であり、従来法と比較して、ゼロ出力炉雑音から遅発中性子成分を高感度で抽出可能なことを理論的に示した。さらに、遅発中性子成分を利用した未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ の推定手法の開発を行った。

2.1 節では、本章の概要を説明した。

2.2 節では、従来法および提案手法の理論式導出に共通して必要となる理論基盤を整理した。一点炉動特性方程式および物理的直観法に基づき、2 時点検出確率 $P_2(t_1, t_2)dt_1dt_2$ の導出手順を説明した。

続く 2.3 節では、導出した 2 時点検出確率を用いて、Rossi- $\alpha$ 法・自己相関法・Feynman- $\alpha$ 法といった従来の炉雑音解析手法の理論式を示し、それぞれの遅発中性子成分の抽出性の観点から理論的整理を行った。特に Feynman- $\alpha$ 法では、実験的に遅発中性子成分の抽出に長時間の測定が必要であることが報告されているが、理論的観点からも、遅発中性子成分の抽出性が高くないことを示した。

最後に 2.4 節では、本論文で新たに提案するラグ 1 自己共分散解析に基づく未臨界度推定手法について説明した。まず、ラグ 1 自己共分散解析の理論式を導出し、その遅発中性子成分の飽和値が Feynman- $\alpha$ 法と比較して $1/(-\omega_j)$ 倍に増幅されることを示した。これにより、従来手法よりも遅発中性子成分を高感度で抽出できる可能性を理論的に示した。さらに、このラグ 1 自己共分散が 3 つのパラメータ $(-\rho/\beta_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}/\Lambda, d)$ のみを変数に持つ ROM 式として帰着できることを示した。この特徴を利用した未臨界度推定法について述べ、非線形最小二乗法および Bayesian Monte Carlo 法の適用手順と両手法のメリット・デメリットを示した。

本章では、ラグ 1 自己共分散が従来法よりもゼロ出力炉雑音の遅発中性子成分を高感度で抽出可能なことを理論に基づいて説明した。次章では近畿大学原子炉体系において取得した炉雑音データに対して解析を行い、第 2 章で導出した理論式が実験値を再現可能か、また提案手法による未臨界度測定の妥当性を確認する。

## 2.6. 参考文献

- [1] Williams MMR. Random processes in nuclear reactors. Oxford (UK): Pergamon Press; 1974.
- [2] Pyeon CH, Chiba G, Endo T, et al. Reactor laboratory experiments at Kyoto University Critical Assembly. [Singapore: Springer Nature; 2025.](#)
- [3] Yamane Y, Pázsit I. Heuristic derivation of rossi-alpha formula with delayed neutrons and correlated source. [Ann Nuclear Energy. 1998;25\(17\):1373–1382.](#)
- [4] Endo T, Yamane Y, Yamamoto A. Space and energy dependent theoretical formula for the third order neutron correlation technique. [Ann Nucl Energy. 2006;33\(6\):521–537.](#)

- [5] Endo T, Yamamoto A. Sensitivity analysis of prompt neutron decay constant using perturbation theory. [J Nucl Sci Technol. 2018;55\(11\):1245–1254.](#)
- [6] Nahla AA. Analytical solution to solve the point reactor kinetics equations. [Nucl Eng Des. 2010;240\(6\):1622–1629.](#)
- [7] Feynman RP, de Hoffmann F, Serber R. Dispersion of the neutron emission in U-235 fission. [J Nucl Energy. 1956;3\(1–2\):64–69.](#)
- [8] Diven BC, Martin HC, Taschek RF, et al. Multiplicities of fission neutrons. [Phys Rev. 1956;101\(3\):1012–1015.](#)
- [9] Orndoff JD. Prompt neutron periods of metal critical assemblies. [Nucl Sci Eng. 1957;2\(4\):450–460.](#)
- [10] ANSeeN: HSDMCA [Internet]. Japan; ANSeeN Inc. [cited 2025 May 29]. Available from: <https://anseen.com/products-2/%e6%b3%a2%e5%bd%a2%e8%a7%a3%e6%9e%90%e8%a3%85%e7%bd%ae/>
- [11] Vogelsang TJ, Yang J. Exactly/nearly unbiased estimation of autocovariances of a univariate time series with unknown mean. [J Time Ser Anal. 2016;37\(6\):723–740.](#)
- [12] Hohara S, Endo T, Takahashi K, et al. A Feynman- $\alpha$  analysis ranging over time constants of delayed neutrons based on time-sequence counting data consecutively acquired for a very long time. [J Nucl Sci Technol. 2023;60\(6\):724–730.](#)
- [13] Koning AJ. Bayesian Monte Carlo method for nuclear data evaluation. [Nucl Data Sheets. 2015;123:207–213.](#)
- [14] Rochman D, Bauge E, Vasiliev A, et al. Monte Carlo nuclear data adjustment via integral information. [Eur Phys J Plus. 2018;133\(12\):537.](#)
- [15] Hogan WS. Negative-reactivity measurements. [Nucl Sci Eng. 1960;8\(6\):518–522.](#)
- [16] Endo T, Nonaka A, Imai S, et al. Subcriticality measurement using time-domain decomposition-based integral method for simultaneous reactivity and source changes. [J Nucl Sci Technol. 2020;57\(5\):607–616.](#)
- [17] Keepin GR, Wimett TF, Zeigler RK. Delayed neutrons from fissionable isotopes of uranium, plutonium, and thorium. [Phys Rev. 1957;107\(4\):1044–1049.](#)
- [18] Kunsch HR. The Jackknife and the bootstrap for general stationary observations. *Ann Statist.* 1989;17(3):1217–1241.
- [19] Politis DN, Romano JP. A circular block resampling procedure for stationary data. In: *Exploring the limits of bootstrap.* New York: Wiley;1992. pp. 263–270.
- [20] Endo T, Yamamoto A. Comparison of theoretical formulae and bootstrap method for statistical error estimation of Feynman- $\alpha$  method. [Ann Nucl Energy. 2019;124:606–615.](#)
- [21] Virtanen P, Gommers R, Oliphant TE, et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. [Nat Methods. 2020;17\(3\):261–272.](#)

- [22] Harada Y, Yamaguchi H, Endo T, et al. Data assimilation using prompt neutron decay constant for water to reduce uncertainties due to thermal neutron scattering law. In: Proc ICNC 2023; 2023 Oct 1–6; Sendai, Japan.
- [23] Nakano S, Ueno G, Higuchi T. Merging particle filter for sequential data assimilation. [Nonlin Processes Geophys. 2007;14\(4\):395–408.](#)

## 第3章 近畿大学原子炉体系における提案手法の妥当性確認

### 3.1. 本章の概要

本章では、第2章で提案したラグ1自己共分散を用いた未臨界度推定手法の妥当性を確認するため、近畿大学原子炉(University Teaching and Research Reactor of Kindai University : UTR-KINKI)を用いて実施した実験および解析結果について述べる。まず、3.2節では提案手法の有効性を評価するにあたり、実験対象とする原子炉の基礎的な核特性を把握し、未臨界度推定における参照値を整備する。本節では、炉心の反応度特性を把握するために実施した制御棒価値測定について述べ、落下法およびペリオド法による測定結果を示す。続く3.3節ではUTR-KINKIにおいて実施した炉雑音測定実験について述べる。炉雑音測定の実験体系を示し、取得した炉雑音データに対する解析結果および提案手法による未臨界度推定結果を示す。さらに得られた解析結果について従来の炉雑音解析手法と比較したときの遅発中性子成分の抽出性や推定値改善の観点から考察を行う。最後に3.4節で本章のまとめを述べる。

### 3.2. 近畿大学原子炉の基礎的な核特性評価

本節では、本研究で対象とする近畿大学原子炉 UTR-KINKI[1]の基礎的な核特性について評価を行う。まず3.2.1項では、UTR-KINKIの炉型、炉心構成、制御棒配置および固有中性子源などの基本的な炉心特性について概説し、本研究の実験対象となる原子炉の特徴を明らかにする。次に3.2.2項では、炉心の反応度特性を把握するために実施した制御棒価値測定について述べ、落下法およびペリオド法を用いた測定手法、測定条件、ならびに反応度評価および不確かさ評価の方法を示す。これらの結果は、以降の提案手法による未臨界度評価における参照値データとして用いられる。

#### 3.2.1. 近畿大学原子炉 UTR-KINKI の概要

UTR-KINKIは燃料に濃縮ウランが用いられた軽水減速黒鉛反射体の非均質熱中性子炉であり、定格熱出力が1Wのゼロ出力炉として運転される。図3-1に示すように、炉心は南北に設置された2つの燃料タンクから構成され、それぞれの燃料タンクには6体の燃料体と軽水減速材が収められ、周囲を黒鉛反射体に囲われた二分割炉心である。本炉心は4本の制御棒(SR#1, SR#2, SSR, RR)を有し、いずれも中性子吸収材としてカドミウム板を用いている。燃料は濃縮ウランとアルミニウムの合金をアルミニウムで被覆したものをを用いており、ウランの $\alpha$ 崩壊に伴う $\alpha$ 粒子による $^{27}\text{Al}(\alpha, n)^{30}\text{P}$ 反応に起因した微弱な固有中性子源[1], [2]が存在する。炉心起動用の中性子源としては $\text{Pu-Be}(1.4 \times 10^6 \text{ n} \cdot \text{s}^{-1})$ が使用されている。

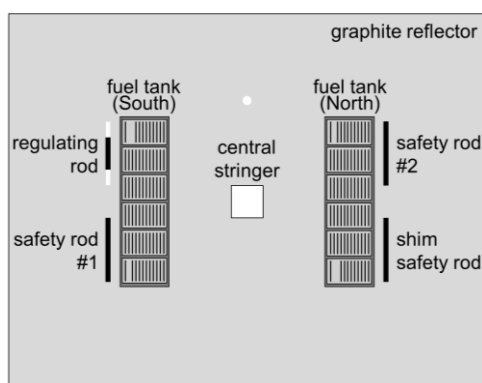


図 3-1 UTR-KINKI の炉心上面図

### 3.2.2. 制御棒価値

本実験(2025年1月27日実施)では、制御棒価値の測定に落下法とペリオド法[1]を用いた。まず表 3-1 に臨界時の各制御棒位置を示す。ここで、制御棒の全挿入状態が 0%、全引き抜き状態が 100%に、それぞれ対応している。SR#1, SR#2, SSR の制御棒価値は表 3-1 に示した位置から対応する制御棒のみを落下させることで測定した。また RR のわずかな引き抜き分の反応度価値は RR のみを全挿入した際に得られた負のペリオドから求めた。実験時には、中央ストリンガー孔に、有感部の大きさ(中性子検出感度)が異なる 3 種類の光ファイバ検出器[3]を、炉心軸方向の中心位置に挿入した。

表 3-1 各制御棒の臨界時位置

制御棒	臨界時位置 (%)
SR#1	100
SR#2	100
SSR	100
RR	7.8

#### ● 落下法による制御棒価値測定

落下法による各制御棒価値の測定条件について述べる。落下法では図 3-1 に示す中央ストリンガー孔に挿入し、軸方向中心位置に設置した中感度光ファイバ検出器[3]で取得した中性子計数データを用いた。落下法では(3.1)式に基づきドル単位の反応度を評価した。

$$\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} = - \frac{n(0)}{\int_0^{t_{\text{max}}} n(t) dt} \sum_{i=1}^6 \frac{a_i}{\lambda_i} \quad (3.1)$$

ここで、 $n(0)$ は制御棒落下前の臨界状態における中性子計数率、 $n(t)$ は時刻 $t$ における中性子計数率である。本実験において取得した制御棒落下時の中性子計数データは図 3-2 に示す。解析には、制御棒落下後のバックグラウンド成分を差し引いた中性子計数値を用いた。

測定手順として、まず表 3-1 に示す制御棒位置に設定し、各制御棒を落下させる前に 100 秒間の中性子計数を取得し、その平均計数率を $n(0)$ とした。次に、測定対象の制御棒を落下させ、積分値 $\int_0^{t_{\max}} n(t)dt$ を測定した。積分時間はいずれの測定でも $t_{\max} \geq 600$  sを確保している。得られた $n(0)$ と $\int_0^{t_{\max}} n(t)dt$ を用いて(3.1)式よりドル単位の反応度を評価した。遅発中性子先行核のパラメータ $a_i$ ,  $\lambda_i$ は文献値[1]を使用した。制御棒値の不確かさは、中性子計数がポアソン分布に従うと仮定し、サンプルサイズ $N = 10000$ のランダムサンプリング法により評価した。

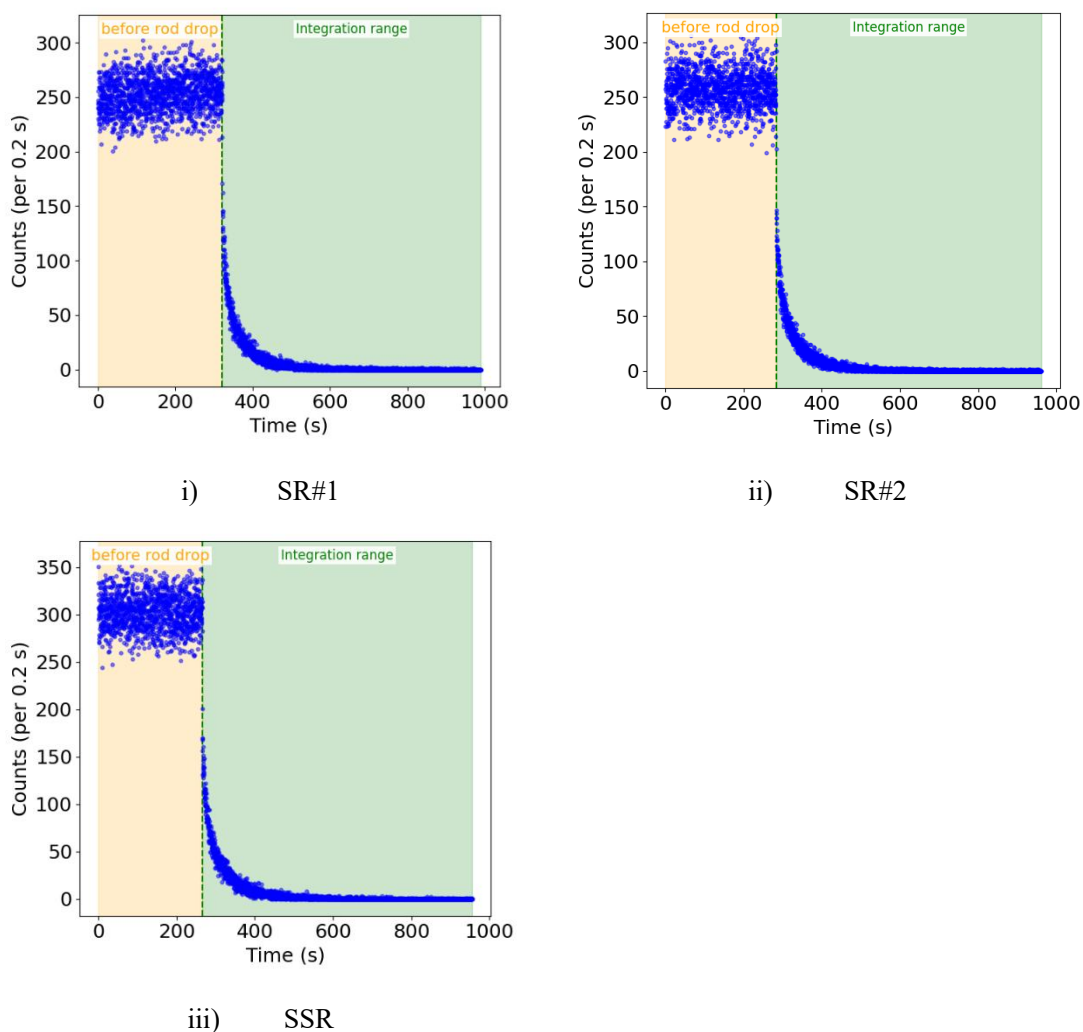


図 3-2 制御棒落下時における中性子計数データ

### ● ペリオド法による反応度値測定

ペリオド法による RR 引き抜き分に対応する反応度値の測定条件について述べる。ペリオド法でも落下法と同様に中央ストリンガー孔に設置した中感度光ファイバ検出器で取得した中性子計数データを用いた。RR のみ全挿入した時に得られた中性子計数データを図

3-3 に示す。ペリオド法では中性子計数がe倍または1/e倍になる周期であるペリオド $T$ を測定することで、(3.2)式に基づきドル単位の反応度を評価する。

$$\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} = \sum_{i=1}^6 \frac{a_i}{1 + \lambda_i T} \quad (3.2)$$

測定手順としては、まずに示す制御棒位置からRRを全挿入し、得られた中性子計数に対して(3.3)式をフィッティングし、中性子計数の最も遅い減衰成分に対応する増幅率 $\omega_1 < 0$ を測定した。

$$n(t) = Ae^{\omega_1 t} \quad (3.3)$$

次に、 $T = 1/\omega_1$ の関係より負のペリオドに換算し、遅発中性子先行核のパラメータ $a_i$ 、 $\lambda_i$ は落下法と同様に、文献値[1]を使用することで(3.2)式よりドル単位の反応度を評価した。反応度値の不確かさは、中性子計数がポアソン分布に従うと仮定し、 $N = 10000$ のランダムサンプリングを行うことで評価した。各サンプルに対して(3.3)式によるフィッティングを実施し、得られた $\omega_1$ の統計的不確かさを反応度評価に伝播させることで、最終的な反応度値の不確かさを算出した。最終的に得られたSR#1, SR#2, SSRの制御棒値、RR反応度値(0→7.8%)を表3-2に示す。

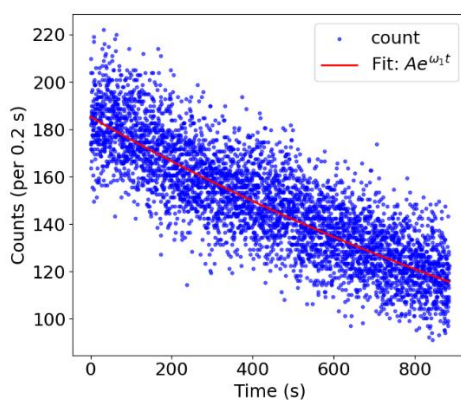


図 3-3 RR 全挿入時の中性子計数データ

表 3-2 各制御棒の制御棒値・反応度値

制御棒	制御棒値・ 反応度値 (\$)
SR#1	$0.727 \pm 0.005$
SR#2	$0.731 \pm 0.005$
SSR	$0.713 \pm 0.005$
RR(0→7.8%)	$0.00705 \pm 0.00007$

### 3.3. 提案手法による未臨界度測定

本節では、2025年1月27日の夜間から28日にかけて UTR-KINKI[1]で実施した炉雑音測定実験の実験体系および結果について述べる。まず、3.3.1項で炉雑音測定の実験体系を示す。次に3.3.2項で提案手法による炉雑音解析結果と未臨界度推定結果を説明する。最後に3.3.3項では、提案手法と従来の炉雑音解析手法における遅発中性子の抽出性の違いや、未臨界度推定値の改善に向けて取り組んだ点について考察する。

#### 3.3.1. 実験体系

炉雑音測定実験では、4本の制御棒がすべて全挿入(0%)され、起動用の Pu-Be 中性子源を挿入していない運転停止状態で測定を行った。なお、炉雑音の起因となる種火の中性子はウランの崩壊に伴う  $\alpha$  粒子による  $^{27}\text{Al}(\alpha, n)^{30}\text{P}$  反応である。中性子検出には  $\text{BF}_3$  検出器(直径1インチ、LND-2029[4])を用いており、検出効率を高めるため中央ストリンガーに挿入し、炉心の軸方向中心付近に設置した。中性子計数の時系列データは、リストモードデータ収集システム(ANSeeN, HSDMCA[5])を用いて逐次取得した。炉雑音の総測定時間は約16.2時間であり、平均中性子計数率は  $c = 36.18 \pm 0.06 \text{ s}^{-1}$  であった。

ラグ1自己共分散  $R(T)$  を分析するため、基本検出時間幅  $T_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$  に設定し、検出時間幅  $T$  は  $5 \times 10^{-4} \leq T < 1 \text{ s}$  の範囲で解析した。本測定では総測定時間が十分長く、最大の時間幅  $T = 1 \text{ s}$  であってもサンプルサイズ  $N \approx 58000$  と、サンプルサイズに起因するバイアス[6]は無視できると考えられる。測定された  $R(T)$  の統計的不確かさ  $\sigma_R$  は circular block bootstrap (CBB)法[7]–[9]によって評価した。CBB法では遅発中性子成分の相関構造を十分保持できるようにするため、ブロックサイズ600s、サンプルサイズを  $B = 1000$  とした。

非線形最小二乗フィッティング法は、`scipy.optimize.curve_fit` モジュール[10]を用いて、ドル単位の未臨界度をはじめとする3つのモデルパラメータを決定した。この際、CBB法により得られた標準偏差  $\sigma_R$  を実験不確かさの絶対値として与えた。解析においては、Appendix Bに示すとおり、 $^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂体系に対する Keepin の6群遅発中性子データを、フィッティング関数中の遅発中性子先行核パラメータ  $a_i$  および  $\lambda_i$  として用いた。パラメータ  $\vec{p} = (-\rho/\beta_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}/\Lambda, d)$  の初期値は、一様乱数を用いて(3.4)式に示す下限値および上限値の範囲内で与えた。なお、これらのパラメータ範囲は `scipy.optimize.curve_fit` における“bounds”引数[10]として設定した。

$$\begin{cases} 10^{-4} \leq -\rho/\beta_{\text{eff}} \leq 1000 \\ 1 \leq \beta_{\text{eff}}/\Lambda \leq 1000 \\ 1 \leq d \leq 10000 \end{cases} \quad (3.4)$$

Bayesian Monte Carlo (BMC)法[11], [12]は、非線形最小二乗フィッティング法による推定結果が局所最小値であるか、あるいは大域最小値であるかを確認することを目的として適用した。そのため、BMC法における事前分布としては、非線形最小二乗フィッティング法に

よって推定されたパラメータ $\vec{p}$ の誤差に対して $\pm 10$ 倍の範囲を持つ一様分布を与えた。ここで、事前分布は大域的な最小値がその範囲内に含まれるように設定する必要があることに注意する。BMC 法における粒子数は $M = 10^7$ とし、非線形最小二乗フィッティング法と同様に、BMC における計算でも Keepin の 6 群遅発中性子先行核パラメータ $a_i$ および $\lambda_i$ を用い、(2.40)式に基づいて計算値 $\vec{R}_{\text{calc}}$ を算出した。

測定体系の参照値は、3.2.2 項で示した制御棒価値を用いて評価した。運転停止状態における未臨界度は、SSR、SR#1、SR#2 の各制御棒価値と、RR の反応度価値の総和として評価することができる。また、参照値として用いた $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ は、文献[1]に基づいて推定した値であり、その詳細は後述する表 3-3 に示す。

### 3.3.2. 実験結果

本項では 3.3.1 項に示した体系で測定された炉雑音の解析結果と、提案手法による未臨界度推定結果を示す。さらに落下法およびペリオド法から得られた未臨界度の参照値と提案手法による推定結果を比較し、本手法の妥当性を確認する。

#### ● 炉雑音解析結果

図 3-4 にラグ 1 自己共分散による分析結果と非線形最小二乗法によるフィッティング結果を示す。図 3-4 のエラーバーは CBB 法より求めた実験値の統計的不確かさ $\sigma_R$ を示している。測定された $R(T)$ の変化には、 $T < 10^{-2} \approx 1/|\omega_7|$ と $T > 10^{-1}$ の領域において、顕著な変化が確認され、これら二つの特徴的な変化は、それぞれ(2.40)式に示す即発成分および遅発成分に対応した指数関数的飽和の振る舞いを反映している。また、図 3-4 より、測定された $R(T)$ の変化は、(2.40)–(2.42)式に示した ROM 式によるフィッティングによって良好に再現できることが確認される。

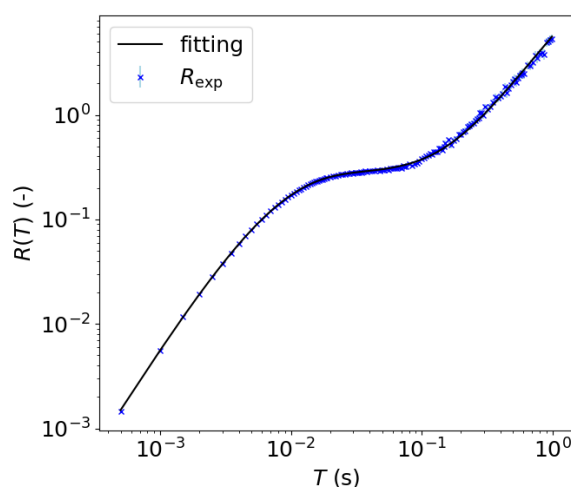


図 3-4 ラグ 1 自己共分散解析による分析結果

### ● 未臨界度推定結果

次に非線形最小二乗フィッティング法と BMC 法による未臨界度推定結果を示す。図 3-6 に BMC を用いたデータ同化前後におけるパラメータ  $\vec{p}$  の事前分布(a priori)および事後分布(a posteriori)を示す。また表 3-3 には、非線形最小二乗フィッティング法および BMC によって推定された 3 つのモデルパラメータと、参照値をまとめて示す。ここで、ドル単位未臨界度  $-\rho/\beta_{\text{eff}}$  の参照値は、落下法によって求めた SSR、SR#1、SR#2 の各制御棒価値と、ペリオド法によって求めた RR の反応度価値の総和として評価した。また、 $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$  の参照値は、文献 [1] に基づいて推定した値である。BMC 適用後の事後分布はいずれもガウス形状の単峰分布を示していることから、本研究における炉雑音解析において、非線形最小二乗フィッティング法が大域的最小値を探索できていることが示されている。また表 3-3 に示すとおり、非線形最小二乗フィッティング法による推定結果は、BMC による推定結果と良好に一致している。以上の結果から、以降の検討では計算コストの観点より、未臨界度の推定に非線形最小二乗フィッティング法を用いる。また、提案手法により推定された未臨界度  $-\rho/\beta_{\text{eff}}$  は、参照値とほぼ等しい値を示している。なお、本提案手法は一点炉近似に基づいて理論的に導出されているため、 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$  の参照値からの系統的な差異は、空間的な高次モード成分を含まない ROM モデルに起因している可能性がある。さらに、本手法より副産物的に得られる  $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$  の推定値についても、参照値と良好に一致している。以上より、本研究における実験解析の結果、提案手法は一点炉動特性パラメータに関する事前知識を必要とすることなく、ドル単位未臨界度  $-\rho/\beta_{\text{eff}}$  の絶対値測定に有効であることが示された。

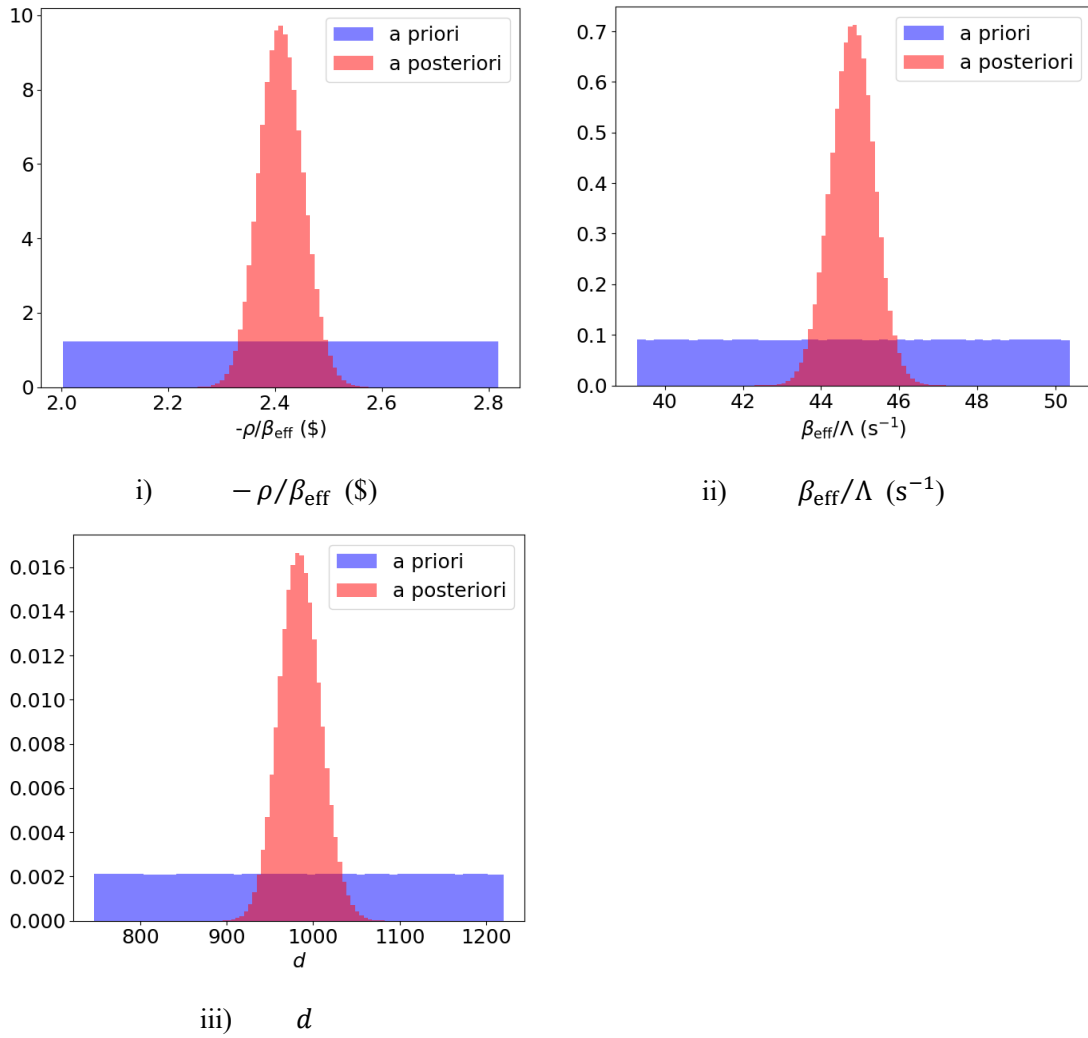


図 3-5 モデルパラメータの事前分布と事後分布

表 3-3 提案手法によるモデルパラメータの推定結果

	非線形最小二乗法	BMC	参照値
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\$)$	$2.41 \pm 0.04$	$2.41 \pm 0.04$	$2.178 \pm 0.009$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	$44.8 \pm 0.6$	$44.8 \pm 0.6$	45.7
$d$	$984 \pm 24$	$985 \pm 24$	—

### 3.3.3. 考察

本項では3.3.2項で得られた結果について、従来法と比較したときの遅発中性子抽出性や、参照値に対する未臨界度推定値の差異の低減、ならびに不感時間の影響という観点から考察を行う。

#### ● 遅発中性子抽出性の比較

従来の炉雑音解析手法による解析結果として、自己相関法および Feynman- $\alpha$ 法による分析例を図 3-6 に示す。本解析においても基本検出時間幅  $T_0 = 5 \times 10^{-4}$  s としており、自己相関法の時間ラグ  $\tau$  および Feynman- $\alpha$ 法の検出時間幅  $T$  はどちらも  $5 \times 10^{-4} \leq \tau, T < 1$  s の範囲に設定している。図 3-6 の誤差バーは 3.3.1 項と同様条件の CBB 法によって推定したブートストラップ標準偏差を示している。ここで、Feynman- $\alpha$ 法では非線形最小二乗法によるフィッティング結果を同時に示している。一方、自己相関法では、後述するように遅発中性子成分による変化が統計的不確かさに埋もれており、有意なフィッティング結果が得られないと判断したため、フィッティングは実施していない。Y 値のフィッティング式には、2.3.3 節に示した理論式に、不感時間補正項  $c_1$  を加えた(3.5)–(3.7)式を用いた。ここで、 $c_1$  は不感時間の影響により Feynman- $\alpha$ 法における Y 値の高さが全体的に低下する(不感時間や計数率が大きい条件では Y 値が負になる場合もある)ことが知られている[13]–[15]ため、その影響を補正する目的で導入した項である。

$$Y(T) = \sum_{j=1}^7 Y_{\infty,j} \left( 1 - \frac{1 - e^{\omega_j T}}{-\omega_j T} \right) + c_1 \quad (3.5)$$

$$Y_{\infty,j} = 2\varepsilon \frac{\langle v(v-1) \rangle}{\langle v \rangle^2} \left( 1 + \frac{\langle v \rangle \langle q(q-1) \rangle}{\langle q \rangle \langle v(v-1) \rangle} (-\rho) \right) \frac{A_j G(-\omega_j)}{-\omega_j} \quad (3.6)$$

$$= d' \frac{1}{\left( -\omega_j \left( \frac{\Lambda}{\beta_{\text{eff}}} + \sum_{i=1}^6 \frac{a_i}{\lambda_i - \omega_j} \right) - \frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} \right) \left( -\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} + \sum_{i=1}^6 a_i \left( \frac{\omega_j}{\lambda_i + \omega_j} \right)^2 \right)}$$

$$d' = \frac{2\varepsilon}{\beta_{\text{eff}}^2} \frac{\langle v(v-1) \rangle}{\langle v \rangle^2} \left( 1 + \frac{\langle v \rangle \langle q(q-1) \rangle}{\langle q \rangle \langle v(v-1) \rangle} (-\rho) \right) \quad (3.7)$$

図 3-6 より、図 3-4 に示すラグ 1 自己共分散の分析結果とは対照的に、遅発中性子成分による顕著な変化は確認されない。この結果は、(2.34)式および(2.37)式における遅発中性子成分の振幅に関する理論的議論と整合している。特に自己相関法では、遅発中性子成分による変化が統計的不確かさに埋もれており、確認できない。

続いて、Feynman- $\alpha$ 法に対するフィッティング結果を観察する。Feynman- $\alpha$ 法ではフィッティングパラメータとして、ドル単位の未臨界度  $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ 、一点炉動特性パラメータの比

$\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ 、比例係数 $d'$ 、および不感時間補正係数 $c_1$ の4つのパラメータを設定した。図 3-6 より(3.5)式が測定値を良好に再現できていることが確認できる。表 3-4 には、Feynman- $\alpha$ 法によるパラメータの推定結果を示す。比較のため、不感時間補正項 $c_1$ を加えずにパラメータ推定した結果も併せて示す。不感時間補正を行わず、2.3.3 節に示した(2.27)式をそのままフィッティング式とした場合、参照値と比較して約 0.6 \$ 過大評価されている。一方で、不感時間補正項を追加することで、参照値に近づく方向にシフトし、ラグ 1 自己共分散による推定結果と同程度の値が得られている。これは、従来の知見通り、遅発中性子成分を利用した未臨界度推定においても不感時間補正項が有効であることを示している。また、本体系においては、不感時間補正項を加えることで従来手法である Feynman- $\alpha$ 法においても、遅発中性子成分を利用した未臨界度推定が概ね妥当であることが示された。

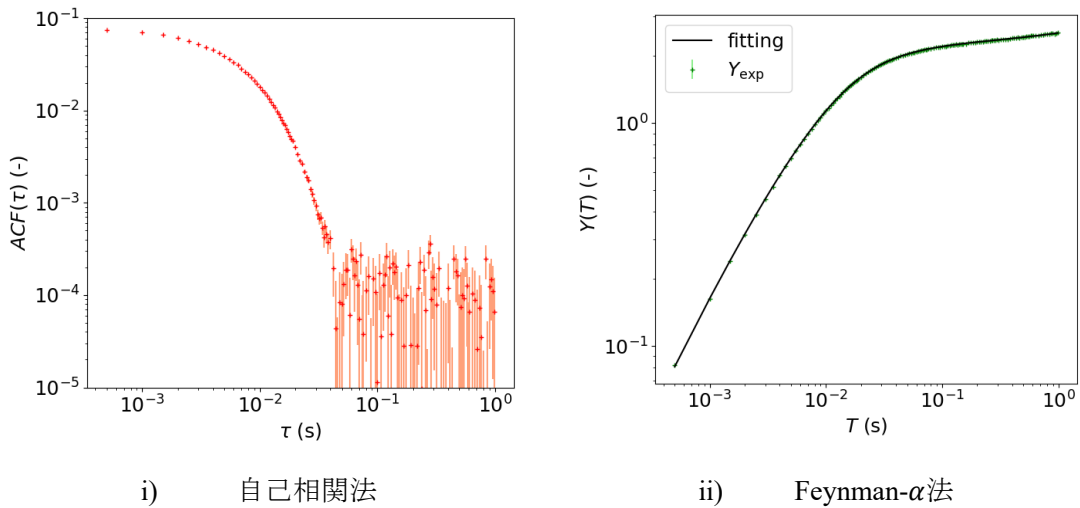


図 3-6 従来の炉雑音解析手法による分析結果

表 3-4 Feynman- $\alpha$ 法によるモデルパラメータの推定結果

	非線形最小二乗法 (不感時間補正無)	非線形最小二乗法 (不感時間補正有)	参照値
$-\rho/\beta_{\text{eff}}$ (\$)	$2.78 \pm 0.11$	$2.46 \pm 0.09$	$2.178 \pm 0.009$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ ( $s^{-1}$ )	$39.5 \pm 1.2$	$44.0 \pm 1.2$	45.7
$d'$	$67 \pm 4$	$56 \pm 3$	—
$c_1$	—	$-0.0061 \pm 0.0004$	—

### ● フィッティング式の改良

表 3-3 に示した結果から分かるように、制御棒価値から得られた参照値と比較して、提案手法による未臨界度推定結果は 0.2 \$ 程大きな値を示している。一方、前項目で示した Feynman- $\alpha$ 法によるパラメータ推定結果では、不感時間補正項を導入することにより、未臨

界度の推定値が参照値に近づく方向に改善されることが確認された。この結果は、炉雑音解析において理論式に補正項を導入することが、未臨界度推定の精度向上に有効である可能性を示唆している。そこで、提案手法による未臨界度推定値と参照値との差異を低減するために、これまでフィッティング式として用いていた(2.42)式を改良することを検討した。

まず、フィッティング結果が実験結果をどの程度再現できているかを定量的に評価するため、(3.8)式に示す標準得点 $z$ を定義した。検出時間幅 $T$ に対して $z$ を算出することで、どの時間領域においてフィッティングと実験結果の乖離が生じているかを分析する。標準得点は、フィッティングで得られた $R_{\text{fit}}$ と炉雑音解析より得られた $R_{\text{exp}}$ の残差を、実験値の標準偏差 $\sigma_{\text{exp}}$ で規格化した量であり、値が0に近いほど、その検出時間幅においてフィッティングが実験結果を良好に再現していることを意味する。

$$z(T) = \frac{R_{\text{fit}}(T) - R_{\text{exp}}(T)}{\sigma_{\text{exp}}(T)} \quad (3.8)$$

フィッティング式(2.42)式に対しては、定数項または直線項の追加を検討し、 $z$ 値およびパラメータ推定結果を観察した。定数項や直線項を追加する理由としては、Feynman- $\alpha$ 法に関する先行研究において、不感時間[13]-[15]や遅発中性子の影響を考慮した定数項や直線項をフィッティング式に加えることで、基本モード成分の $\alpha$ の推定結果が改善することが知られていたためである。図 3-7 に補正項を追加する前の検出時間幅 $T$ に対する $z$ 値と、定数項+Cや直線項+DTを追加した場合の $z$ 値を示す。補正項を追加しない場合には、検出時間幅が $T < 10^{-3}$ の小さい領域で、 $z > 2$ と実験結果とフィッティング結果のずれが大きくなっていることが分かる。定数項や直線項を導入することで $z$ 値が0に近づき、より実験結果をより良好に再現したフィッティングが可能となることが確認できる。一般に遅発中性子成分は検出時間 $T$ が大きい領域で現れるのに対し、本項目で導入した直線項による補正の影響は、主に $T$ の小さい領域に現れている点に留意が必要である。すなわち、本研究における補正項の追加は、遅発中性子成分を高精度に抽出することを目的としたものではなく、理論式と測定値とのずれを補正することで全体のフィッティングの整合性を改善し、結果として未臨界度の推定精度を向上させることにある。実際、補正項を追加しない場合のフィッティング結果が、特に時間幅が小さい領域において測定値よりも大きな値を示すことから、ROM式において不感時間による数え落としの影響を考慮していない点が、この差異の原因だと推測し、次項目において追加の考察を行うこととした。

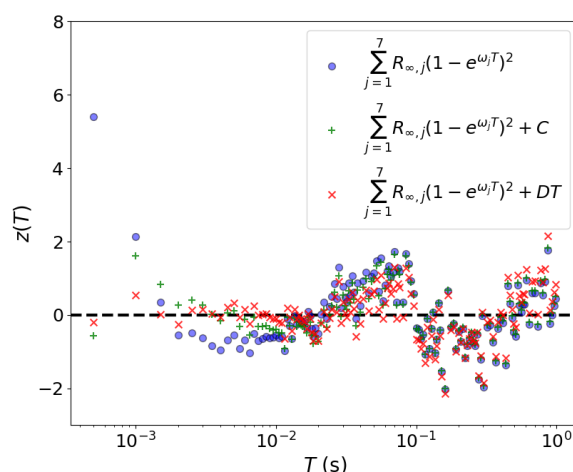


図 3-7 検出時間幅に対する標準得点

次に、フィッティング式に補正項を加えた場合のパラメータ推定結果を示す。直線項を加えた場合の未臨界度推定値が、統計誤差  $3\sigma$  の範囲内に参照値を含む結果となり、ドル単位未臨界度の推定結果が改善できることを確認した。さらに、この推定結果は、従来法である Feynman- $\alpha$ 法に不感時間補正項を導入した場合と比較しても参照値に近い値を示しており、遅発中性子成分を利用した未臨界度推定において、ラグ 1 自己共分散に基づく提案手法の有効性を示唆している。

表 3-5 フィッティング式に対するパラメータの推定結果

	補正項なし	定数項	直線項	参照値
$-\rho/\beta_{\text{eff}}$ (\$)	$2.41 \pm 0.04$	$2.40 \pm 0.04$	$2.28 \pm 0.04$	$2.178 \pm 0.009$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ ( $s^{-1}$ )	$44.8 \pm 0.6$	$45.2 \pm 0.6$	$46.8 \pm 0.6$	45.7
$d$	$984 \pm 24$	$979 \pm 23$	$919 \pm 22$	—
補正係数	—	$(-4.9 \pm 0.7) \times 10^{-5}$	$-0.11 \pm 0.02$	—

### ● 不感時間の影響調査

前の項目でフィッティング式に直線項を追加することで未臨界度の推定値が改善されることを示した。本項ではこの直線項による推定値改善の物理的要因について、不感時間の観点から考察を行う。

検出器の不感時間がラグ 1 自己共分散の測定結果に及ぼす影響を調べるため、ANSeeN 製の HSDMCA[5]で測定されたリストモードデータに対し、先行研究[16]の手法に倣って仮想的に不感時間を付与した。具体的には、設定した不感時間内に含まれる検出イベントを除外することで、不感時間を模擬した仮想的な時系列データを作成した。データ作成のイメージは図 3-8 に示す通りで、麻痺型不感時間と非麻痺型不感時間の双方を模擬した。麻痺型では、検出器が一度信号を検出すると、その後の不感時間中に新たな放射線が入射するたびに

不感時間がリセット(延長)される。そのため、高計数率領域では検出数が急激に減少し、最終的にほぼゼロとなる。一方、非麻痺型では、信号検出後に一定時間のみ応答せず、その間に入射した放射線は単に無視される。このため、高計数率領域では検出数が一定値に漸近する傾向を示す。

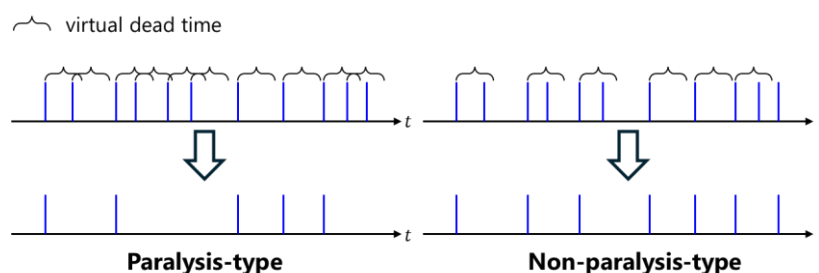
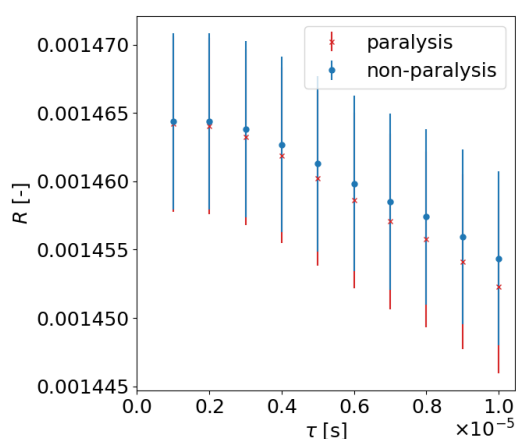
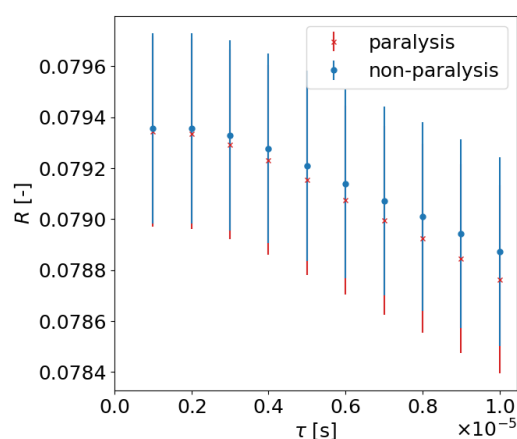


図 3-8 仮想的な不感時間を与えた際の時刻データ処理

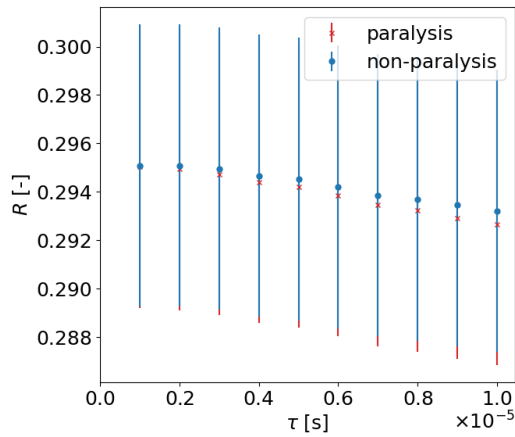
仮想的な不感時間を  $1 \times 10^{-6} \leq \tau \leq 1 \times 10^{-5}$  (s) の範囲で与えたときのラグ 1 自己共分散について代表的な検出時間幅  $T$  ごとの結果を図 3-9 に示す。赤×印と赤いエラーバーは麻痺型のラグ 1 自己共分散と CBB 法によって推定した標準偏差、青●印と青いエラーバーは非麻痺型のラグ 1 自己共分散と CBB 法によって推定した標準偏差である。  $\tau > 0.2 \times 10^{-5}$  s の領域では、 $\tau$  の増加に伴いラグ 1 自己共分散の値が概ね線形で減少している。これは、実際に使用した検出器の不感時間よりも仮想的に与えた不感時間が大きくなることで、不感時間内に発生した検出イベントが除外されるためである。また、麻痺型では不感時間が延長されることにより、除外されるイベント数が非麻痺型より多くなるため、ラグ 1 自己共分散の値は非麻痺型に比べてより小さくなる傾向を示している。



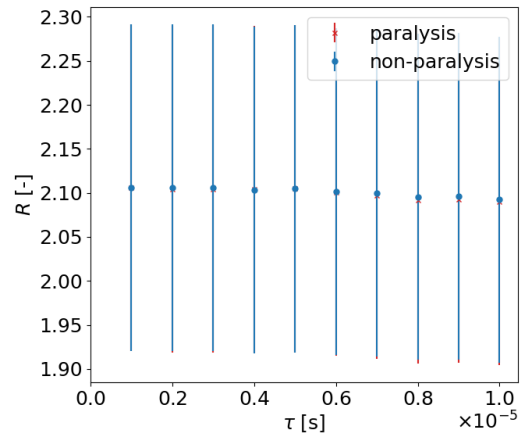
i) 検出時間幅  $T = 5 \times 10^{-4}$  s



ii) 検出時間幅  $T = 5 \times 10^{-3}$  s



iii) 検出時間幅  $T = 5 \times 10^{-2} \text{ s}$



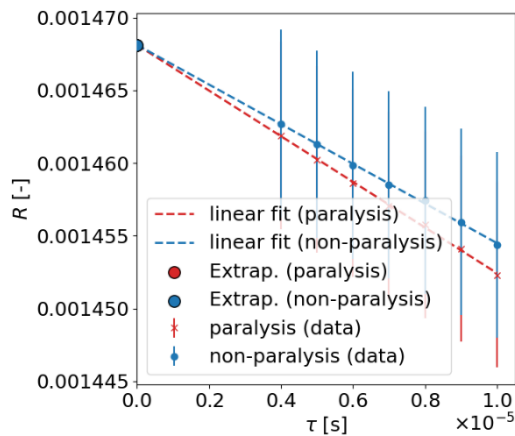
iv) 検出時間幅  $T = 0.496 \text{ s}$

図 3-9 不感時間 $\tau$ に対するラグ 1 自己共分散

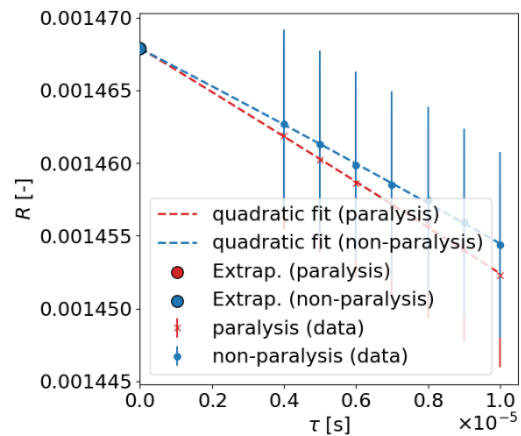
次に、図 3-9 に示すように、不感時間に対するラグ 1 自己共分散の変化傾向に基づいて、 $\tau = 0$ におけるラグ 1 自己共分散の値を外挿によって求めることで、不感時間補正を行った。外挿には `scipy.optimize` モジュール内の `curve_fit` 関数を用い、

- (1) 直線モデル  $y = a\tau + b$  および
- (2) 二次多項式モデル  $y = a\tau^2 + b\tau + c$

による最小二乗フィッティングを実施し、 $\tau = 0$ における値を推定した。フィッティングの範囲は、 $\tau$ に対してラグ 1 自己共分散 $R$ が線形で減少し始める領域( $\tau \geq 0.4 \times 10^{-4} \text{ s}$ )からとした。

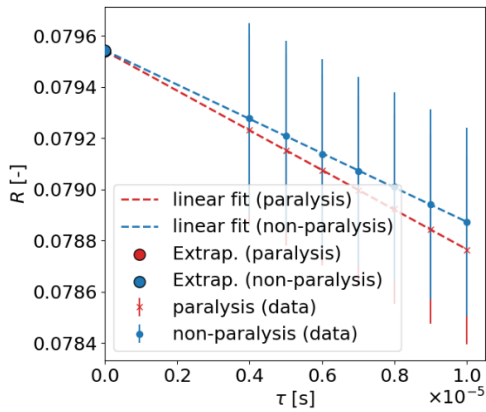


(1) 直線外挿

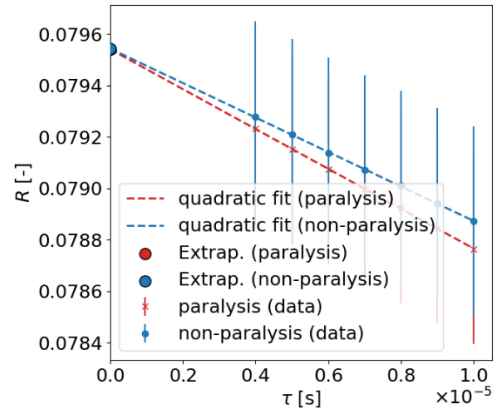


(2) 2次外挿

i) 検出時間幅  $T = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$

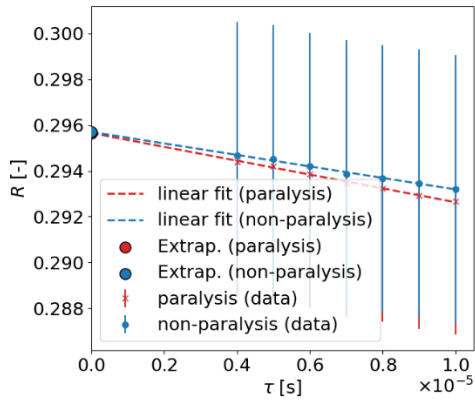


(1) 直線外挿

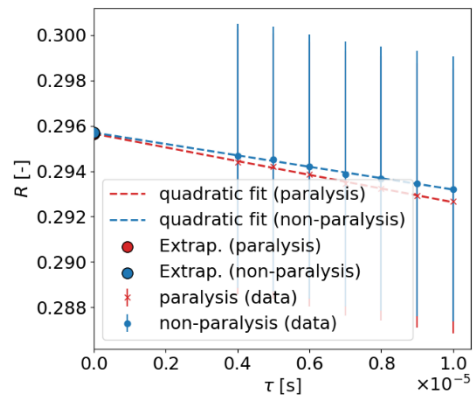


(2) 2次外挿

ii) 検出時間幅  $T = 5 \times 10^{-3}$  s

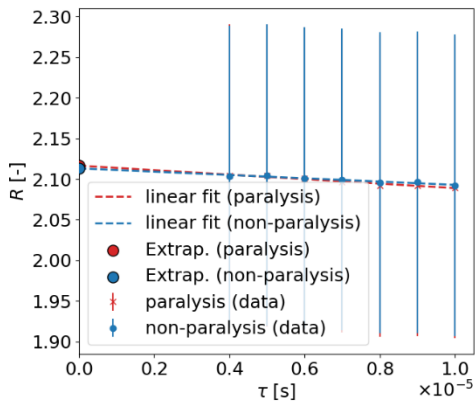


(1) 直線外挿

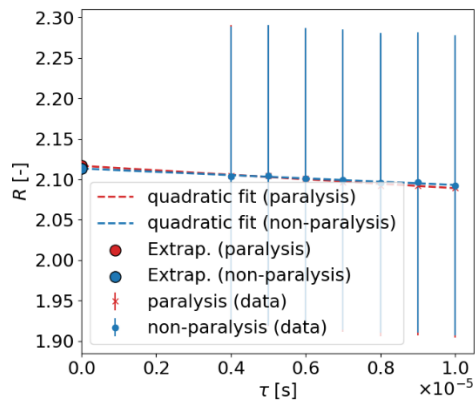


(2) 2次外挿

iii) 検出時間幅  $T = 5 \times 10^{-2}$  s



(1) 直線外挿



(2) 2次外挿

iv) 検出時間幅  $T = 0.496$  s

図 3-10 ラグ 1 自己共分散の推定結果( $\tau = 0$ まで外挿)

補正前後の $R$ 値の差を比較するため、検出時間幅 $T$ に対する補正前と補正後の差分を図 3-11 に示す。図 3-10, 図 3-11 から、不感時間モデルや外挿モデルの選択によって最終的に補正される $R$ 値に大きな差が生じないことが分かる。

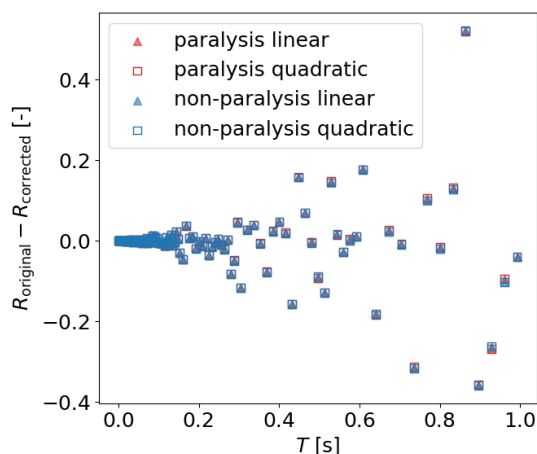


図 3-11 検出時間幅に対する不感時間補正前後の $R$ 値の差分

直線項による補正を考察するため、 $T < 0.01$  sの範囲に絞り、麻痺型不感時間に対して線形外挿によって補正した結果に注目する。図 3-12 より、検出時間幅に対する $R$ 値の差分は概ね線形で変化しており、その傾きは負の値を示していることが確認できる。フィッティング式に直線項として導入した補正項の傾きは $-0.11 \pm 0.02$ と同様に負の値を示しており、両者の符合は一致している。以上より、傾きの大きさの値は一致していないものの、検出時間幅が小さい領域において不感時間の影響により $R$ 値が減少するという定性的傾向が、直線項による補正に反映されていると考えられる。このことから、直線項の導入によって未臨界度推定値が改善した要因の一つとして、不感時間の影響が寄与している可能性が示唆される。

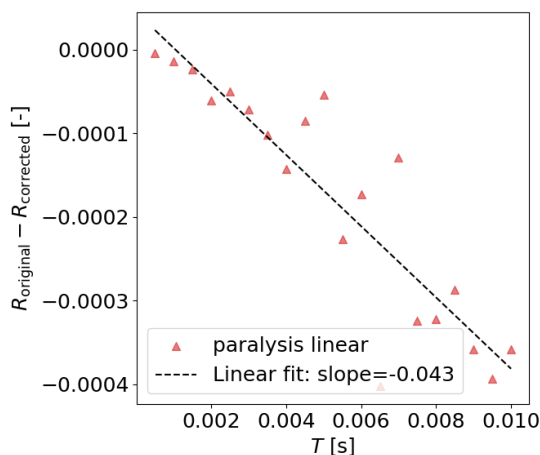


図 3-12  $T \leq 0.01$  sでの不感時間補正前後の $R$ 値の差分

### 3.4. 本章のまとめ

本章では、第 2 章で導出した理論式および提案した未臨界度推定手法の妥当性を確認するため、UTR-KINKI を用いて実施した実験および解析結果について整理し、第 2 章で導出した理論式が実験値を再現可能であること、提案手法が未臨界度の絶対値測定に有効であることを示した。

3.1 節では、本章の概要を説明した。

3.2 節では、実験対象とした UTR-KINKI の基礎的な核特性評価を行った。炉型や炉心構成、制御棒配置および固有中性子源などの基本的な炉心特性について概説し、本研究で対象とする原子炉の特徴を明らかにした。さらに、提案手法による未臨界度推定結果の妥当性確認のために実施した落下法およびペリオド法による制御棒価値測定について、測定手法や測定条件、ならびに測定結果を整理した。

3.3 節では、UTR-KINKI において実施した炉雑音測定実験の実験体系や解析結果、およびその結果に対する考察を述べた。はじめに、炉雑音測定の実験体系を示し、取得した時系列データの解析条件について説明した。次に炉雑音解析結果を示し、第 2 章で導出した理論式により、ラグ 1 自己共分散の測定値を良好に再現できることを確認した。さらに非線形最小二乗法および BMC 法による未臨界度推定結果を示し、両手法によるパラメータ推定値が一致していることや、推定値が参照値と概ね一致していることを示し、提案手法の有効性を明らかにした。解析結果に対する考察を行い、従来法と比較した場合に、提案手法の方が遅発中性子をより抽出できる点について、第 2 章で行った理論的考察と概ね整合していることを確認した。一方で、Feynman- $\alpha$ 法においても、不感時間補正項を導入することで遅発中性子成分を利用した未臨界度推定が提案手法と同程度の結果を与えることが示された。これを踏まえ、提案手法に対してもフィッティング式への補正項の導入を検討した結果、直線項を加えることで未臨界度推定結果が改善されることを確認し、その要因の一つとして不感時間の影響が考えられることを示した。

本章で示した結果は、UTR-KINKI の炉停止状態という特定の炉心条件において提案手法の有効性を確認したものであり、炉心や未臨界度の大きさなどの体系条件が変化した場合における適用性については追加の検討が必要である。そこで次章では、異なる体系条件に対して提案手法を適用し、ラグ 1 自己共分散の測定値および未臨界度推定結果を調査することで、本手法の適用範囲および課題について検討する。

### 3.5. 参考文献

- [1] Wakabayashi G, Yamada T, Endo T, et al. Introduction to nuclear reactor experiments. [Singapore: Springer Nature; 2023.](#)
- [2] Sakon A, Nakajima K, Hohara S, et al. Experimental study of neutron counting in a zero-power reactor driven by a neutron source inherent in highly enriched uranium fuels. [J Nucl Sci Technol.](#)

[2019;56\(2\):254–259.](#)

- [3] 渡辺賢一, 大島裕也, 志賀大史, 若林源一郎, 遠藤知弘, 下哲浩, “近畿大学原子炉の炉内中性子計測用光ファイバ型検出器システムの開発”, JSAP 第 84 回秋季学術講演会, 熊本県, Sep.19-23, 2023.
- [4] LND: 2029 Cylindrical BF3 neutron detector [Internet]. Oceanside (NY): LND, Inc.; [cited 2025 May 29]. Available from: <https://www.lndinc.com/products/neutron-detectors/2029/>
- [5] ANSeeN: HSDMCA [Internet]. Japan; ANSeeN Inc. [cited 2025 May 29]. Available from: <https://anseen.com/products-2/%e6%b3%a2%e5%bd%a2%e8%a7%a3%e6%9e%90%e8%a3%85%e7%bd%ae/>
- [6] Vogelsang TJ, Yang J. Exactly/nearly unbiased estimation of autocovariances of a univariate time series with unknown mean. [J Time Ser Anal. 2016;37\(6\):723–740.](#)
- [7] Kunsch HR. The Jackknife and the bootstrap for general stationary observations. *Ann Statist.* 1989;17(3):1217–1241.
- [8] Politis DN, Romano JP. A circular block resampling procedure for stationary data. In: *Exploring the limits of bootstrap.* New York: Wiley;1992. pp. 263–270.
- [9] Endo T, Yamamoto A. Comparison of theoretical formulae and bootstrap method for statistical error estimation of Feynman- $\alpha$  method. [Ann Nucl Energy. 2019;124:606–615.](#)
- [10] Virtanen P, Gommers R, Oliphant TE, et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. [Nat Methods. 2020;17\(3\):261–272.](#)
- [11] Koning AJ. Bayesian Monte Carlo method for nuclear data evaluation. [Nucl Data Sheets. 2015;123:207–213.](#)
- [12] Rochman D, Bauge E, Vasiliev A, et al. Monte Carlo nuclear data adjustment via integral information. [Eur Phys J Plus. 2018;133\(12\):537.](#)
- [13] Yamane Y, Ito D. Feynman- $\alpha$  formula with dead time effect for a symmetric coupled-core system. [Ann Nucl Energy. 1996;23:981–987.](#)
- [14] Hashimoto K, Ohya K, Yamane Y. Experimental investigations of dead-time effect on Feynman- $\alpha$  method. [Ann Nucl Energy. 1996;23:1099–1104.](#)
- [15] Williams MMR. *Random processes in nuclear reactors.* Oxford (UK): Pergamon Press; 1974.
- [16] Gilad E, Neumeier Y, Dubi C. Dead time corrections on the Feynman-Y curve using the backward extrapolation method. [J Nucl Sci Technol. 2018;55\(2\):229–237.](#)

## 第4章 異なる体系条件に対する提案手法の適用

### 4.1. 本章の概要

本章では、第2章で提案したラグ1自己共分散を用いた未臨界度推定手法の適用範囲およびその妥当性を確認するため、Cf-252表示付認証機器によって駆動されるポリエチレン非増倍体系ならびに京都大学臨界集合体実験装置(Kyoto University Critical Assembly : KUCA)を用いて実施された炉雑音測定実験の解析結果について述べる。第3章では近畿大学原子炉の未臨界体系を対象として提案手法の有効性を確認したのに対し、本章では非増倍体系から深い未臨界体系、さらに極めて浅い未臨界体系までを対象とすることで、提案手法の適用範囲を体系的に評価する。まず4.2節では、核燃料を含まないポリエチレン非増倍体系を対象とし、Cf-252表示付認証機器によって駆動される中性子雑音に対してラグ1自己共分散解析を適用する。続く4.3節では、KUCAにおける深い未臨界体系を対象として炉雑音解析を行い、提案手法による未臨界度推定結果を示す。さらに4.4節では、極めて浅い未臨界体系を対象とし、臨界近傍における提案手法の適用性を検討する。最後に4.5節で本章のまとめを述べる。

### 4.2. Cf-252表示付認証機器を用いた非増倍体系

本節では、核燃料を含まない非増倍体系において、Cf-252表示付認証機器によって駆動される中性子雑音に対し、提案手法であるラグ1自己共分散解析を適用する。非増倍体系では核分裂連鎖反応が存在しないため、未臨界度は無限大に相当する。そのため、遅発中性子成分に起因するラグ1自己共分散の立ち上がりは観測されないと予想される。本節では、この理論的予測が実験データにおいて成立するかを観察し、提案手法の非増倍体系への適用性について考察する。まず、4.2.1項において、本実験で用いた非増倍実験体系の概要を示し、体系の構成、中性子源および中性子雑音測定に使用した検出器について述べる。次に4.2.2項では、ラグ1自己共分散による中性子雑音解析結果を示し、遅発中性子成分の抽出性の観点から議論する。最後に4.2.3項において、非増倍体系におけるラグ1自己共分散の理論式を導出し、測定結果との整合性を考察する。

#### 4.2.1. 実験体系

本研究で用いた非増倍体系は、図4-1に示すように、ポリエチレンブロックを組み合わせて構成した中性子減速体系である。ポリエチレンブロックの寸法は200 mm × 100 mm × 50 mmであり、密度は0.963 g/cm<sup>3</sup>である。これらを積層・配置することにより、所定の外形寸法を有するポリエチレン体系を構成した。体系全体の寸法は400 mm × 300 mm × 150 mmであり、内部に核燃料を含まない非増倍体系となっている。

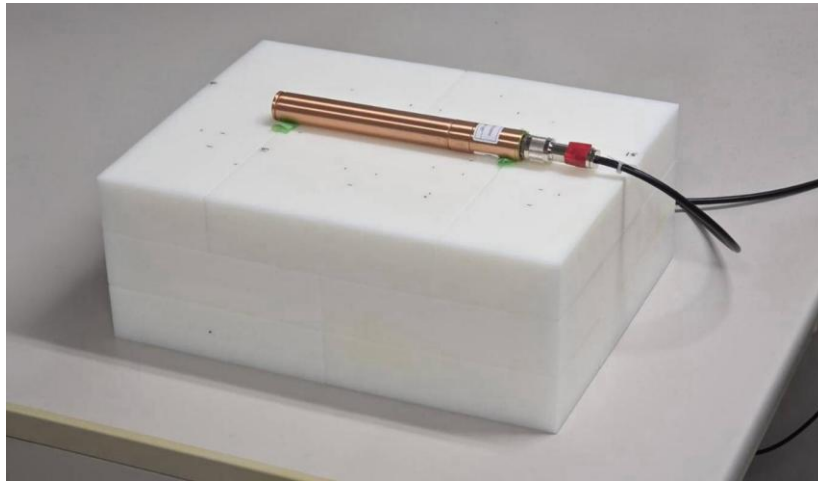


図 4-1 ポリエチレンブロックで構成された非増倍体系

中性子源としては、Cf-252 表示認証付機器( $\sim 3.5 \times 10^5 \text{ n} \cdot \text{s}^{-1}$ 、2025 年 11 月 5 日時点)を用い、ポリエチレン体系の中心位置の円筒状の空洞内に設置した。Cf-252 は自発核分裂により中性子を放出する核種であり、1 回の核分裂事象において複数個の中性子がほぼ同時に放出されるという特徴を有する。自発核分裂に起因して同時に放出された中性子は、ポリエチレン中で減速・散乱されながら検出器に到達する。この同時放出性に起因して、検出される中性子計数の時系列データには時間的相関が含まれる[1]。

中性子検出には、直径 25 mm、長さ 220 mm の BF3 中性子検出器(CENTRONIC 社製：13.5EB/70/25M)を用いた。検出器はポリエチレン体系上面の中心位置に、長辺方向と平行となる向きに設置し、体系内で減速された熱中性子を主に検出する構成とした。検出器の中性子感度としては  $5 \text{ cps} \cdot \text{nv}^{-1}$  であり、中性子計数の時系列データは、リストモードデータ収集システム(ANSeeN, HSDMCA [2])を用いて逐次取得した。本測定(2025 年 11 月 5 日測定開始)の測定時間は約 33.9 時間であり、平均中性子計数率は  $c = 514.46 \pm 0.06 \text{ s}^{-1}$  であった。

ラグ 1 自己共分散  $R(T)$  を分析するため、基本検出時間幅  $T_0 = 1 \times 10^{-5} \text{ s}$  に設定し、検出時間幅  $T$  は  $1 \times 10^{-5} \leq T < 1 \text{ s}$  の範囲で解析した。測定された  $R(T)$  の統計的不確かさ  $\sigma_R$  は CBB 法[3]-[5]によって評価しており、条件は第 3 章とそろえるため、ブロックサイズ 600 s、サンプルサイズを  $B = 1000$  とした。

#### 4.2.2. 実験結果

図 4-2 にラグ 1 自己共分散による中性子雑音解析の結果とそれに対する非線形最小二乗フィッティング結果を示す。なお、フィッティング式には(2.40)-(2.42)式を用いており、bounds 引数として、ドル単位の未臨界度は深い未臨界方向への上限を設けず、 $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$  および比例係数  $d$  は正の範囲に設定した。図 4-2 のエラーバーは CBB 法より求めた実験値の統計的不確かさ  $\sigma_R$  を示している。測定された  $R(T)$  は、 $T < 10^{-3} \text{ s}$  の領域においてのみ顕著な変化が確認されており、それより大きな  $T$  の領域では  $R(T)$  の不確かさが急激に増加している。さ

らに、縦軸を線形軸としてプロットすると、検出時間幅 $T$ が大きい領域では $R(T)$ は0を中心にはばらついていることが分かり、これは検出時間幅 $T$ を広げることで、隣接するカウント間の相関が失われているためであると考えられる。その結果、第3章3.3.2項に示したUTR-KINKI[6]での結果と比較して、遅発中性子成分に対応した指数関数的飽和は確認されない。さらに表4-1にパラメータの推定結果を示す。得られた収束解は炉物理的な意味を持つ推定値ではなく、これは前述の通り、遅発中性子成分に起因する $R(T)$ の立ち上がりが存在せず、ドル単位の未臨界度や一点炉動特性パラメータの比を原理的に推定不可能であるためと結論付けられる。以上の結果より、未臨界度が無限大の非増倍体系では遅発中性子成分が観察されず提案手法の適用は不可能なこと、さらにCf-252表示付認証機器による自発核分裂では、遅発中性子先行核の影響を無視できることを示している。

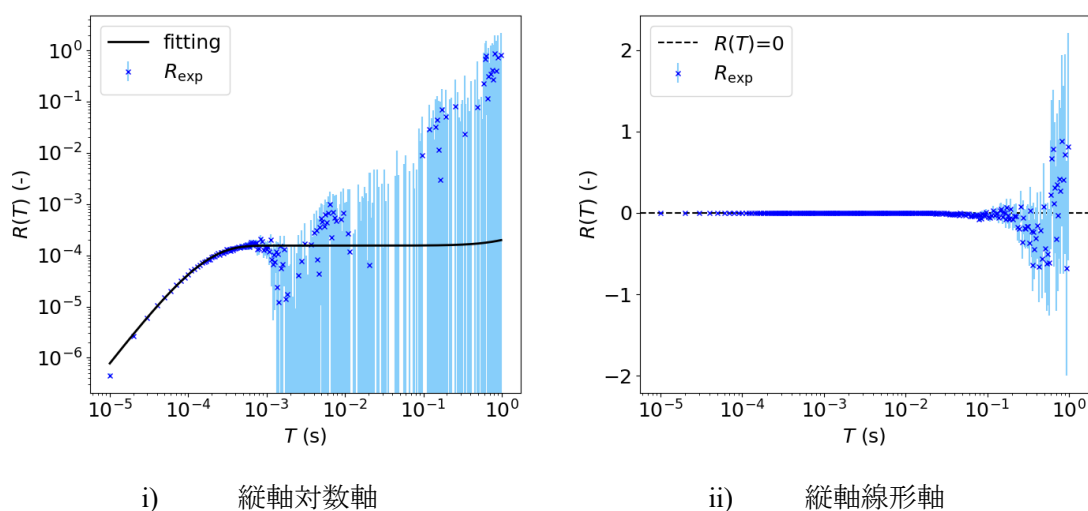


図 4-2 非増倍体系におけるラグ 1 自己共分散の解析結果

表 4-1 非増倍体系におけるパラメータの推定結果

	提案手法
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\$)$	$8937 \pm 33$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	$0.82 \pm 0.01$
$d$	$1.8 \times 10^8$

#### 4.2.3. 考察

本項では、4.2.2項に示した非増倍体系におけるラグ 1 自己共分散の解析結果について考察する。そのために、まず非増倍体系におけるラグ 1 自己共分散理論式を導出し、4.2.2項に示した測定値と一致するか確認を行う。非増倍体系では核分裂連鎖反応が起こらないため、時刻 $t_0$ で中性子が 1 個入射された時の、時刻 $t$ での中性子の期待値 $P(t|t_0)$ は基本モード近似を行うことで(4.1)式のように書ける。

$$P(t|t_0) = e^{-\alpha_0(t-t_0)} \quad (4.1)$$

ここで $\alpha_0$ は基本モード成分の即発中性子減衰定数である。次に、物理的直観法[7], [8]によって二時点検出確率を求める。物理的直観法において考慮すべき中性子ペアの検出過程としては、①別々の自発核分裂によって発生した中性子が検出されるケースと、②自発核分裂によって同時に発生した中性子のうち2つの中性子が検出されるケースの2つである。これらを考慮すると、二時点検出確率 $P_2(t_1, t_2)dt_1dt_2$ は(4.2)式のように与えられる。

$$P_2(t_1, t_2)dt_1dt_2 = \left\{ \left( \frac{S\lambda_d \langle q \rangle}{\alpha_0} \right)^2 + \frac{S\lambda_d^2 \langle q(q-1) \rangle}{2\alpha_0} e^{-\alpha_0(t_2-t_1)} \right\} dt_1dt_2 \quad (4.2)$$

$$= \left\{ c^2 + \frac{1}{2}c \frac{\langle q(q-1) \rangle}{\langle q \rangle} e^{-\alpha_0(t_2-t_1)} \right\} dt_1dt_2$$

$$c = \frac{S\lambda_d \langle q \rangle}{\alpha_0} \quad (4.3)$$

ただし、(4.2), (4.3)式中の定数は次のように定義される。

- $S$  : 単位時間あたりの自発核分裂数
- $\lambda_d$  : 単位時間あたりに1個の中性子が検出される確率
- $q$  : 1回の自発核分裂あたりに放出される中性子数
- $\langle q \rangle$  :  $q$ の平均
- $\langle q(q-1) \rangle$  :  $q$ の2次モーメント
- $c$  : 単位時間あたりに検出される中性子数の期待値

(4.2)式を用いてラグ1自己共分散を導出すると(4.4)式のようになる。(4.4)式は非増倍体系におけるラグ1自己共分散が、基本モード成分の $\alpha_0$ によってその飽和挙動が支配されることを示している。

$$R(T) = \langle C_n(T)C_{n+1}(T) \rangle - \langle C_n(T) \rangle^2$$

$$= \int_{nT}^{(n+1)T} dt_2 \int_{(n-1)T}^{nT} dt_1 P_2(t_1, t_2) - \langle C_n(T) \rangle^2 \quad (4.4)$$

$$= R_\infty (1 - e^{-\alpha_0 T})^2$$

$$R_\infty = \frac{1}{2}c \frac{\langle q(q-1) \rangle}{\langle q \rangle} \frac{1}{\alpha_0^2} \quad (4.5)$$

導出した(4.4)式が実験により得られたラグ1自己共分散の測定結果を再現できるか確認するため、図4-2に示した測定値に対して非線形最小二乗フィッティングを行った。その結果を図4-3に示す。短い検出時間幅 $T$ の領域( $T \leq 10^{-3}$  s)において、理論式は実験値の指数関数的な立ち上がり挙動と良好に一致していることが分かる。この結果は、非増倍体系におけるラグ1自己共分散が、基本モード成分の即発中性子減衰定数 $\alpha_0$ によって支配されているという理論的予測と整合している。

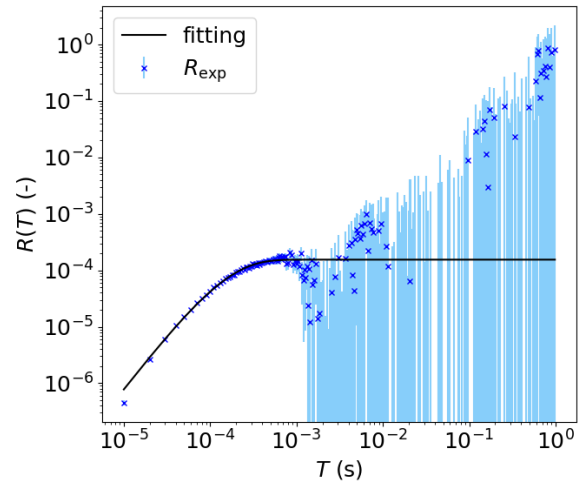


図 4-3 ラグ 1 自己共分散の測定値に対するフィッティング結果

### 4.3. 京都大学臨界集合体実験装置における深い未臨界体系

本節では、第3章において提案手法の妥当性確認に用いた体系と比較して、より深い未臨界体系における提案手法の適用性について検討する。深い未臨界体系では、空間的な高次モード成分の寄与が大きくなり、基本モード近似に基づいて導出された提案手法の適用が制限される可能性がある。このような条件下において提案手法の有効性を確認することは、本手法の適用範囲および実用性を評価する上で重要である。まず、4.3.1項では、深い未臨界体系として、過去に京都大学臨界集合体実験装置(KUCA[9])において実施された実験体系を説明する。続いて4.3.2項では、提案手法による炉雑音解析結果と未臨界度推定結果を説明する。最後に4.3.3項では、深い未臨界体系における遅発中性子成分の抽出性や、未臨界度推定結果に対して考察する。

#### 4.3.1. 実験体系

KUCA は複数架台方式の臨界実験装置であり、本研究では、主にポリエチレンを減速材として用いる固体減速架台である A 架台において実施された実験[10], [11]を対象とした。A 架台において、「1/8”p60EUEU(3)+1/8”Pb40p20EUEU 炉心」という名称の炉心を構築した。

本炉心では、炉心中心部に燃料として濃縮ウランを含む燃料集合体を配置しており、使用した燃料集合体は「1/8”p60EUEU 燃料集合体」、「1/8”p40EUEU 燃料集合体」、「1/8”p14EUEU 燃料集合体」、「1/8”Pb40p20EUEU 燃料集合体」の4種類である。これら4種類の燃料集合体、特に p40 燃料および p14 燃料を併用しているのは、炉心全体の余剰反応度を調整するためであり、その結果、炉心構成が複雑となっている。それぞれの燃料集合体の詳しい構成は文献[10], [11]に記載されている通りで、燃料に濃縮ウラン-アルミニウム合金が用いられているため、ウランの  $\alpha$  崩壊に伴う  $\alpha$  粒子による  $^{27}\text{Al}(\alpha, n)^{30}\text{P}$  反応に起因した微弱な固有中性子源が存在している[12]。燃料領域の外周部外側には、炉心の反応度制御を目的とした3本の制御棒(C1, C2, C3)と3本の安全棒(S4, S5, S6)が配置されている。また、燃料領域周辺はポリエチレン減速材およびポリエチレン反射体で囲われており、核計装として3つの核分裂計数管(FC#1, FC#2, FC#3)と3つの非補償型電離箱(UIC#4, UIC#5, UIC#6)が設置されている。さらに炉雑音測定のため、炉心内に4つの He-3 検出器(He-3#1, #2, #3, #4)を挿入している。中性子計数の時系列データは、リストモードデータ収集システム(ANSeeN, HSDMCA [2])を用いて逐次取得した。炉心近傍には炉心起動用の Am-Be 中性子源が設置されている[9]。炉心中央付近に位置する3×3の領域は中心架台と呼ばれ、この領域に配置された1/8”p60EUEU燃料集合体3本とポリエチレン減速材6本は、炉心から引き抜くことが可能である。また、炉の最外周には炉心の耐火性を補強するための黒鉛反射体が設置されている。

本節では、構成炉心に対して中心架台や中性子源の有無を変化させた2つの体系を対象とする。以下ではそれぞれの体系について説明する。

● 運転停止(Shutdown)体系

1つ目の体系としては運転停止(Shutdown)体系である。本体系は、本炉心において構成可能な体系の中で最も未臨界度が深い条件であり、全制御棒および安全棒が全挿入(0 mm)され、中心架台および Am-Be 中性子源は引き抜かれている。炉雑音測定を実施した体系図を図 4-4 に、体系条件を表 4-2 に示す。解析に用いた炉雑音データは、4つの He-3 検出器(He-3#1, #2, #3, #4)で測定された時系列データを加算したものである。総測定時間は 19.0 時間であり、平均中性子計数率は  $c = 44.51 \pm 0.03 \text{ s}^{-1}$  であった。

ラグ 1 自己共分散  $R(T)$  を分析するため、基本検出時間幅  $T_0 = 5 \times 10^{-5} \text{ s}$  に設定し、検出時間幅  $T$  は  $5 \times 10^{-5} \leq T < 1 \text{ s}$  の範囲で解析した。測定された  $R(T)$  の統計的不確かさ  $\sigma_R$  は CBB 法[3]-[5]によって評価しており、ブロックサイズは 600 s に設定し、サンプルサイズを  $B = 1000$  とした。

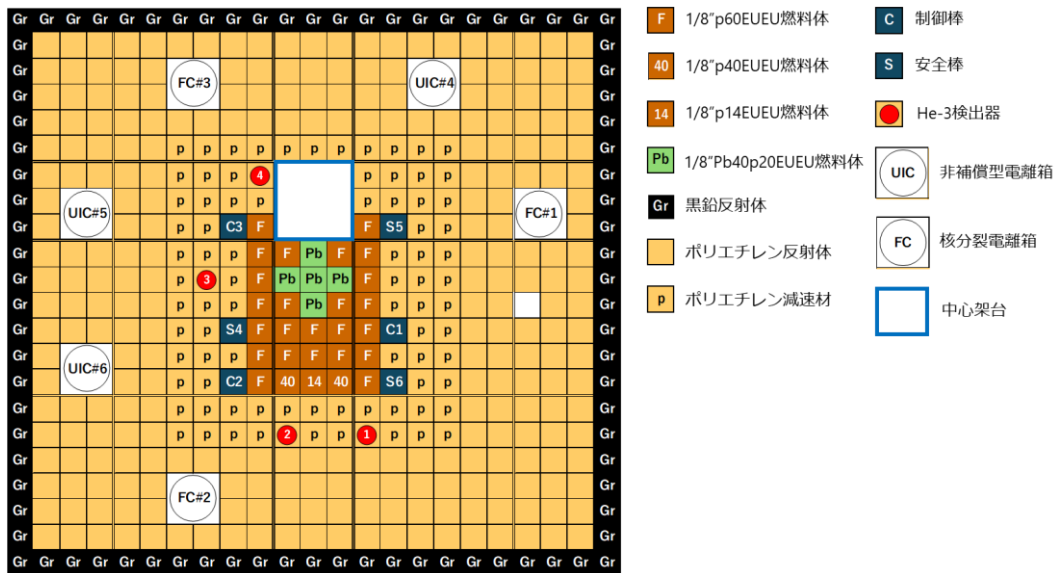


図 4-4 KUCA における Shutdown 時の体系

表 4-2 KUCA における Shutdown 時の体系条件[11]

制御棒	C1	0 mm
	C2	0 mm
	C3	0 mm
安全棒	S4	0 mm
	S5	0 mm
	S6	0 mm
中心架台	引き抜き	
Am-Be 中性子源	引き抜き	
測定時間	19.0 時間	

● 全制御棒・安全棒全挿入(All Rods In)体系

2つ目の体系としては全制御棒・安全棒全挿入(All Rods In)体系である。本体系は、全制御棒および安全棒が全挿入され、中心架台および Am-Be 中性子源は挿入された状態にある。炉雑音測定を実施した体系図を図 4-5 に、体系条件を表 4-3 に示す。解析に用いた炉雑音データは、4つの He-3 検出器(He-3#1, #2, #3, #4)で測定された時系列データを加算したものである。総測定時間は 2.9 時間であり、平均中性子計数率は  $c = 2146.9 \pm 0.8 \text{ s}^{-1}$ であった。ラグ 1 自己共分散  $R(T)$  の分析条件および CBB 法の条件は Shutdown 体系と同様である。

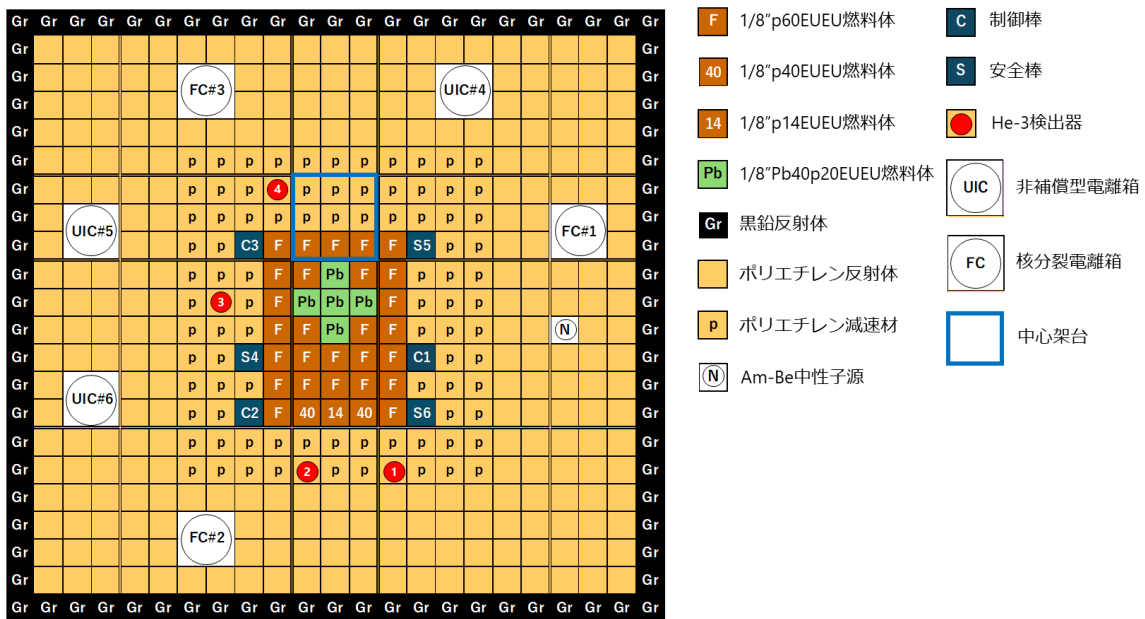


図 4-5 KUCA における All Rods In 体系

表 4-3 KUCA における All Rods In 体系条件[11]

制御棒	C1	0 mm
	C2	0 mm
	C3	0 mm
安全棒	S4	0 mm
	S5	0 mm
	S6	0 mm
中心架台	挿入	
Am-Be 中性子源	挿入	
測定時間	2.9 時間	

### 4.3.2. 実験結果

4.3.1 項で説明した体系におけるラグ 1 自己共分散による炉雑音解析結果および非線形最小二乗フィッティング結果を示す。なお、フィッティング式に(2.40)–(2.42)式を用いた。

#### ● 運転停止(Shutdown)体系

図 4-6 に Shutdown 体系におけるラグ 1 自己共分散の炉雑音解析結果を示す。図 4-6 のエラーバーは CBB 法より求めた実験値の統計的不確かさ  $\sigma_R$  を示している。測定された  $R(T)$  は、 $T < 10^{-3}$  s の領域において顕著な変化を示しており、 $T > 10^{-2}$  s の領域では統計的不確かさが増大しているものの、 $T$  の増加に伴って  $R(T)$  が増加する傾向が確認できる。この傾向は前節の 4.2.2 項で示した非増倍体系における解析結果には見られなかったものである。すなわち、本体系では深い未臨界状態にあるものの、増倍体系特有の遅発中性子成分の影響が観察できることを示唆している。一方で、第 3 章 3.3.2 項に示した UTR-KINKI の結果と比較すると、KUCA の Shutdown 体系では遅発中性子成分に起因する  $R(T)$  の統計的不確かさが顕著に大きい。これは、未臨界が深くなるほど遅発中性子先行核の蓄積が少なくなるため、同程度の測定時間(~20時間)では遅発中性子成分の抽出が難しくなることを示している。

続いて、表 4-4 にパラメータの推定結果を示す。本体系では動的手法による参照値測定が実施されていないため、参考値として MCNP6.2 [13], [14] を用いて ENDF/B-VIII.0 [15] を核データとした連続エネルギーモンテカルロ法による計算結果 [10] を引用した。その結果、計算値と比較して、ドル単位の未臨界度が約 14 \$ 大きく、提案手法による推定値が非保守的な結果となっている。この差異の主な原因として、遅発中性子成分に起因する  $R(T)$  の統計精度の悪化が考えられる。すなわち、遅発中性子成分に対応する  $\omega_1$ – $\omega_6$  の情報を活用できず、比較的統計精度の良い即発中性子成分 ( $T < 10^{-2}$ ) のみに依存した解析となっているためである。即発中性子成分のみを用いた場合、反応度方程式から即発中性子減衰定数  $-\omega_7$  を決定するドル単位の未臨界度と一点炉動特性パラメータの比  $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$  の組み合わせは一意に定まらず、無数に存在する。ここで、 $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$  が参照値よりも過小評価されてしまったことで、それに整合するように未臨界度が深く推定され、推定精度の悪化を招いたものと考えられる。

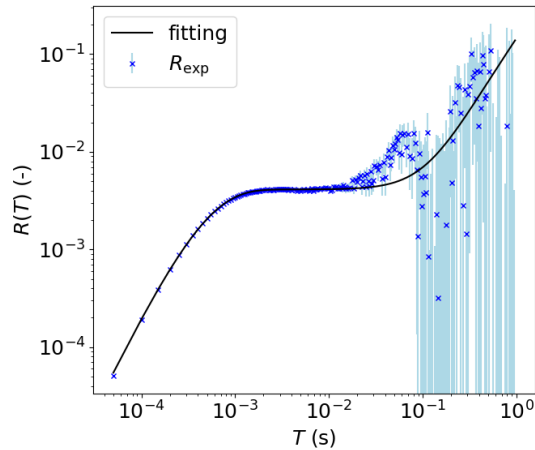


図 4-6 Shutdown 体系におけるラグ 1 自己共分散の解析結果

表 4-4 Shutdown 体系におけるパラメータの推定結果

	提案手法	計算値
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\$)$	$25 \pm 6$	$10.71 \pm 0.03$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	$95 \pm 21$	$266.9 \pm 0.7$
$d$	$13424 \pm 5935$	—

● 全制御棒・安全棒全挿入(All Rods In)体系

図 4-7 に All Rods In 体系におけるラグ 1 自己共分散を用いた炉雑音解析結果を示す。図 4-7 のエラーバーは CBB 法より求めた実験値の統計的不確かさ  $\sigma_R$  を示している。測定された  $R(T)$  は、 $T < 10^{-3}$  と  $T > 10^{-2}$  の領域において顕著な変化を示しており、Shutdown 体系と比較して遅発中性子成分の抽出ができていていることが分かる。また、 $R(T)$  の測定値は、(2.40)–(2.42)式に示した ROM 式によるフィッティングによって良好に再現できることが確認された。一方で第 3 章 3.3.2 項に示した UTR-KINKI の結果と比較すると、 $T > 10^{-2}$  s の領域で統計的不確かさが大きく、Shutdown 体系での考察と同様で、未臨界が深くなるほど遅発中性子成分の抽出が難しくなることを示している。

続いて、表 4-5 にパラメータの推定結果を示す。表 4-5 に示した参照値は文献値であり、ドル単位の未臨界度については実験時にあわせて測定された制御棒価値および余剰反応度の測定結果[11]から算出されたものである。また、 $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$  は MCNP6.2 を用いた連続エネルギーモンテカルロ計算による値[10]を示している。参照値と比較して、ドル単位の未臨界度の絶対差は約 0.7\$ であり、Shutdown 体系と比べて高い精度で推定できていることが分かる。一方で得られる未臨界度推定値は参照値よりも浅い結果となっており、これは第 3 章 3.3.2 項に示した UTR-KINKI の結果や KUACA の Shutdown 体系において、推定値が参照値よりも深めに評価される傾向とは逆の挙動である。

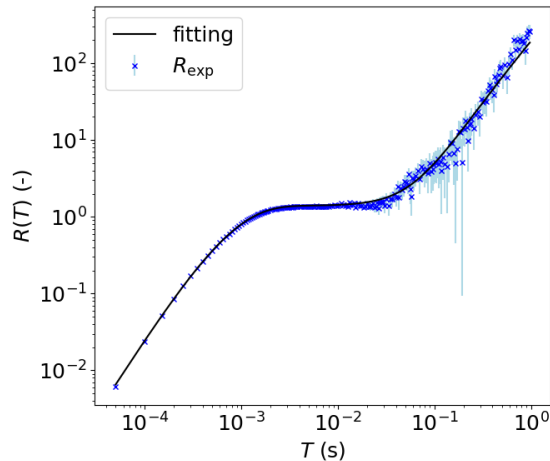


図 4-7 All Rods In 体系におけるラグ 1 自己共分散の解析結果

表 4-5 All Rods In 体系におけるパラメータの推定結果

	提案手法	参照値
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\$)$	$3.3 \pm 0.2$	$4.0 \pm 0.1$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	$334 \pm 12$	$298.2 \pm 0.8$
$d$	$71597 \pm 5251$	—

### 4.3.3. 考察

本項では、極めて浅い未臨界体系における提案手法の遅発中性子の抽出性および未臨界度推定結果について、従来手法である Feynman- $\alpha$ 法[16]との比較を通じて議論する。また、第 3 章 3.3.3 項で提案したフィッティング式における補正項を、本解析データにも適用し、未臨界度の推定値が改善されるか検討を行う。

- 遅発中性子成分の抽出性の比較

従来の炉雑音解析手法による解析結果として、Feynman- $\alpha$ 法による解析例および非線形最小二乗フィッティング結果を図 4-8 に示す。Y 値のフィッティング式には、第 3 章 3.3.3 項に示した(3.5)–(3.7)式を用いた。図 4-8 に示すように、未臨界が深い体系では、検出時間幅  $T > 10^{-1}$  s の領域において、遅発中性子成分に起因する Y 値の変化はわずかである。非線形最小二乗フィッティング結果については、Shutdown 体系では `scipy.optimize.curve_fit`[17] のデフォルトの関数評価回数内で収束解が得られなかった。一方、All Rods In 体系では収束解が得られているものの、表 4-5 に示した未臨界度の参照解と比較して、約 8 \$ 深めに推定されてしまっている。以上の結果より、深い未臨界体系において、Feynman- $\alpha$ 法によるパラメータ推定が困難であることが示された。パラメータ推定が困難である原因については、遅発中性子成分に起因する Y 値の変化小さく、統計的不確かさに埋もれている点にあると考えられる。その結果、7 つの増幅率  $\omega_j$  (特に遅発中性子成分に対応する  $\omega_1$ – $\omega_6$ ) を決定するために必

要な、ドル単位の未臨界度などの入力パラメータを一意に決定することが困難となり、安定したパラメータ推定が実現できなくなると考察した。

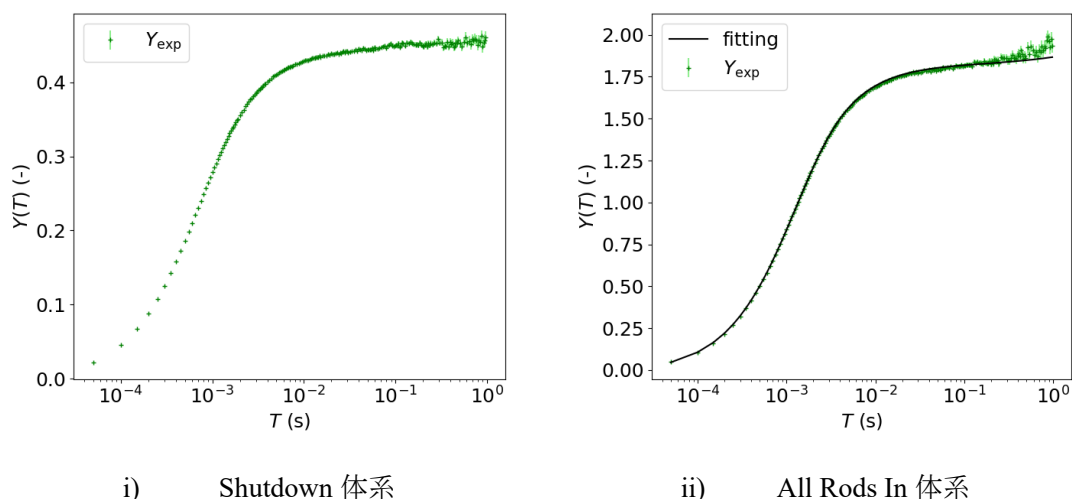


図 4-8 深い未臨界体系における Feynman- $\alpha$ 法の解析結果

表 4-6 深い未臨界体系における Feynman- $\alpha$ 法によるパラメータ推定結果

	Shutdown 体系	All Rods In 体系
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\$)$		$12 \pm 2$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	収束解なし	$110 \pm 18$
$d'$		$606 \pm 199$
$c_1$		$-0.0172 \pm 0.0001$

### ● フィッティング式の改良

第3章 3.3.3 項では、フィッティング式に直線項  $DT$  を追加することで未臨界度の推定値が浅くなる方向にシフトし、参照値に近づくことを示した。本項目では、この直線項による補正を深い未臨界体系におけるラグ 1 自己共分散解析に適用することで、同様に推定値がより参照値に近づくかどうかを検討する。まず、直線項を追加する前後での標準得点  $z(T)$  を、図 4-9 に示す。さらに、直線項を加えた場合のパラメータ推定結果を表 4-7 に示す。図 4-9 より、直線項を加える前では Shutdown 体系および All Rods In 体系でどちらも検出時間幅  $T$  が小さい領域で  $z \geq 3$  と実験結果とフィッティング結果のずれが大きくなっていることが分かる。直線項を加えることにより、特に All Rods In 体系において  $z$  値が小さくなる傾向が確認された。次に表 4-7 より、直線項を加えることで、いずれの体系も未臨界度が浅くなる方向にシフトしていることが分かる。また、直線項の傾きは UTR-KINKI の結果と同様に負の値を示している。Shutdown 体系では約 8 \$ 参照値に近づいており、直線項による補正によって、参照値との絶対差約 5 \$ での推定が可能となった。しかし、第3章で示した結果と比較

すると、依然として参照値との差は大きく、深い未臨界体系において本手法の推定精度には限界があることが分かる。本課題を解決するためには、特に遅発中性子成分を統計精度よく測定する観点から、深い未臨界体系ほど高感度な中性子検出器の導入や、数日以上におよぶ長時間測定の実施が重要になると考えられる。

一方で、All Rods In 体系では直線項を加える前から参照値よりも未臨界度の推定値が浅く、直線項を加えることによって、さらに参照値から離れる方向へシフトしている。第3章で妥当性確認を行った UTR-KINKI の体系および KUCA の Shutdown 体系では、燃料に内在する固有中性子源を種火とした炉雑音に基づいて解析が行われていたのに対し、All Rods In 体系では Am-Be 外部中性子源が挿入された状態で測定が行われている。このように燃料内の固有中性子源と比べて強度が大きな外部中性子源が挿入された条件下における提案手法の適用については、理論的整理を改めて行った上で、妥当性の確認を行う必要があると考えられる。

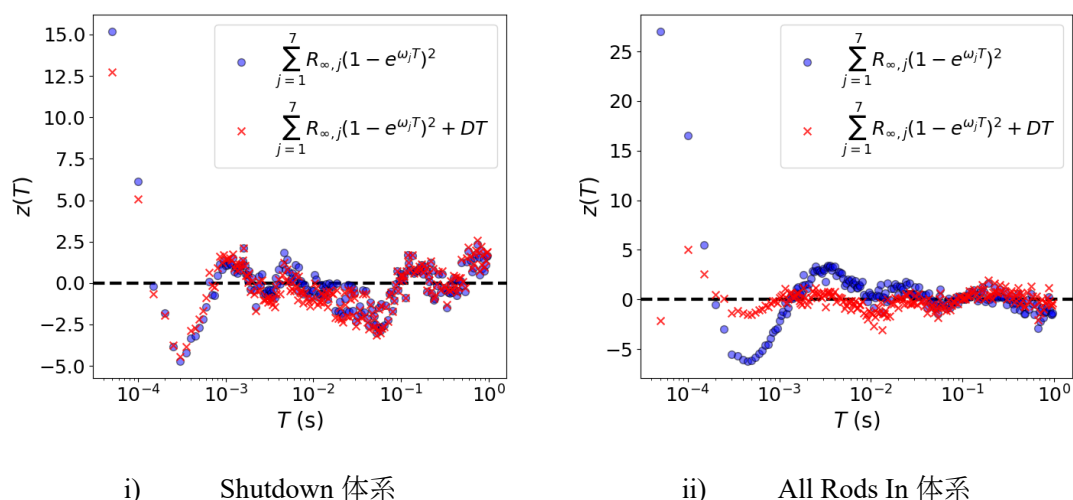


図 4-9 深い未臨界体系における検出時間幅に対する標準得点

表 4-7 深い未臨界体系における直線項DTを加えたときのパラメータ推定結果

	Shutdown 体系	All Rods In 体系
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\$)$	$16 \pm 3$	$2.37 \pm 0.09$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	$145 \pm 22$	$426 \pm 11$
$d$	$5788 \pm 1786$	$45821 \pm 2450$
$D$	$-0.017 \pm 0.003$	$-11.9 \pm 0.3$

#### 4.4. 京都大学臨界集合体実験装置における極めて浅い未臨界体系

本節では、第3章において提案手法の妥当性確認に用いた体系と比較して、極めて浅い未臨界体系に対して、提案手法の適用性を検討する。より臨界に近い体系では検出器の依存性や空間的高次モードの影響が小さくなるため、基本モード近似に基づいて導出された提案手法は良好に適用可能であると予想される。臨界に近い条件下で提案手法の適用性を確認しておくことは、未臨界度監視を目的とした本手法の実用性を明確化する上で重要である。まず、4.4.1項では、極めて浅い未臨界体系として、過去に京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)において実施された実験体系を説明する。続いて4.4.2項では、提案手法による炉雑音解析結果と未臨界度推定結果を説明する。最後に4.4.3項では、浅い未臨界体系における遅発中性子の抽出性や、未臨界度推定結果に対して考察する。

##### 4.4.1. 実験体系

本研究で対象とする極めて浅い未臨界体系として、過去に京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)において実施された実験体系を取り上げる。なお、本節で対象とする実験体系は、実験実施時には臨界状態と判定されている[11]。しかしながら、燃料中に内在する中性子源(自発核分裂や $(\alpha, n)$ 反応 [12])によって中性子が供給されており、これらの中性子源に駆動された極めて浅い未臨界状態としてみなすこともできる[18]。このため、本研究では当該体系を「極めて浅い未臨界体系」と表現することとした。

構築された炉心は4.2.3節に示したものと同様に、制御棒や安全棒を引き抜くことで臨界位置に調整している[11]。炉雑音を測定した体系図を図4-10に、体系条件を表4-8に示す。ここで、C1以外の安全棒や制御棒は全引抜状態である。中心架台は炉心から引き抜かれておらず、起動用のAm-Be中性子源は引き抜かれている。炉雑音の測定には、減速材領域に設置した4つのHe-3検出器(He-3#1, #2, #3, #4)を使用し、中性子計数の時系列データは、リストモードデータ収集システム(ANSeeN, HSDMCA [2])を用いて逐次取得した。炉雑音の総測定時間は1.3時間であり、検出器それぞれの平均中性子計数率はHe-3#1から順に $c = 26835 \pm 57 \text{ s}^{-1}$ ,  $29161 \pm 60 \text{ s}^{-1}$ ,  $36222 \pm 64 \text{ s}^{-1}$ ,  $22391 \pm 51 \text{ s}^{-1}$ であった。

ラグ1自己共分散 $R(T)$ を分析するため、基本検出時間幅 $T_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$ に設定し、検出時間幅 $T$ は $5 \times 10^{-4} \leq T < 1 \text{ s}$ の範囲で解析した。なお、本体系での炉雑音解析は各He-3検出器の時系列データに対して個別に実施し、検出器間で計数データを合算した解析は行っていない。測定された $R(T)$ の統計的不確かさ $\sigma_R$ はCBB法[3]–[5]によって評価しており、測定時間が約1時間と短いことから、ブロックサイズは60sに設定し、サンプルサイズを $B = 1000$ とした。

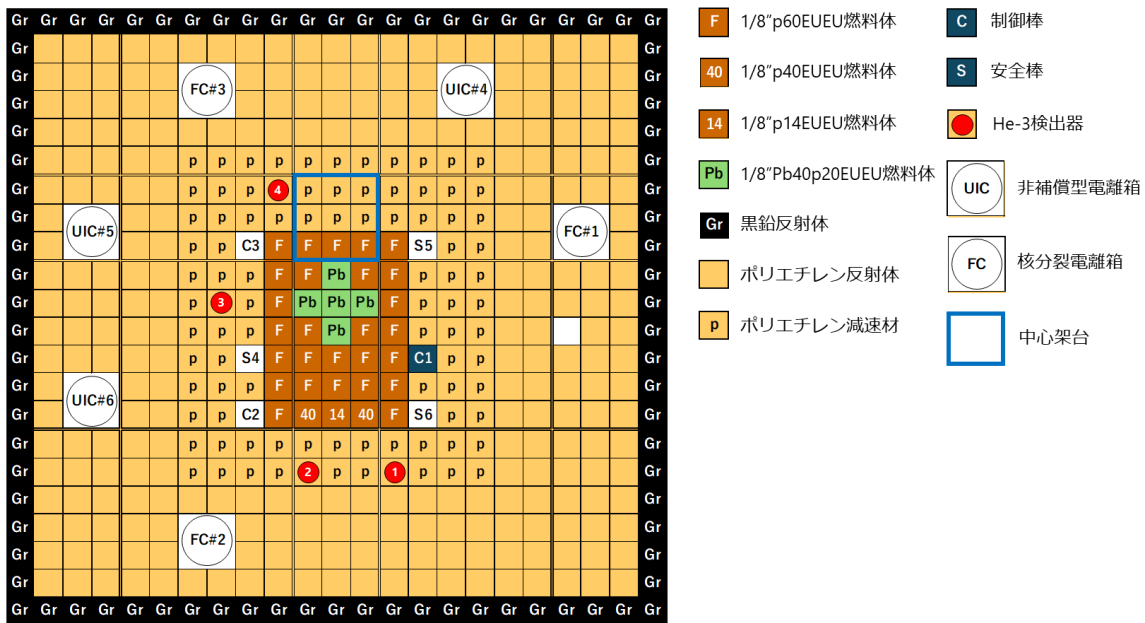


図 4-10 KUCA における極めて浅い未臨界体系図

表 4-8 KUCA における極めて浅い未臨界体系条件[11]

制御棒	C1	725.67 mm
	C2	1201.18 mm
	C3	1201.39 mm
安全棒	S4	1200 mm
	S5	1200 mm
	S6	1200 mm
中心架台	挿入	
Am-Be 中性子源	引き抜き	
測定時間	1.3 時間	

#### 4.4.2. 実験結果

図 4-11 にラグ 1 自己共分散による炉雑音解析の結果とそれに対する非線形最小二乗フィッティング結果を示す。図 4-11 のエラーバーは CBB 法より求めた実験値の統計的不確かさ $\sigma_R$ を示している。いずれの検出器においても、測定された $R(T)$ の変化には、 $T < 10^{-2}$ と $T > 10^{-1}$ の領域において、即発成分および遅発成分に対応した指数関数的飽和が確認された。また、各検出器における $R(T)$ の高さについては、各検出器の計数率の大小関係を反映していることが分かる。さらに、測定された $R(T)$ の変化は、(2.40)–(2.42)式に示した ROM 式によるフィッティングによって良好に再現できることが確認される。

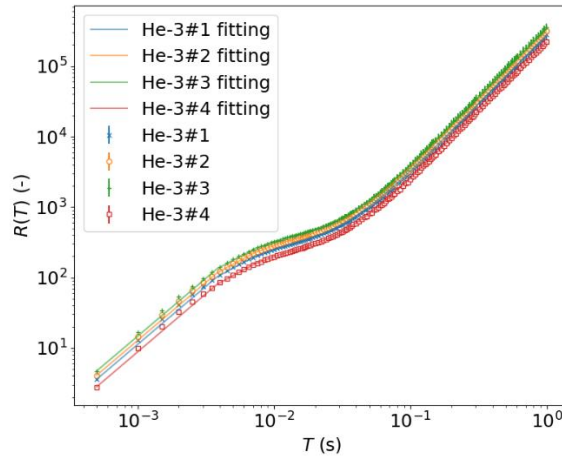


図 4-11 極めて浅い未臨界体系におけるラグ 1 自己共分散の解析結果

次に検出器ごとのパラメータ推定結果を表 4-9 に示す。表 4-9 に示した参照値は文献値であり、ドル単位の未臨界度については He-3#4 の測定データを用い、Shutdown 体系 ( $k_{\text{eff}} \approx 0.92$ )を基準体系とした中性子源増倍法によって求められている[18]。提案手法により推定されたドル単位の未臨界度は検出器位置によって約  $0.2 \phi$  の絶対差しか生じておらず、本体系では提案手法の検出器位置依存性はほとんど無いことが分かる。未臨界度推定値についてはいずれも約  $2 \phi$  ( $k_{\text{eff}} \approx 0.9998$ )と極めて浅い未臨界状態であることが予測できている。また、 $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$  の推定値についても、参照値[18]と概ね一致している。

表 4-9 極めて浅い未臨界体系におけるパラメータの推定結果

	He-3#1	He-3#2	He-3#3	He-3#4	参照値
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\phi)$	$2.09 \pm 0.04$	$2.15 \pm 0.04$	$2.29 \pm 0.04$	$2.08 \pm 0.03$	0.5
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	$239.3 \pm 0.9$	$239.9 \pm 0.8$	$241.3 \pm 0.9$	$238.5 \pm 0.9$	$245.1 \pm 0.9$
$d$	135702	154699	177493	106508	—
	$\pm 365$	$\pm 408$	$\pm 495$	$\pm 290$	

#### 4.4.3. 考察

本項では、4.3.3 項で行った遅発中性子成分の抽出性および未臨界度推定結果に関する議論を、本体系に対しても行う。さらに、フィッティング式における直線補正を同様に適用し、その物理的意味について改めて考察する。

##### ● 遅発中性子成分の抽出性の比較

従来の炉雑音解析手法による解析結果として、Feynman- $\alpha$ 法[16]による解析例および非線形最小二乗フィッティング結果を図 4-12 に示す。 $Y$ 値のフィッティング式には、第 3 章 3.3.3

項に示した(3.5)–(3.7)式を用いた。図 4-12 より、臨界に近い体系では、Feynman- $\alpha$ 法であっても、検出時間幅 $T > 10^{-1}$  sの領域において、遅発中性子成分に起因する $Y$ 値の顕著な変化が観察できる。一方、非線形最小二乗フィッティング結果については、He-3#1,#2 の測定データに対しては(3.5)式により概ね再現できているものの、He-3#3,#4 の結果では、検出時間幅 $T > 10^{-1}$  sの領域において測定値との乖離が生じている。

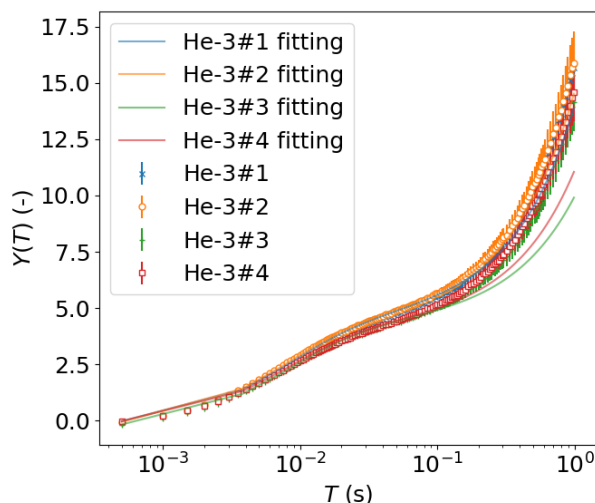


図 4-12 極めて浅い未臨界体系における Feynman- $\alpha$ 法の解析結果

続いて、Feynman- $\alpha$ 法によるパラメータの推定結果を表 4-10 に示す。いずれの検出器による結果においても、表 4-9 に示すラグ 1 自己共分散による推定結果と比較して、未臨界度がより深めに推定されていることが分かる。また、検出器ごとの推定値のばらつきも大きい。これらの結果から、極めて浅い未臨界体系においても、未臨界度推定に関しては、従来法である Feynman- $\alpha$ 法よりも提案手法の方が優れていることが示された。

表 4-10 極めて浅い未臨界体系における Feynman- $\alpha$ 法によるパラメータ推定結果

	He-3#1	He-3#2	He-3#3	He-3#4
$-\rho/\beta_{\text{eff}}$ ( $\text{¢}$ )	$2.87 \pm 0.02$	$2.70 \pm 0.04$	$5.61 \pm 0.09$	$3.95 \pm 0.02$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ ( $\text{s}^{-1}$ )	$210.0 \pm 0.3$	$218.5 \pm 0.2$	$207.0 \pm 1.0$	$216.2 \pm 0.4$
$d'$	$10.96 \pm 0.02$	$11.12 \pm 0.03$	$11.19 \pm 0.02$	$10.38 \pm 0.01$
$c_1$	$-0.294 \pm 0.005$	$-0.337 \pm 0.006$	$-0.432 \pm 0.005$	$-0.281 \pm 0.003$

#### ● フィッティング式の改良

第 3 章 3.3.3 項では、フィッティング式に直線項 $DT$ を追加することで未臨界度の推定値が浅くなる方向にシフトし、参照値に近づくことを示した。本項目では、この直線項による補

正を極めて浅い未臨界体系におけるラグ 1 自己共分散解析に適用することで、同様に推定値がより臨界に近づくかどうかを検討する。まず、直線項を追加する前後での標準得点 $z(T)$ を、He-3#1の結果を例として図 4-13 に示す。さらに、直線項を加えた場合のパラメータ推定結果を表 4-11 に示す。図 4-13 により、直線項を加える前であっても標準得点は $z < 1$ を満たしており、フィッティング式が測定値を良好に再現できていることが分かる。また、表 4-11 に示すパラメータの推定結果についても、直線項追加前後で有意な変化はない。第 3 章時点ではこの直線項による補正の物理的意味として、不感時間の影響が一因である可能性を指摘していた。本体系では、いずれの検出器においても計数率が 20000 cps 以上と高く、前述の考察に基づけば、不感時間補正の効果が顕在化しやすい条件であると考えられる。しかしながら、パラメータ推定結果に顕著な変化は見られなかった。この結果に加え、直線項による補正がより深い未臨界体系において有効であることを踏まえると、本直線項は不感時間補正というよりも、高次モード成分の影響を補正する項である可能性が示唆される。本論文では、高次モード成分がラグ 1 自己共分散に与える影響の詳細な評価や、その効果を反映したフィッティング式の理論的導出には至っておらず、これらは今後の課題とする。

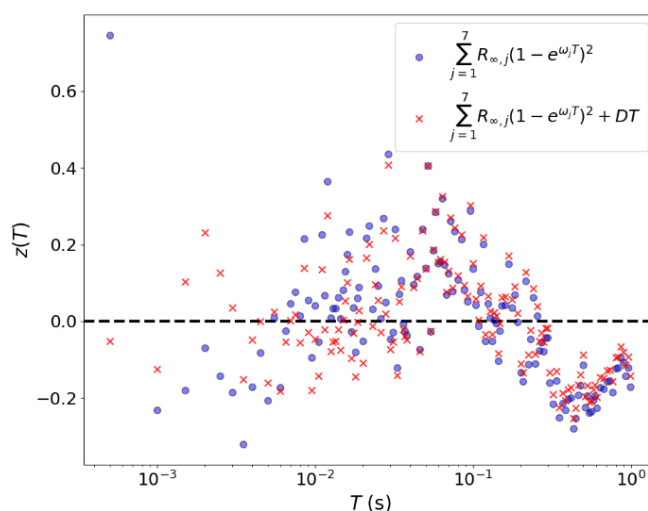


図 4-13 極めて浅い未臨界体系における検出時間幅に対する標準得点(He-3#1)

表 4-11 極めて浅い未臨界体系における直線項 $DT$ を加えたときのパラメータ推定結果

	He-3#1	He-3#2	He-3#3	He-3#4
$-\rho/\beta_{\text{eff}} (\text{¢})$	$2.09 \pm 0.04$	$2.15 \pm 0.04$	$2.28 \pm 0.04$	$2.08 \pm 0.03$
$\beta_{\text{eff}}/\Lambda (\text{s}^{-1})$	$240 \pm 1$	$241 \pm 1$	$243 \pm 1$	$239 \pm 1$
$d$	135983 $\pm 445$	154995 $\pm 509$	178625 $\pm 651$	106720 $\pm 363$
$D$	$-55 \pm 50$	$-56 \pm 58$	$-202 \pm 76$	$-40 \pm 42$

#### 4.5. 本章のまとめ

本章では、第2章で提案したラグ1自己共分散を用いた未臨界度推定手法の適用範囲および妥当性を確認するため、Cf-252表示付認証機器および京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)を用いて実施された炉雑音測定実験の解析結果について整理した。第3章では近畿大学原子炉の未臨界体系を対象として提案手法の有効性を確認したのに対し、本章では非増倍体系から深い未臨界体系、さらに極めて浅い未臨界体系までを対象とすることで、提案手法の適用範囲を体系的に評価した。

4.1節では、本章の概要を示した。

4.2節では、核燃料を含まないポリエチレン非増倍体系を対象として、Cf-252表示付認証機器によって駆動される中性子雑音に対してラグ1自己共分散解析を適用した。非増倍体系では核分裂連鎖反応が存在しないため、理論的には遅発中性子成分に起因するラグ1自己共分散の立ち上がりが現れないことを示し、実験結果がこの理論的予測と整合していることを確認した。また、非増倍体系におけるラグ1自己共分散の理論式を導出し、非増倍体系では測定結果が基本モード成分の中性子減衰定数に支配されることを明らかにした。

4.3節では、KUCAにおける深い未臨界体系を対象として炉雑音解析を行い、ラグ1自己共分散の測定結果および提案手法による未臨界度推定結果を示した。Shutdown体系およびAll Rods In体系に対する解析結果を示し、深い未臨界条件下では遅発中性子成分の統計的不確かさが増大し、その結果、未臨界度推定の精度が低下することを明らかにした。このような条件下において、従来法であるFeynman- $\alpha$ 法と比較すると、深い未臨界体系においても提案手法による未臨界度推定結果の方が相対的に安定しており、有効性が高いことを示した。さらに、フィッティング式に直線項を導入することで未臨界度推定結果が改善される場合があることを示した。一方で、その有効性は外部中性子源が挿入されていない測定体系に限定され、直線補正が外部中性子源の有無に依存することが示された。本節の結果より、今後、提案手法をより深い未臨界体系へ適用するためには、遅発中性子成分を統計精度良く測定することが不可欠であり、高感度な中性子検出器の導入や、数日以上に及ぶ長時間測定の実施が重要になると考えられる。

4.4節では、KUCAにおける極めて浅い未臨界体系を対象として炉雑音解析を行い、臨界近傍における提案手法の適用性を検討した。検出器位置によらず安定した未臨界度推定結果が得られることを示し、提案手法が極めて浅い未臨界条件においても有効であることを確認した。また、Feynman- $\alpha$ 法との比較により、臨界近傍においても提案手法の方が未臨界度推定精度および検出器位置依存性の観点で優れていることを示した。一方で、直線項による補正の効果は本体系では確認されず、深い未臨界体系ほど有効であることから、その物理的意味合いとして高次モード成分の影響が関与している可能性を示唆した。

本章で得られた結果から、提案手法は非増倍体系から極めて浅い未臨界体系に至るまで広い体系条件に概ねその未臨界度を推定できることが示された。一方で、深い未臨界体系や外部中性子源が挿入された条件においては、遅発中性子成分の統計精度や高次モード成分

の影響が未臨界度推定結果に影響を与えることが明らかとなった。これらの結果を踏まえ、次章では本研究全体の結論をまとめるとともに、提案手法の課題および今後の展望について述べる。

#### 4.6. 参考文献

- [1] Endo T, Ohashi R, Hirota R, Yamamoto A. Theoretical formula for probability generating function of neutron counts in a non-multiplication system. *Trans Am Nucl Soc.* 2025; 133:426–429.
- [2] ANSeeN: HSDMCA [Internet]. Japan; ANSeeN Inc. [cited 2025 May 29]. Available from: <https://anseen.com/products-2/%e6%b3%a2%e5%bd%a2%e8%a7%a3%e6%9e%90%e8%a3%85%e7%bd%ae/>
- [3] Kunsch HR. The Jackknife and the bootstrap for general stationary observations. *Ann Statist.* 1989;17(3):1217–1241.
- [4] Politis DN, Romano JP. A circular block resampling procedure for stationary data. In: *Exploring the limits of bootstrap.* New York: Wiley;1992. pp. 263–270.
- [5] Endo T, Yamamoto A. Comparison of theoretical formulae and bootstrap method for statistical error estimation of Feynman- $\alpha$  method. [Ann Nucl Energy. 2019;124:606–615.](#)
- [6] Wakabayashi G, Yamada T, Endo T, et al. Introduction to nuclear reactor experiments. [Singapore: Springer Nature; 2023.](#)
- [7] Yamane Y, Pázsit I. Heuristic derivation of rossi-alpha formula with delayed neutrons and correlated source. [Ann Nuclear Energy. 1998;25\(17\):1373–1382.](#)
- [8] Endo T, Yamane Y, Yamamoto A. Space and energy dependent theoretical formula for the third order neutron correlation technique. [Ann Nucl Energy. 2006;33\(6\):521–537.](#)
- [9] Pyeon CH, Chiba G, Endo T, et al. Reactor laboratory experiments at Kyoto University Critical Assembly. [Singapore: Springer Nature; 2025.](#)
- [10] Endo T, Nishioka F, Yamamoto A, Watanabe K, Pyeon CH. Theoretical derivation of a unique combination number hidden in the higher-order neutron correlation factors using the Pál-Bell equation. [Nucl Sci Eng. 2023;197\(2\):176–188.](#)
- [11] 西岡楓賀, 炉物理実験手法に対する Dynamic Mode Decomposition の応用, 修士論文, 名古屋大学, 2022.
- [12] Shiozawa T, Endo T, Yamamoto A, Pyeon CH, Yagi T. Investigation on Subcriticality Measurement Using Inherent Neutron Source in Nuclear Fuel. In *Proc. PHYSOR2014*, 2014, Sep. 28- Oct. 2, Kyoto, Japan.
- [13] Goorley T, James M, Booth T, et al. Features of MCNP6. *Ann Nucl Energy.* 2016;87(2):772–783.
- [14] Werner CJ, editor. MCNP user's manual code version 6.2. Los Alamos (NM): Los Alamos National Laboratory; 2017. LA-UR-17-29981.

- [15] Brown DA, Chadwick MB, Capote R, et al. ENDF/B-VIII.0: the 8th major release of the nuclear reaction data library with CIELO-project cross sections, new standards and thermal scattering data. *Nucl Data Sheets*. 2018;148:1–142.
- [16] Feynman RP, de Hoffmann F, Serber R. Dispersion of the neutron emission in U-235 fission. [J Nucl Energy. 1956;3\(1-2\):64–69.](#)
- [17] Virtanen P, Gommers R, Oliphant TE, et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. [Nat Methods. 2020;17\(3\):261–272.](#)
- [18] Endo T, Nishioka F, Yamamoto A, Watanabe K, Pyeon CH. Application of dynamic mode decomposition to Rossi- $\alpha$  method in a critical state using file-by-file moving block bootstrap method. [J Nucl Sci Technol. 2022;59\(6\):1117-1126.](#)

## 第5章 結論と今後の課題

### 5.1. 結論

本節では、本論文のまとめについて述べる。

第1章では、東京電力福島第一原子力発電所(1F)の燃料デブリ取り出し作業を背景として、従来の炉雑音解析手法が抱える課題を整理し、本研究の目的を明確にした。従来の炉雑音解析手法では、即発中性子減衰定数の測定は可能であるものの、未臨界度の絶対値評価には中性子生成時間 $\Lambda$ や実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ といった一点炉動特性パラメータが必要であり、これらは体系の詳細情報に強く依存する。そのため、体系情報が十分に把握されていない条件下では、未臨界度評価に大きな不確かさが生じるという課題があることを示した。この課題に対し、本研究では、動的手法において重要な役割を果たす遅発中性子成分に注目し、ゼロ出力炉雑音中に含まれる遅発中性子成分の情報を活用することで、詳細な体系情報に依存せず、測定データのみから未臨界度の絶対値を推定可能な手法の開発を目的とした。具体的には、以下の3点を本研究の目的として設定し、これらを軸として本論文を構成した。

- ① 遅発中性子成分を高感度で抽出可能な炉雑音解析手法の考案
- ② ゼロ出力炉雑音の遅発中性子成分を利用した未臨界度絶対値測定手法の開発
- ③ 未臨界体系における提案手法の妥当性確認

第2章では、目的①および②を理論的観点から達成した。まず、遅発中性子成分を考慮した炉雑音解析手法の理論式について体系的に整理した。理論式の導出には、一点炉動特性方程式および物理的直観法に基づいて導出された2時点検出確率を用い、その導出過程を詳細に示した。次に、Rossi- $\alpha$ 法、自己相関法、Feynman- $\alpha$ 法といった従来の炉雑音解析手法について、遅発中性子成分の抽出性の観点から理論的比較を行った。Feynman- $\alpha$ 法では、実験的に遅発中性子成分の抽出に長時間の測定が必要であることが報告されているが、本研究では理論的観点からも、遅発中性子成分の抽出性が必ずしも高くないことを示した。これを踏まえ、新たにラグ1自己共分散を用いた炉雑音解析手法を考案し、その理論式を導出した。本手法では、遅発中性子成分の飽和値がFeynman- $\alpha$ 法と比較して $1/(-\omega_j)$ 倍に増幅されることを理論的に明らかにした。対象とする体系が未臨界である場合、減衰定数 $-\omega_j$ の大小関係は $-\omega_7 \gg -\omega_6 > \dots > -\omega_1 > 0$ となるため、 $j = 1-6$ に対応する遅発中性子成分をより高感度で抽出できる可能性を示した。

さらに、導出したラグ1自己共分散の理論式が未臨界度 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ を含む少数のパラメータで記述される低次元化モデル式として表現可能であることを示した。この特徴を活かし、非線形最小二乗法およびBayesian Monte Carlo(BMC)法を用いた未臨界度推定手法を開発し、それぞれの適用手順を整理した。非線形最小二乗法では、低次元化モデル式をフィッティング式として用いることで、 $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ を含むモデルパラメータを高速に推定することが可能で

ある。一方で、フィッティングに際しては適切な初期値の設定が必要であり、解が局所最小値に収束していないかを確認する必要があるという課題を有する。これに対し、BMC 法では、モデルパラメータの事前分布に基づいてラグ 1 自己共分散を確率的にサンプリングし、実験値と計算値の差から評価される尤度に応じて、事後分布を更新することができる。そのため、初期値依存性の影響を受けにくく、推定結果が局所解に陥ることなく、パラメータ空間全体を探索した上で事後分布を評価できるという利点を有する。ただし、事後分布を高精度に推定するためには多数の粒子が必要となり、非線形最小二乗法と比較して計算コストが高くなるという課題がある。

第 3 章では、近畿大学原子炉(UTR-KINKI)における実験データに対して解析を行い、目的③を達成した。はじめに、提案手法の妥当性を確認するため、対象とした未臨界体系での未臨界度の参照値を整備した。参照値には、落下法およびペリオド法により測定された制御棒価値を用いた。次に、UTR-KINKI において取得した炉雑音データに対して解析を行い、第 2 章で導出した理論式が、ラグ 1 自己共分散の測定値を良好に再現できることを確認した。さらに、非線形最小二乗法および BMC 法を用いて未臨界度推定を行った。その結果、BMC 適用後の事後分布はいずれもガウス形状の単峰分布を示し、非線形最小二乗法が大域的最小値を適切に探索できていることが確認された。両手法による未臨界度の推定値は互いに整合しており、提案手法による推定値は参照値とも概ね一致することを示した。以上の結果を踏まえ、以降の検討では、計算コストの観点から、未臨界度推定には非線形最小二乗フィッティング法を用いることとした。

また、従来の炉雑音解析手法と比較した結果、提案手法は遅発中性子成分の抽出性において優れており、この傾向は第 2 章で示した理論的考察と整合していることを確認した。加えて、フィッティング式に直線項を導入することで未臨界度推定結果が改善されることを示し、その要因の一つとして検出器の不感時間の影響が考えられることを示した。以上より、UTR-KINKI の炉停止状態という特定の炉心条件において、提案手法が未臨界度の絶対値測定に有効であることを実験的に示した。

第 4 章では、第 3 章で扱った体系とは異なる体系条件における実験データを対象として解析を行い、目的③を達成した。本章では非増倍体系から深い未臨界体系、さらに極めて浅い未臨界体系までを対象とすることで、提案手法の適用範囲およびその課題を体系的に評価した。

まず、Cf-252 表示付認証機器によって駆動されるポリエチレン非増倍体系を対象としてラグ 1 自己共分散解析を適用し、核分裂連鎖反応が存在しない条件では、理論的に予測される通り遅発中性子成分に起因する自己共分散の立ち上がりが現れないことを実験的に確認した。これは、提案手法が核分裂連鎖反応に由来する遅発中性子成分を正しく反映していることを示す結果である。

次に、京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)の深い未臨界体系(運転停止(Shutdown)体系、全制御棒・安全棒全挿入(All Rods In)体系)を対象として解析を行った。その結果、未臨界が深くなるほど遅発中性子先行核の蓄積が少なくなるため、遅発中性子成分に対応するラグ 1 自己共分散の統計的不確かさが増大し、Shutdown 体系では参照値に対して約 14 % 過大評価される結果であり、未臨界度推定精度が低下する傾向が確認された。一方で、従来法である Feynman- $\alpha$ 法と比較すると、深い未臨界条件においても提案手法の方が遅発中性子成分の抽出性に優れていることを示した。また、フィッティング式に直線項を導入することで未臨界度推定結果が改善される場合があることを示し、特に Shutdown 体系においてその有効性が確認された。一方で、All Rods In 体系では、Am-Be 外部中性子源が挿入された状態で測定が行われており、燃料内の固有中性子源と比べて強度が大きな外部中性子源が存在している条件では、直線項による補正に限界があることを確認した。

最後に、KUCA の極めて浅い未臨界体系を対象として解析を行った。その結果、検出器位置によらず安定した未臨界度推定値が得られることを確認した。臨界近傍においても、提案手法は Feynman- $\alpha$ 法と比較して未臨界度推定精度および検出器位置依存性の観点で優れていることを示した。一方で、極めて浅い未臨界体系に直線項による補正を適用した結果、直線項を加える前後でパラメータ推定値に顕著な変化は見られなかった。第 3 章時点では、直線項による補正の物理的意味として、不感時間の影響が一因である可能性を指摘していた。本体系では、計数率が高く不感時間補正の効果が顕在化しやすいのにも関わらず、変化が無いこと、直線項による補正がより深い未臨界体系において有効であることを踏まえ、その物理的要因として高次モード成分の影響が関与している可能性を示唆した。以上より、提案手法は非増倍体系から極めて浅い未臨界体系に至るまで、広範な体系条件に対して概ね適用可能であることを示した。一方で、深い未臨界体系や外部中性子源が挿入された条件においては、遅発中性子成分に起因する統計的不確かさや高次モード成分の影響が課題となることを明らかにした。

## 5.2. 今後の課題

本節では、以下の 2 点を本研究の今後の課題として示す。

- (1) 空間高次モード成分を考慮したモデル式補正方法の検討
  - (2) より深い未臨界度および様々な体系条件に対する提案手法の適用性評価
- それぞれの課題について順に説明する。

### (1) 空間高次モード成分を考慮したモデル式補正方法の検討

本研究で用いたラグ 1 自己共分散の理論式は、基本モード近似を前提として導出されている。そのため、実際の炉心において空間高次モード成分の寄与が無視できない場合には、理論式と測定値との間に乖離が生じ、未臨界度推定値にも参照値との間に系統的な差異が生じる可能性がある。実際に、本研究で得られた結果においても、未臨界度の推定値と参照

値との間に一定の系統差が確認されているが、本論文では、これらの影響を定量的に評価するには至っていない。

第3章および第4章では、この系統差を低減する試みとして、ラグ1自己共分散のフィッティング式に直線項を導入するモデル補正を行った。その結果、特に比較的深い未臨界体系において、未臨界度推定値が参照値に近づく方向に改善されることを確認した。第3章ではこの直線項による補正の物理的要因として、検出器の不感時間の影響が一因である可能性を指摘していた。しかしながら、極めて浅い未臨界体系の解析結果では、計数率が高いにもかかわらず、直線項の導入によって推定結果に有意な変化は確認されなかった。このことから、直線項による補正効果は、単純な不感時間補正のみでは説明できない可能性が示唆された。さらに、直線項による補正が深い未臨界体系においてより有効であったことを踏まえると、本直線項は、不感時間の影響というよりも、空間高次モード成分の影響を経験的に補正している項である可能性があると考えられる。

一方で、本論文では、空間高次モード成分がラグ1自己共分散に与える影響を理論的に導出するには至っておらず、直線項がどのような物理量を近似的に表現しているのかについても、明確な説明ができていない。したがって今後の課題として、例えばエネルギー1群・裸の均質体系といった簡易的な条件を仮定し、空間高次モード成分を正弦関数で表現することにより、まず空間1次モード成分を対象として、ラグ1自己共分散に及ぼす影響を評価し、その理論的整理を行うことが挙げられる。さらに、得られた知見を基に、高次モード効果を補正項として組み込んだフィッティングモデルを構築する、あるいは本手法の適用条件を明確化することにより、より実体系に即した汎用的な未臨界度推定手法へと発展させることが今後の重要な検討課題である。

## (2) より深い未臨界度および様々な体系条件に対する提案手法の適用性評価

本研究では、UTR-KINKI および KUCA における運転停止状態から極めて浅い未臨界体系までを対象として、ラグ1自己共分散に基づく炉雑音解析を行い、提案手法により未臨界度を概ね推定できることを示した。また、従来手法である Feynman- $\alpha$ 法との比較を通じて、提案手法が遅発中性子成分の抽出性に優れていることを確認した。

一方で、本研究で対象とした未臨界度の範囲は、東京電力福島第一原子力発電所(1F)の燃料デブリ体系において予測されている未臨界度と比較すると小さいと考えられる。さらに、1F 燃料デブリ体系では、燃料・構造材・水が混在する複雑な幾何形状や強い非対称性を有する体系となることが想定されており、このような条件下においても提案手法が同様に有効であるかについては、本研究では十分に検討できていない。

したがって今後の課題として、未臨界度がより深い条件や、燃料配置・減速材条件・検出器配置が大きく異なる多様な体系に対して提案手法を適用し、その推定精度および適用限界を評価することが挙げられる。特に、未臨界度が極端に深い場合には、遅発中性子成分がラグ1自己共分散に明確に現れない可能性があるため、定量的な未臨界度推定に代えて、ラ

グ 1 自己共分散における遅発中性子成分の有無やその現れ方に基づき、未臨界度を大まかに推定する、あるいは未臨界度がある閾値以下であることを判定する代替的な評価手法を検討する必要がある。

このようなアプローチにより、未臨界度の厳密な推定が困難な条件においても、燃料デブリ取り出し前の安全確認のための指標として炉雑音情報を活用できる可能性が広がると考えられる。これらの検討は、1F 燃料デブリ体系のような深い未臨界状態かつ複雑な体系条件に対する未臨界監視手法の実用化に向けた重要な課題であり、より現実的な手法の確立につながることを期待される。

## Appendix A ラグ 1 自己共分散の詳細な理論式導出

第 2 章 2.4.2 項で示したラグ 1 自己共分散の理論式について、本 Appendix ではその詳細な導出手順を示す。まず、(2.38)式に示したように、ラグ 1 自己共分散は(A.1)式のように定義される。

$$R(T) \equiv \langle (C_n(T) - \langle C_n(T) \rangle)(C_{n+1}(T) - \langle C_n(T) \rangle) \rangle \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $\langle \rangle$ は期待値を表す。(A.1)式を展開することで、(A.2)式が得られる。

$$R(T) = \langle (C_n(T)C_{n+1}(T) - C_n(T)\langle C_n(T) \rangle - \langle C_n(T) \rangle C_{n+1}(T) + \langle C_n(T) \rangle^2) \rangle \quad (\text{A.2})$$

期待値の線形性、すなわち $\langle a + b \rangle = \langle a \rangle + \langle b \rangle$ により期待値の和を分解できる性質を用いて、(A.2)式の右辺各項の期待値を計算して整理すると、(A.3)式が得られる。

$$R(T) = \langle C_n(T)C_{n+1}(T) \rangle - \langle C_n(T) \rangle^2 \quad (\text{A.3})$$

(A.3)式の右辺第 1 項は、(2.27)式に示した 2 時点検出確率 $P_2(t_1, t_2)dt_1dt_2$ を用いて、 $n$ 番目に対応するゲートの時間間隔と、 $n + 1$ 番目に対応するゲートの時間間隔で積分することで、(A.4)式のように導出することができる。

$$\begin{aligned} \langle C_n(T)C_{n+1}(T) \rangle &= \int_{nT}^{(n+1)T} dt_2 \int_{(n-1)T}^{nT} dt_1 P_2(t_1, t_2) \\ &= \int_{nT}^{(n+1)T} dt_2 \int_{(n-1)T}^{nT} dt_1 c^2 + \frac{1}{2}c \sum_{j=1}^7 Y_{\infty, j}(-\omega_j) \int_{nT}^{(n+1)T} dt_2 \int_{(n-1)T}^{nT} dt_1 e^{\omega_j(t_2-t_1)} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

ここで、(A.4)式の右辺第 2 項の積分部は(A.5)式のように計算することができる。

$$\begin{aligned} \int_{nT}^{(n+1)T} dt_2 \int_{(n-1)T}^{nT} dt_1 e^{\omega_j(t_2-t_1)} &= \left( \int_{nT}^{(n+1)T} e^{\omega_j t_2} dt_2 \right) \left( \int_{(n-1)T}^{nT} e^{-\omega_j t_1} dt_1 \right) \\ &= \frac{1}{\omega_j^2} (e^{\omega_j T} - 1)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

(A.5)式を(A.4)式に代入することで、(A.6)式が得られる。なお、(A.4)式の右辺第 2 項には係数として $(-\omega_j)$ が含まれているため、(A.5)式の積分結果と(A.6)式の符号が反転している。

$$\langle C_n(T)C_{n+1}(T) \rangle = (cT)^2 + \frac{1}{2}c \sum_{j=1}^7 \frac{Y_{\infty, j}}{-\omega_j} (e^{\omega_j T} - 1)^2 \quad (\text{A.6})$$

ここで、中性子計数率 $c$ と検出時間幅 $T$ の積は検出時間幅 $T$ に対応する中性子数の期待値 $\langle C_n(T) \rangle$ に一致するため、最終的に、ラグ 1 自己共分散の理論式は(A.6)式の右辺第 2 項のみとなり、(A.7)式のように導出される。

$$R(T) = \frac{1}{2}c \sum_{j=1}^7 \frac{Y_{\infty, j}}{-\omega_j} (e^{\omega_j T} - 1)^2 \quad (\text{A.7})$$

## Appendix B Python によるプログラミング例

### B.1. ラグ 1 自己共分散

```
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
from functools import partial

def funcInverseGbeff(s, rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i):
    return s*( 1.0/beff_Lambda + ( a_i/(s+lambda_i) ).sum() ) -
rho_dollar

def funcGbeff(s, rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i):
    return 1/funcInverseGbeff(s, rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i,
a_i)

def solveOmega(rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i):
    NM = len(lambda_i)
    A = np.zeros((NM+1, NM+1))
    A[0,0] = beff_Lambda*(rho_dollar-1.0)
    A[1:,0] = beff_Lambda*a_i
    A[0,1:] = lambda_i
    np.fill_diagonal(A[1:,1:], -lambda_i)
    omega = np.linalg.eigvals(A)
    return omega

def funcLag1AutoCovariance(T, rho_dollar, beff_Lambda, d, lambda_i,
a_i):
    NM = len(lambda_i)
    Rinf = np.zeros(NM+1)
    R = np.zeros_like(T)
    omega = solveOmega(rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i)

    for j in range(NM+1):
        Rinf[j] = d * funcGbeff(-omega[j], rho_dollar, beff_Lambda,
lambda_i, a_i) / ¥
        (-omega[j]* ( -rho_dollar +
( a_i*(omega[j]/(lambda_i+omega[j]))**2 ).sum() ) )
        R += Rinf[j] *(1- np.exp(omega[j]*T))**2
    return R

lambda_i = np.array([0.0124, 0.0305, 0.111, 0.301, 1.14, 3.01])
a_i = np.array([0.033, 0.219, 0.196, 0.395, 0.115, 0.042])

popt, pcov = curve_fit(partial(funcLag1AutoCovariance,
lambda_i=lambda_i, a_i=a_i), T, R, p0, sigma=R_err,
absolute_sigma=True, bounds=(-1000, 1, 1], [-1e-4, 1000, 10000]))
```

## B.2. Feynman- $\alpha$ 法

```
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
from functools import partial

def funcInverseGbeff(s, rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i):
    return s*( 1.0/beff_Lambda + ( a_i/(s+lambda_i) ).sum() ) -
rho_dollar

def funcGbeff(s, rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i):
    return 1/funcInverseGbeff(s, rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i,
a_i)

def solveOmega(rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i):
    NM = len(lambda_i)
    A = np.zeros((NM+1, NM+1))
    A[0,0] = beff_Lambda*(rho_dollar-1.0)
    A[1:,0] = beff_Lambda*a_i
    A[0,1:] = lambda_i
    np.fill_diagonal(A[1:,1:], -lambda_i)
    omega = np.linalg.eigvals(A)
    return omega

def funcY(T, rho_dollar, beff_Lambda, d_dash, lambda_i, a_i):
    NM = len(lambda_i)
    Yinf = np.zeros(NM+1)
    Y = np.zeros_like(T)
    omega = solveOmega(rho_dollar, beff_Lambda, lambda_i, a_i)

    for j in range(NM+1):
        Yinf[j] = d_dash * funcGbeff(-omega[j], rho_dollar, beff_Lambda,
lambda_i, a_i) / ¥
            ( -rho_dollar +
( a_i*(omega[j]/(lambda_i+omega[j]))**2 ).sum() )
        Y += Yinf[j] * (1-(1-np.exp(omega[j]*T))/(-omega[j]*T))
    return Y

lambda_i = np.array([0.0124, 0.0305, 0.111, 0.301, 1.14, 3.01])
a_i = np.array([0.033, 0.219, 0.196, 0.395, 0.115, 0.042])

popt, pcov = curve_fit(partial(funcY, lambda_i=lambda_i, a_i=a_i), T,
Y, p0, sigma=Y_err, absolute_sigma=True, bounds=[-1000, 1, 1], [-1e-
4, 1000, 10000]))
```