

修士論文

未臨界実験データを利用した  
バイアス因子法による  
未臨界炉心解析の不確かさ低減

名古屋大学大学院  
工学研究科博士課程前期課程  
マテリアル理工学専攻  
量子エネルギー工学分野  
山本章夫研究室  
木村俊貴  
平成 30 年 2 月



1. 緒言

高レベル放射性廃棄物の核変換処理を行うため、加速器中性子源と未臨界炉心から成る加速器駆動システム ADS の開発が行われている。この ADS の開発において、マイナーアクチニドを多く含む未臨界炉心の解析に伴う、不確かさの低減が求められている。炉心解析の不確かさ低減手法の一つであるバイアス因子法は、新設計炉心の解析に際し、類似する実験炉心に対する臨界実験の結果と解析結果の差を反映することで、新設計に対する解析の不確かさを低減する手法である。ADS の未臨界炉心に対しては、未臨界実験の結果を応用することが期待されているが、未臨界実験に関しては、バイアス因子法での利用に必要な核特性と測定値の相関を解析する手法が未確立であり、測定値を従来のバイアス因子法にて利用することが困難であった。

本研究では、ランダムサンプリング法を利用して未臨界実験の測定値と核特性の相関を解析することで、未臨界実験データをバイアス因子法による不確かさ低減に用いる手法を開発した。そして、京都大学臨界集合体実験装置 KUCA におけるパルス中性子法による未臨界実験データを利用し、手法の検証を行った。

2. 理論

ランダムサンプリング法を利用したバイアス因子法[1]の概念を図 1 に示す。本手法では、新設計 R の解析対象の解析結果を並べたベクトル  $\vec{C}_R$  とその分散共分散行列(不確かさ)  $\mathbf{V}_C^{(RR)}$  を考える。同様に、実験対象の解析結果  $\vec{C}_M$  (不確かさ  $\mathbf{V}_C^{(MM)}$ ) を考え、ランダムサンプリング法によって  $\vec{C}_R$  と  $\vec{C}_M$  の相関(分散共分散行列  $\mathbf{V}_C^{(RM)}$ ) を計算する。さらに、実験炉 M における実験結果を並べたベクトル  $\vec{E}_M$  (不確かさ  $\mathbf{V}_E^{(MM)}$ ) と  $\vec{C}_M$  を用いて、式(1)から(3)によって解析結果  $\vec{C}_R$  をより確かな値  $\vec{E}'_R$  に補正し、不確かさ  $\mathbf{V}_C^{(RR)}$  を  $\mathbf{V}_{E'}^{(R)}$  に低減する。

本検証では、面積比 AR と即発中性子減衰定数  $\alpha$  の測定結果を利用し、実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  および実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  の核データに起因する不確かさの低減を試みる。AR は、図 2 に示すようなパルス中性子源に対する中性子検出器の応答のうち、即発中性子成分  $A_p$  と遅発中性子成分  $A_d$  の比  $A_p/A_d$  である[2]。また、 $\alpha$  は即発中性子成分の減衰の時定数である[3]。バイアス因子法適用時に必要となる、AR および  $\alpha$  と  $k_{\text{eff}}$  および  $\beta_{\text{eff}}$  の相関(共分散)は、ランダムサンプリング法を利用して評価する。

3. 実験結果

2013 年に KUCA において実施された、AR および  $\alpha$  を測定したパルス中性子法実験の結果を用い、実験を行った体系における実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  および実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  の核データに起因する不確かさの低減を試みた。結果を図 3 に示す。図 3 の横軸について、補正後の項目のラベルは補正に用いた値を示す。

図 3 に示す結果から、AR や  $\alpha$  の値を用いることで  $k_{\text{eff}}$  の不確かさ低減が可能であることが分かる。また、 $\beta_{\text{eff}}$  については、AR や  $\alpha$  の値を単独で用いても不確かさをあまり低減できないものの、AR と  $\alpha$  を併用することで不確かさ低減が可能であることが確認された。

4. 結言

ADS の炉心解析の不確かさを低減するため、未臨界実験の測定対象そのものを解析することで、未臨界実験データを用いるバイアス因子法を開発した。そして、面積比 AR と即発中性子減衰定数  $\alpha$  の実験結果を利用し、実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  および実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  の核データ起因不確かさの低減が可能であることを確認した。

参考文献

[1] Tomohiro Endo, Akio Yamamoto and Tomoaki Watanabe, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **53**, 10, pp.1494-1501 (2016).  
 [2] G. I. Bell and S. Glasstone, *Nuclear Reactor Theory*, Van Nostrand Reinhold, New York, 546-554 (1970).  
 [3] T. Endo, G. Chiba, W. F. G. van Rooijen, M. Yamanaka, C. H. Pyeon, *J. Nucl. Sci. Technol.*, (2018).

公刊論文

[1] T. Kimura, T. Endo, A. Yamamoto, *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **115**, pp.1081-1084 (2016).  
 [2] 木村俊貴, 遠藤知弘, 山本章夫, 日本原子力学会 2017 年春の年会, 東北大学, 3 月 27 日-29 日 (2017).  
 [3] T. Kimura, T. Endo, A. Yamamoto, *Proc. M&C2017*, Apr.16-20, 2017, Jeju, Korea (2017).  
 [4] 木村俊貴, 遠藤知弘, 山本章夫, 日本原子力学会 2017 年秋の大会, 北海道大学, 9 月 13 日-15 日 (2017).

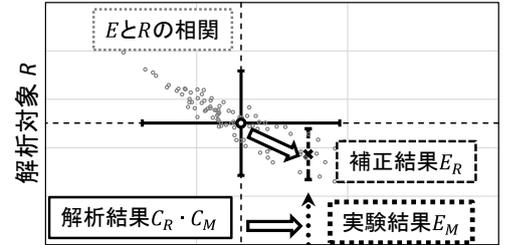


図 1 バイアス因子法の概念図

$$\vec{E}'_R = \vec{C}_R + \mathbf{K}(\vec{E}_M - \vec{C}_M) \quad (1)$$

$$\mathbf{V}_{E'}^{(R)} = \mathbf{V}_C^{(RR)} - \mathbf{K}\mathbf{V}_C^{(MR)} \quad (2)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{V}_C^{(RM)} \{ \mathbf{V}_C^{(MM)} + \mathbf{V}_E^{(MM)} \}^{-1} \quad (3)$$

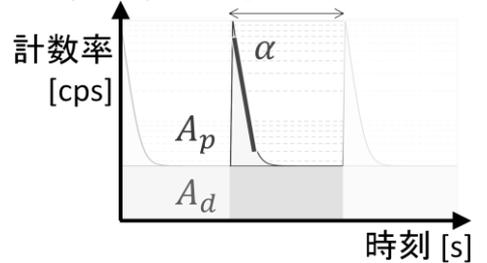


図 2 パルス中性子法の概念図

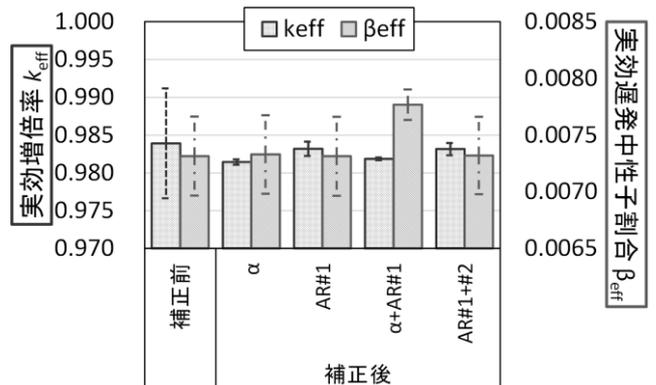


図 3 KUCA 実験データの適用結果



# 目次

第1章	序論	1
1.1	本研究の背景	1
1.1.1	加速器駆動システム ADS の炉心設計と不確かさ	1
1.1.2	未臨界度測定実験	10
1.1.3	バイアス因子法による不確かさ低減	14
1.1.4	バイアス因子法にて未臨界実験データを利用する際の問題点	16
1.2	本研究の目的	17
1.3	本論文の構成	18
第2章	未臨界実験データを利用したバイアス因子法の理論	19
2.1	本章の概要	19
2.2	ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法	19
2.2.1	ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法の概要	19
2.2.2	データ同化手法を用いた不確かさ低減	19
2.2.3	ランダムサンプリング法の応用	21
2.3	未臨界実験に対する数値解析	24
2.3.1	本節の概要	24
2.3.2	面積比の数値計算による解析	24
2.3.3	即発中性子減衰定数の解析	26
2.4	未臨界実験データを利用したバイアス因子法の提案	27
2.5	本章のまとめ	28
第3章	双子実験による未臨界実験データの適用性評価	29
3.1	本章の概要	29
3.2	双子実験の手順と解析の条件	29
3.2.1	双子実験の概要	29
3.2.2	解析方法・条件	30
3.3	不確かさおよび相関の評価	37
3.3.1	不確かさ評価の結果	37
3.3.2	相関評価の結果	39
3.3.3	ランダムサンプリング法の問題点	39
3.4	不確かさ低減の度合いの評価	40
3.4.1	解析方法・条件	40
3.4.2	解析結果	41
3.4.3	考察	44

3.5	不確かさ低減の妥当性の評価.....	46
3.5.1	解析方法・条件.....	46
3.5.2	解析結果.....	47
3.5.3	考察.....	51
3.6	従来の手法との比較.....	56
3.6.1	従来の手法の概要.....	56
3.6.2	解析結果.....	57
3.7	本章のまとめ.....	60
第4章	KUCAにおける未臨界実験を利用したバイアス因子法の適用性評価.....	61
4.1	本章の概要.....	61
4.2	京都大学臨界集合体実験装置 KUCA における未臨界実験の概要.....	61
4.2.1	KUCA の概要.....	61
4.2.2	未臨界実験の概要.....	61
4.3	実験体系の解析と不確かさ評価.....	71
4.3.1	解析方法・条件.....	71
4.3.2	SCALE6.2.2/PARTISN5.97 による解析結果の妥当性の評価.....	89
4.4	未臨界実験データを利用したバイアス因子法の適用性評価.....	95
4.4.1	概要.....	95
4.4.2	適用性の評価結果と考察.....	95
4.5	本章のまとめ.....	106
第5章	結論.....	108
5.1	まとめ.....	108
5.2	今後の課題.....	109
	参考文献.....	111
	謝辞.....	115
	公刊論文リスト.....	116
Appendix A.	解析に利用した入力.....	117
A.1	SCALE6.2.2.....	117
A.1.1	導入時の注意点.....	117
A.1.2	解析に用いる入力の概要.....	117
A.1.3	MA 装荷 ADS 炉心解析時の入力.....	118
A.1.4	KUCA 実験解析時の入力.....	123
A.2	PARTISN5.97.....	127
A.2.1	導入方法.....	127
A.2.2	KUCA 実験解析時の入力.....	133
Appendix B.	自作ツールについて.....	143

B.1	バイアス因子法適用ツール.....	143
B.1.1	ツールの概要.....	143
B.1.2	実験結果 CSV 読み込みツール.....	143
B.1.3	計算結果 CSV 読み込みツール.....	144
B.1.4	バイアス因子法適用ツール.....	149
B.2	SCALE6-PARTISN 断面積供給ツール.....	151
B.2.1	ツールについて.....	151
B.2.2	使用方法 .....	163
B.3	PARTISN の計算結果を利用した面積比計算ツール.....	163
B.3.1	ツールの概要.....	163
B.3.2	使用方法 .....	165
B.4	自作一次元中性子拡散計算コード.....	166
B.4.1	差分化による中性子拡散方程式の行列演算化.....	166
B.4.2	行列演算ライブラリ Eigen による行列演算 .....	171

# 第1章 序論

## 1.1 本研究の背景

### 1.1.1 加速器駆動システム ADS の炉心設計と不確かさ

#### 1.1.1.1 ADS の概要

加速器駆動システム(ADS, Accelerator Driven System)は、未臨界の炉心と加速器駆動中性子源を組み合わせることで、未臨界状態のまま加速器の力によって核分裂反応を起こし続けることで稼働する原子炉である[1]。

ADS は、炉心の未臨界状態を維持した状態で運転されることから、炉心を臨界にする必要が無く、炉心に通常の原子炉では用いづらい、中性子を吸収しやすい物質を多量に使用できる。さらに、加速器中性子源の放出する中性子は、核分裂で放出されるものよりも高エネルギーである。

これらの性質を生かし、ADS は高レベル放射性廃棄物の核変換処理による減容・短寿命化への利用が期待され

ており、この目的での開発が進められている[1]。例えば、高レベル放射性廃棄物の中でも長寿命な核種として知られる $^{237}\text{Np}$ は、図 1.2 のような過程を経て安定核種とすることができる。効率よく核変換を行うためには、このような長寿命核種核分裂に適したエネルギーの中性子を利用できる原子炉が求められる。

$^{237}\text{Np}$ の全断面積と核分裂断面積の、中性子エネルギーに対する関係を図 1.3 に示す。この図から 1 MeV を超える高エネルギーでは核分裂断面積が全断面積に占める割合が大きくなっており、核分裂を起こしやすくなっていることが分かる。そのため、核変換を行うためにはこのような高エネルギーの中性子が利用できることが求められている。

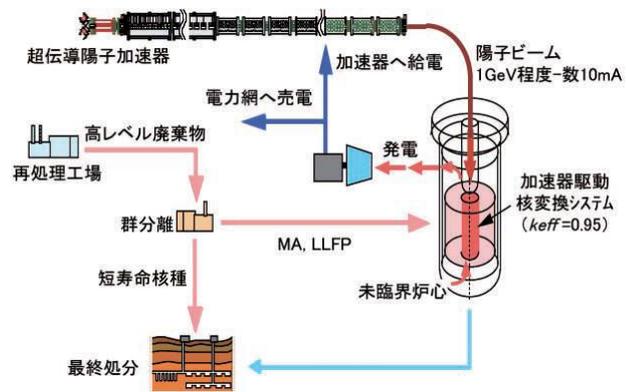


図 1.1 ADS の概念図(参考文献[1]より引用)

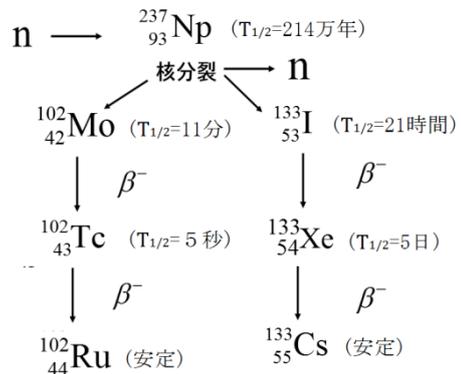


図 1.2 核変換の反応経路例[2]

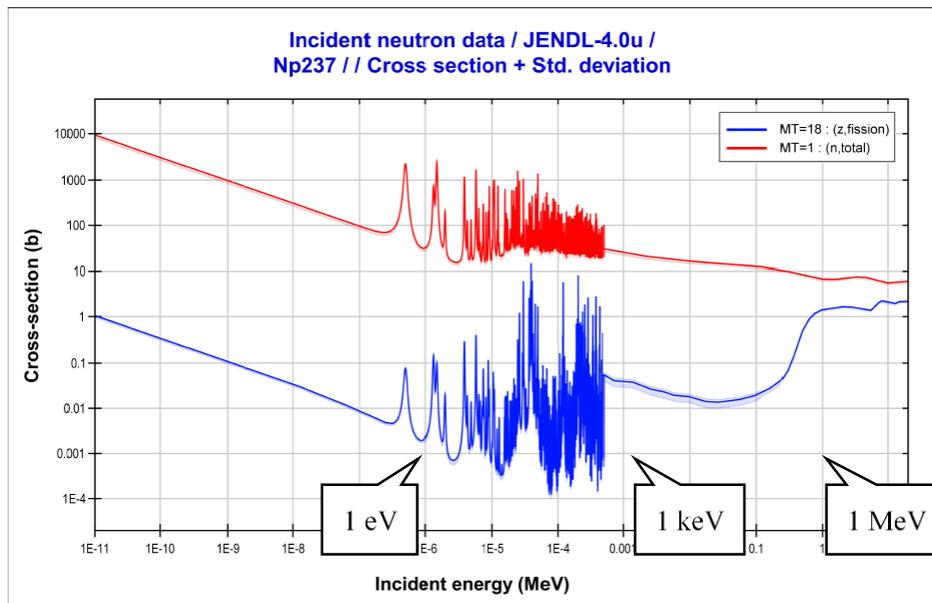


図 1.3  $^{237}\text{Np}$ の全断面積(上)と核分裂断面積(下)のエネルギー依存性[3]

核変換処理の目的では、同じく炉内の中性子エネルギーの高い高速増殖炉を用いることも検討されているが、ADS は前述の通り中性子を吸収しやすい物質を多量に使用できるため、核変換したい物質を一度に多量に装荷できる特徴があり、核変換の効率がより良いとされている。一方、高速増殖炉には無い開発課題として、加速器中性子源の強度や安定性および耐久性、未臨界状態の測定や担保といった問題が存在する。

#### 1.1.1.2 ADS における炉心解析

##### ● 臨界固有値の解析

ADS は加速器を利用した外部の中性子源によって運転を行うため、安全を確保するためには体系の未臨界状態を維持する必要がある。もし体系が臨界となっていれば、体系内に既に存在する中性子だけで中性子の生成と消滅の釣り合いが取れているのに加えて、中性子源から新たに放出される中性子の増倍も加わり、出力が上昇し続けるためである。

ADS 炉心の未臨界を保つよう、適切に設計するためには、炉心が臨界であるかどうか、またどの程度臨界から離れているのか知る必要がある。ADS の炉心設計において、この未臨界の度合いの指標となるのがいわゆる臨界固有値、つまり実効増倍率である。実効増倍率は、核分裂によって体系内に発生する中性子と、炉内で物質に吸収されたり、炉外へ漏出したりすることで消滅する中性子の比率として定義される[4]。臨界安全の観点では、このように定義された実効増倍率が、臨界安全規制の指標となっている[5]。この中性子の生成・消滅の量はボルツマンの輸送方程式を解くことで求めることができる。すなわち、実効増倍率を計算するためには、加速器の外部中性子源を無視し、核分裂中性子源を実効増倍率で割ることによって規格化した、固有値方程式の形として解く。これを臨界計算という。実効増倍

率を $k_{\text{eff}}$ 、位置 $\vec{r}$ およびエネルギー $E$ における方向 $\vec{\Omega}$ への角度中性子束を $\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ として、この固有値方程式を以下の式(1.1.1)に示す[6]。

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &= \frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' v \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ &+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

角度中性子束 $\psi$ は、ある位置にてある方向へ飛ぶ中性子の量と速度の積であり、これを全角度について積分することで、中性子束 $\phi(\vec{r}, E)$ を得られる。この(1.1.1)式の左辺は中性子の漏えい及び吸収による消滅を示す。第1項は、ある位置に存在した中性子が移動することによる漏えいを示す。第2項は、その位置での核反応による吸収を示す。右辺は中性子の生成を示しており、第1項は核分裂による中性子の生成、第2項は散乱によるエネルギーや方向の変化を示す。実用上は、この方程式に対して空間・エネルギー・方向について関数展開や離散化の近似を加えたものを用い、計算機を用いて数値解を計算する。なお(1.1.1)式は、位置・エネルギー・方向を離散化し、位置・エネルギー・方向ごとの角度中性子束をベクトル、微積分や乗算を行列に見立てることで、以下の式(1.1.2)に示すような行列演算として記述することもできる。

$$\mathbf{A}\vec{\psi} = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \mathbf{F}\vec{\psi} \quad (1.1.2)$$

この(1.1.2)式は行列の固有値を求める計算式となるため、臨界計算は固有値計算とも呼ばれる。この固有値計算による計算例を以下の図 1.4 に示す。

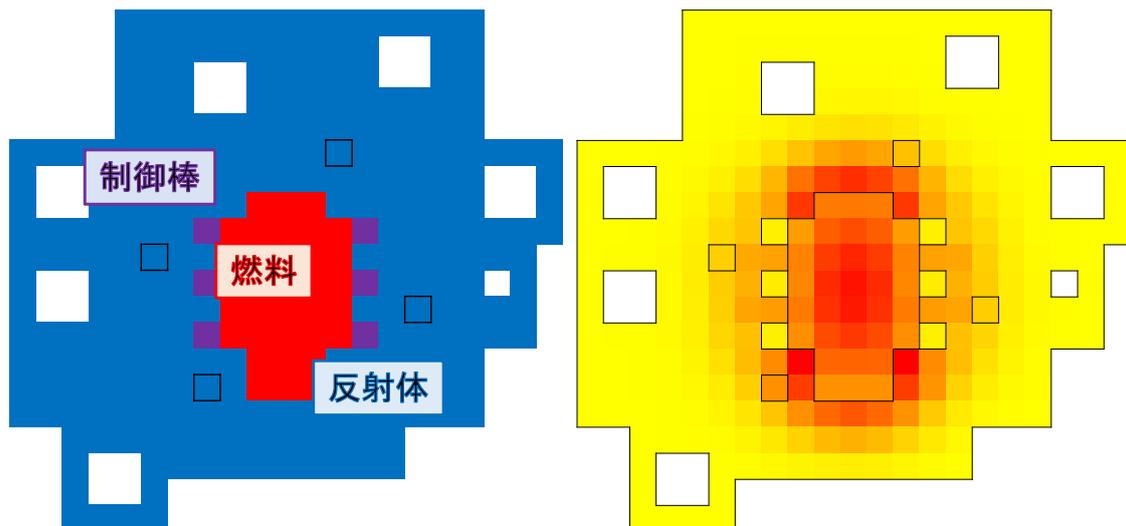


図 1.4 臨界固有値の計算例 (左:体系設定、右: $^3\text{He}$ 吸収反応率分布)

この図 1.4 では、 $^3\text{He}$ 検出器にて中性子の計数を測定する際に発生する、 $^3\text{He}$ の中性子吸収

反応率の分布を示しており、赤色の領域ほど反応率が高い。

### ● 運転時の中性子束分布の解析

ADS 炉心の出力の大きさや出力分布を知るためには、炉内でどれだけの核分裂が起こり、どのように中性子が分布するのかを知る必要がある。ADS は未臨界の体系であり、外部の加速器駆動中性子源から放出された中性子が、炉内で核分裂などの反応を起こすことで出力を発生する。深い未臨界状態では、核分裂による中性子の生成量が少なく、外部中性子源から発生した中性子を無視することはできない。そこで、出力分布を知るために解く式は、臨界固有値の解析では省かれていた、外部中性子源 $S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ を考慮した、以下のような数式となる[6]。ここでは、外部中性子源を考慮した角度中性子束は区別のため $\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ とする。

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &= \chi(\vec{r}, E) \int_{4\pi} \frac{1}{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \varphi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ &+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \varphi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

行列演算として記述すると、以下のように表せる。

$$\mathbf{A}\vec{\varphi} = \mathbf{F}\vec{\varphi} + \vec{S} \quad (1.1.4)$$

また、過渡変化の解析では、中性子源や体系の状態の時間変化も考慮し、中性子束の時間変化と遅発中性子の存在を考慮した、時間依存の輸送方程式が利用される[6]。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v(\vec{r}, E)} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) &= -\vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) - \Sigma_t(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \\ &+ \frac{\chi_p(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' (1 - \beta) \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \varphi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) \\ &+ \sum_i \frac{\chi_{d,i}(\vec{r}, E)}{4\pi} \lambda_i C_i(\vec{r}, t) \\ &+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \varphi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) \\ &+ S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

ここで $C_i(\vec{r}, t)$ は $i$ 群遅発中性子先行核数密度であり、 $\lambda_i$ を崩壊定数として崩壊し、遅発中性子を発生する。これらの時間変化は以下の式に従う。

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(\vec{r}, t) = -\lambda_i C_i(\vec{r}, t) + \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \beta_i \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \varphi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) \quad (1.1.6)$$

これらの外部中性子源を考慮した輸送方程式も、実用上は空間・エネルギー・方向について関数展開や離散化の近似を加えたり、中性子束を時間成分と空間成分に分離したりしたものを用い、計算機を用いて数値計算することとなる。

ADS における中性子束の空間分布は、外部中性子源が存在することにより、臨界計算で

得られる中性子束の分布と比べ、中性子源付近にて局所的に大きなものとなる。また、核分裂によって発生する中性子が約 2 MeV 程度であるのと比べ、加速器中性子源による中性子は、D-T 反応を利用するものであれば約 14 MeV、ADS の開発にて有力視されている核破砕中性子源では約 40 MeV にも達することから、より高エネルギーの中性子が多く存在することになる。

以下の図 1.5 に、固定源計算による計算例を示す。これは図 1.4 と同じ体系に外部中性子源を追加した計算である。

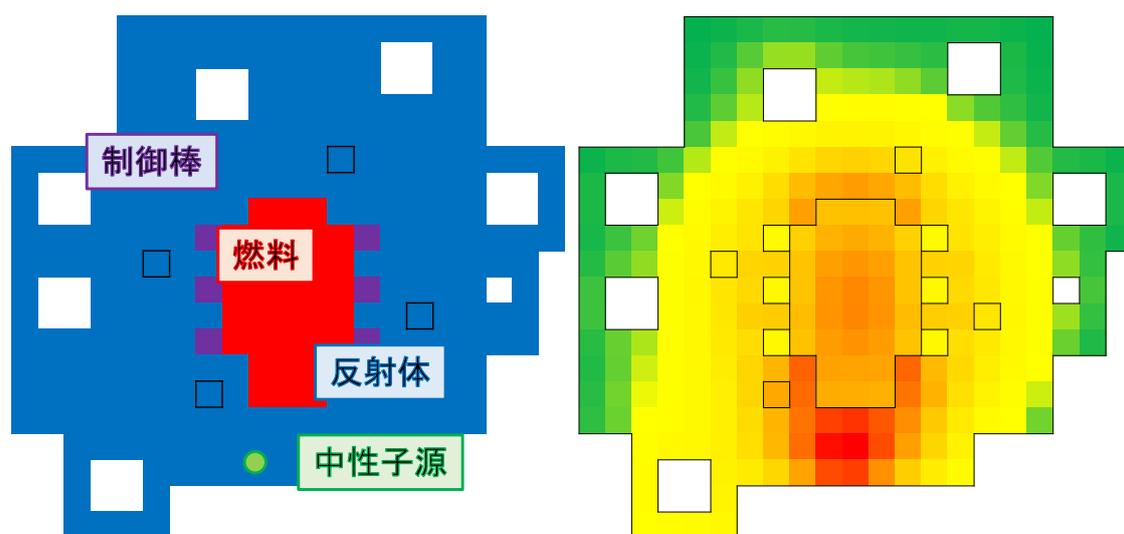


図 1.5 中性子束分布の計算例 (左:体系設定、右: $^3\text{He}$ 吸収反応率分布)

この図 1.5 においても、 $^3\text{He}$ 検出器にて中性子の計数を測定する際に発生する、 $^3\text{He}$ の吸収反応率の分布を示しており、赤色の領域ほど反応率が高くなっている。図 1.5 から、中性子源付近にて $^3\text{He}$ の吸収反応率が炉内よりも高くなっていることが分かる。このような図 1.4 と図 1.5 の違いが、固有値計算と外部中性子源を考慮した計算の違いの一例である。

### 1.1.1.3 炉心解析の不確かさ評価

#### ● 炉心解析の不確かさ

炉心解析によって計算した、実効増倍率や反応度、中性子束分布などの核特性パラメータには、必ず不確かさが伴う。この解析結果の不確かさを定量的に評価することは、解析結果の信頼性や、炉心の安全性と性能向上の兼ね合いから重要である。例えば、臨界安全評価における推定臨界下限増倍率(不確かさを考慮しても体系が未臨界であると推定できる実効増倍率)は、複数の臨界ベンチマーク実験の実効増倍率を計算し、それを統計的に処理することで、信頼度 97.5%(臨界超過確率 2.5%)の数値を算出している[5]。また、JAEA における ADS の開発では、計算の不確かさと中性子束分布の均一化の兼ね合いから、実効増倍率は  $k_{\text{eff}} = 0.97$  を上限とするように設定されている[7]。

この解析結果の不確かさの要因は、①空間均質化や拡散近似といった計算手法に含まれる近似の影響や、②桁落ちや丸め誤差といった数値誤差、また③製造公差や断面積データ・原子数密度などの入力パラメータの不確かさなどが挙げられる。軽水炉の炉心解析においては、特に③入力パラメータの不確かさの一部である、反応断面積などのデータ(核データ)の不確かさに起因するものが大きいとされている[8]。ADS においては、核変換処理のために装荷されるマイナーアクチニド(MA)燃料や、冷却材および核破砕ターゲットとして用いられる鉛ビスマスの核データの不確かさが大きい[9]。このため、例えば先述の JAEA による ADS の設計では、評価済み核データライブラリとして JENDL-3.3 を利用して燃料組成(希釈材  $Zr^{15}N$  の体積割合)が調整されていたが、核データを新しい JENDL-4.0 に更新して再解析したところ、実効増倍率が  $k_{\text{eff}} = 1.000$ 、つまり臨界となってしまいう問題が生じた[10]。

## ● 分散と共分散

ある 2 つのパラメータ  $x$  および  $y$  の共分散  $\text{cov}(x, y)$  は、パラメータ間の相関を表す統計量であり、各パラメータの平均からの偏差の積の期待値として以下のように定義される。

$$\text{cov}(x, y) = E[(x - E[x])(y - E[y])] \quad (1.1.7)$$

ここで、 $E[x]$  は  $x$  の期待値を示す。共分散が正であれば、一方の変数の値が大きくなるともう一方の変数の値も正側に大きくなる。また共分散が負であれば、逆に一方の値が大きくなるともう一方の変数の値は負側に大きくなる。なお、同じパラメータ  $x$  同士の共分散は、パラメータ  $x$  の分散  $V_x$  となる。不確かさを標準偏差  $\sigma_x$  で示す場合、 $\sigma_x$  は分散  $V_x = \text{cov}(x, x)$  を用いて以下のように表される。

$$\sigma_x = \sqrt{V_x} = \sqrt{\text{cov}(x, x)} \quad (1.1.8)$$

また、パラメータ  $x$  と  $y$  の相関の強さを相関係数  $r(x, y)$  によって示す場合、これは以下のように表される。

$$r(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{V_x} \sqrt{V_y}} \quad (1.1.9)$$

相関係数  $r(x, y)$  は 0 に近いほど無相関、1 に近いほど正の相関、-1 に近いほど負の相関となる値である。

評価済み核データライブラリにおいては、過去に行われた様々な実験データをもとに、様々な核データが理論計算や統計処理によって評価されている。このため、核データには実験結果の不確かさが伝播している。また、すべてのデータ点について単独の実験を行うことは困難であるため、核データの評価には様々な実験にて得たデータ間の補間を利用している。このため、核データの間には相関が存在する場合があります、炉心特性の不確かさを正確に評価するためには核データ間の相関も考慮しなければならない。JENDL-4.0[3]や ENDF/B-VII.1[11]といった評価済み核データライブラリでは、各核種の各中性子エネルギーに対する

各核反応の核データ評価値に対し、その不確かさは分散、核データ間の相関は共分散の形で評価され、まとめられている。例として以下の図 1.6 に、参考文献[12]に掲載されている JENDL-4.0 の<sup>235</sup>U核分裂断面積共分散を示す。

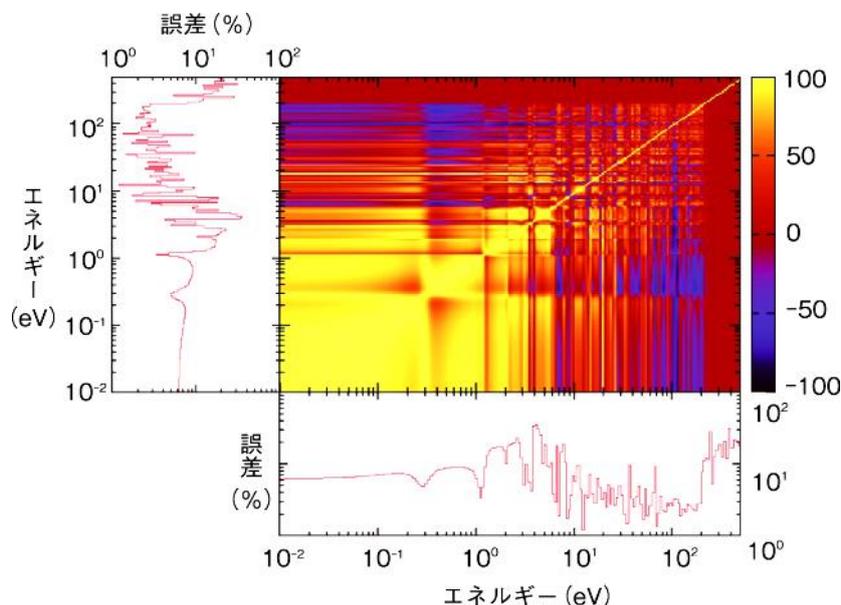


図 1.6 <sup>235</sup>U核分裂断面積のエネルギー間の共分散 (参考文献[12]より引用)

また、核特性パラメータの核データに起因する不確かさも、分散やその平方根である標準偏差によって表現される。以下では、核データに起因する核特性パラメータの不確かさの評価手法について簡潔に述べる。

### ● 摂動論による不確かさ評価

核特性パラメータの不確かさ評価の基本は、核データの不確かさの誤差伝播である。誤差伝播による不確かさ評価のためには、不確かさを求めたい核特性パラメータの、核データに対し微小な摂動を与えた際の解析結果の変化量(感度係数)が必要となる。

ある核特性パラメータ $C$ に対し、核データ $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$ の不確かさに起因する不確かさ $V_C$ は、変数間の相関も考慮すると式(1.1.10)によって表される[13]。

$$V_C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial C}{\partial \Sigma_i} \frac{\partial C}{\partial \Sigma_j} \text{cov}(\Sigma_i, \Sigma_j) \quad (1.1.10)$$

ここで、 $\partial C / \partial \Sigma_i$ は $\Sigma_i$ の変化に対する $C$ の変化量を示す値であり、感度係数と呼ばれる。なお、 $\partial C / \partial \Sigma_i$ に $\Sigma_i / C$ をかけた量 $(\partial C / C) / (\partial \Sigma_i / \Sigma_i)$ は相対感度係数と呼ばれる。この式(1.1.10)は、行列とベクトルの掛け算として以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
V_C &= \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \mathbf{M}[\Sigma] \mathbf{G}_{\Sigma C} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{\partial C}{\partial \Sigma_1} & \frac{\partial C}{\partial \Sigma_2} & \cdots & \frac{\partial C}{\partial \Sigma_n} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} V_{\Sigma_1} & \text{cov}(\Sigma_1, \Sigma_2) & \cdots & \text{cov}(\Sigma_1, \Sigma_n) \\ \text{cov}(\Sigma_2, \Sigma_1) & V_{\Sigma_2} & & \text{cov}(\Sigma_2, \Sigma_n) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\Sigma_n, \Sigma_1) & \text{cov}(\Sigma_n, \Sigma_2) & \cdots & V_{\Sigma_n} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial C}{\partial \Sigma_1} \\ \frac{\partial C}{\partial \Sigma_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial C}{\partial \Sigma_n} \end{pmatrix} \quad (1.1.11)
\end{aligned}$$

右辺の列ベクトル $\mathbf{G}_{\Sigma C}$ は $C$ の感度係数行列(ベクトル)、行列 $\mathbf{M}[\Sigma]$ は核データ $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$ の分散共分散行列と呼ばれる。なお共分散 $\text{cov}(x, y)$ は $x$ と $y$ を交換しても同じ値( $\text{cov}(x, y) = \text{cov}(y, x)$ )となるから、分散共分散行列 $\mathbf{M}[\Sigma]$ は対称行列( $\mathbf{M}[\Sigma] = \mathbf{M}[\Sigma]^T$ )である。

核特性パラメータの核データに対する感度係数は、その一般形を解析的に求めることは困難であるが、差分近似を用いた直接法や摂動論もしくは一般化摂動論に基づいた方法などを用いることで、数値計算によって求めることができる[14]。このうち、差分近似を用いる直接法は、不確かさを考慮する核種・エネルギー・反応ごとに摂動を与えた計算を必要とするため、計算量がきわめて膨大となり、詳細エネルギー群・様々な核種・反応を考慮した不確かさ評価の場合には非現実的なものとなる。そのため、炉心解析の核データ起因の不確かさ評価には、摂動論に基づく方法がよく用いられる。

摂動論による不確かさ評価手法は、臨界体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ のある断面積 $\Sigma$ に対する相対感度係数を、中性子輸送方程式(1.1.1)に対する随伴方程式の計算結果を活用して計算し、さらに入力パラメータの分散共分散 $\mathbf{M}[\Sigma]$ に対して式(1.1.11)の誤差伝播則を適用することで、解析結果の分散共分散を求める方法である。この相対感度係数を $S_{\Sigma k}$ とすると、 $S_{\Sigma k}$ は以下の式(1.1.12)を利用して求めることができる[15]。

$$S_{\Sigma k} = \frac{\Sigma}{\partial \Sigma} \frac{\partial k_{\text{eff}}}{k_{\text{eff}}} = - \frac{\langle \vec{\psi}^\dagger \frac{\partial \left( \mathbf{A} - \frac{1}{k_{\text{eff}}} \mathbf{F} \right)}{\partial \Sigma} \vec{\psi} \rangle}{\langle \vec{\psi}^\dagger \frac{1}{k_{\text{eff}}} \mathbf{F} \vec{\psi} \rangle} \cdot \Sigma \quad (1.1.12)$$

ここで、ブラケット $\langle \rangle$ は全ての空間・角度・エネルギーにおける積分を示す。また、 $\vec{\psi}^\dagger$ は随伴角度中性子束と呼ばれる値であり、これを求める随伴方程式は以下の式(1.1.13)となる。

$$\left( \mathbf{A} - \frac{1}{k_{\text{eff}}} \mathbf{F} \right)^\dagger \vec{\psi}^\dagger = 0 \quad (1.1.13)$$

また、式に残る微分の項 $\partial(\mathbf{A} - (1/k_{\text{eff}})\mathbf{F})/\partial \Sigma$ はどの断面積に対する感度係数であるかを定める項であり、 $k_{\text{eff}}$ の値を定数として扱えば簡単に計算することができる。

上述した摂動論や、これを臨界炉心における反応率比や反応度価値に適用できるよう発展させた一般化摂動論[14]に基づく不確かさ評価は、感度係数を評価したい核特性パラメータの数だけ随伴関数を計算すればよいため、核特性の不確かさ評価にはよく用いられる。特に、臨界実験に対する解析の不確かさ評価においてよく用いられており、ADSの核特性パ

ラメータ(実効増倍率、実効遅発中性子割合、出力ピーキング係数やボイド反応度など)の不確かさ評価への利用例もある[9]。ただし、実機の炉心設計における解析で必要となる、運転に伴う核種組成の変化を含めた計算や、熱水力フィードバックを含めた計算など、非線形性の強いモデルや複雑な計算過程を伴う場合には適用困難となるため、随伴関数の計算が不要である別の手法として、次に述べるランダムサンプリング法を用いた不確かさ評価手法が注目を浴びている。

## ● ランダムサンプリング法を用いた不確かさ評価

近年、感度係数の誤差伝播によらない不確かさ評価手法として、ランダムサンプリング法を用いた不確かさ評価手法も利用されている[16]。この方法は、不確かさ(評価済み核データの共分散データ)に従うよう核データのランダムサンプリングを行い、得られた核データのサンプルごとに炉心解析を行い、各サンプルの解析結果を統計処理することで、核特性パラメータの分散を求める方法である。

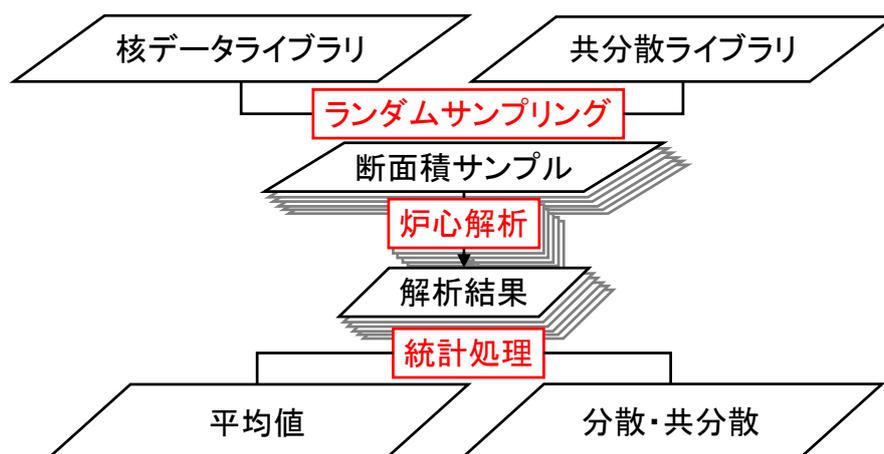


図 1.7 ランダムサンプリング法による不確かさ評価手順

ランダムサンプリング法による不確かさ評価の手順は、3段階に分けられる。

1. 核データに対し、その不確かさに基づいて無作為に摂動を与えた異なる核データ(断面積サンプル)を多数作成する。
2. 作成した各断面積サンプルに対して炉心解析を行い、核特性パラメータのサンプルを得る。
3. 得られた核特性パラメータのサンプルを統計処理し、その分散・共分散を評価する。

この手法は随伴関数の計算が不要であり、データサンプルごとの炉心解析も既存の計算コードに手を加えることなく用いることができる。このため、感度係数の解析が困難な複雑な解析に対しても適用しやすく、既存の解析システムを利用した検討も可能である。一方、この手法は乱数を介して統計処理を行うため、統計的な不確かさが生じる点に注意が必要

である。統計誤差を減らすためには、作成する断面積データのサンプル数とそれに対応する計算の数を多くとる必要があり、計算コストが増大しがちである。このため、サンプル数は必要な統計精度と許容される計算コストとの兼ね合いで決まることとなる。これまでに当研究室においては、軽水炉への適用が検討されている[16]他、ADS に関連して未臨界実験の解析への応用も検討されている[17]。

## 1.1.2 未臨界度測定実験

### 1.1.2.1 未臨界度測定技術の開発背景

前節では、ADS の設計や解析において、その未臨界状態と不確かさを知る方法について述べてきた。しかしこれらはあくまでも数値計算による予測であり、実物の炉心の状態を知るには、何らかの実験を行って計測する必要がある。この炉心の未臨界状態を実験によって定量評価する技術のことを、未臨界度測定技術と呼ぶ。この未臨界度測定技術は、臨界安全管理の適正化や、ADS の開発に関連して発展してきた技術である。

未臨界度は、核燃料を取り扱う体系がどの程度臨界から離れているのか、その裕度を示す指標であり、負の反応度 $-\rho$ として、体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を用いて式(1.1.14)で定義される。

$$(-\rho) = \frac{1 - k_{\text{eff}}}{k_{\text{eff}}} \quad (1.1.14)$$

この値が大きいくほど、体系は臨界から離れた、深い未臨界状態であるといえる。この未臨界度 $-\rho$ は、臨界安全管理や ADS の設計では重要となるパラメータである。

臨界安全管理は、原子炉外で核燃料を取り扱う場所である、燃料工場や使用済み核燃料貯蔵施設、再処理工場などにおいて、核燃料が臨界とならないように管理することである。核燃料が正しく扱われなければ、1999年のJCO 臨界事故のような、重大な事故につながる[4]。核燃料を未臨界に保つためにはその取扱いを制限する必要があるが、制限が厳しいほど施設が複雑になるため、維持管理が難しくなり、また取り扱える物質の質量・形状・濃度の制限により経済性が落ちるため、制限には適切な設定が必要である[5]。

ADS においても、加速器を利用した中性子源によって運転を行うため、安全を確保するためには体系の未臨界状態を維持する必要がある。さらに、ADS の出力は体系の未臨界度に影響されて変化するため、未臨界度の変化に合わせて加速器中性子源の出力を調整する必要がある。これらを適切に制御するためには、ADS の現在の出力だけでなく、未臨界度を知る必要がある。

これまでは、未臨界度測定法としてパルス中性子法、原子炉雑音法、中性子源増倍法、指数法など、様々な測定手法が開発されている[5]。以下では、ADS における未臨界度測定手法として検討されている手法の一部について説明する。

### 1.1.2.2 面積比法による未臨界度測定

パルス中性子法と呼ばれる未臨界度測定法は、炉心に対しパルス状に中性子を打ち込んだ後の、炉内中性子数密度の時間変化を解析することで未臨界度を求める方法である。面積比法はパルス中性子法の一つであり、体系に周期的に中性子を打ち込んだ際の、一周期分の計数の成分に着目する方法である[18]。面積比法概念図を図 1.8 に示す。

面積法では、パルス 1 周期分の計数について、中性子打ち込み後すぐに減衰する即発中性子成分 $A_p$ と、一定となる遅発中性子成分 $A_d$ の比を面積比と呼び、これを測定する。この面積比 $AR$ は、一点炉動特性方程式の下では、式(1.1.15)に従って未臨界度 $-\rho$ を実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ で割ったものとおおむね等しくなる。

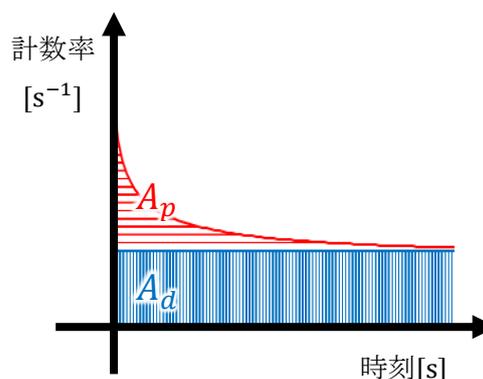


図 1.8 面積比法概念図

$$AR \equiv \frac{A_p}{A_d} \approx -\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}} \quad (1.1.15)$$

原子炉内の中性子数の時間変化は、遅発中性子も考慮した時間依存の輸送方程式(1.1.5)を解くことで得られる。ただし、この方程式の解析解を求めるのは困難であることから、中性子束の空間分布やエネルギー依存性を無視した、一点炉動特性方程式(1.1.16)[4]によって中性子数密度 $n(t)$ の時間変化を求める。

$$\frac{d}{dt}n(t) = \frac{\rho(t) - \beta_{\text{eff}}}{\Lambda(t)}n(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t) + S(t) \quad (1.1.16)$$

なお、式(1.1.16)中の値について、 $\beta_{\text{eff}}$ は実効遅発中性子割合という体系の挙動への遅発中性子の影響を示す指標となる値であり、 $\Lambda$ は中性子生成時間と呼ばれ、中性子の核分裂による生成に要する平均的な時間を指す。また、 $C_i$ は遅発中性子を放出する遅発中性子先行核密度、 $\lambda_i$ はその崩壊定数を示し、添え字の $i$ は遅発中性子先行核を崩壊定数によって種類分けした群の番号を示す。なお、遅発中性子先行核数密度 $C_i(t)$ の時間変化は式(1.1.17)に従う。

$$\frac{d}{dt}C_i(t) = -\lambda_i C_i(t) + \frac{\beta_i}{\Lambda(t)}n(t) \quad (1.1.17)$$

この一点炉動特性方程式は、臨界の原子炉における過渡事象時の挙動を計算する際によく用いられる。また、面積比法だけではなく、他の中性子計数の変化を利用した未臨界度測定法の基礎にもなっている方程式である。

面積比法にて測定する、パルス中性子を打ち込んだ際の一周期分の中性子数密度も、一点炉動特性方程式によって導出されている。まず、周期 $\tau$ にて中性子パルスを打ち込んだ際の体系内の中性子数密度の時間変化を $n_\tau(t)$ とする。また、時刻 $t = 0$ にて 1 つの中性子パルス

を炉心に打ち込んだ際の体系内の中性子数密度の時間変化を $n_{\text{pulse}}(t)$ とする。周期パルスは多数の単一パルスの重ね合わせとみることができるため、周期パルスに対する中性子密度 $n_{\tau}(t)$ のパルス1周期分 $[0 \leq t \leq \tau]$ の時間積分値は、以下の式(1.1.18)によって計算できる。

$$\int_0^{\tau} n_{\tau}(t) dt = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\tau} n_{\text{pulse}}(t + i\tau) dt = \int_0^{\infty} n_{\text{pulse}}(t) dt \quad (1.1.18)$$

つまり、周期パルスに対する中性子密度 $n_{\tau}(t)$ を1周期の範囲 $[0 \leq t \leq \tau]$ で時間積分した値は、単一パルスに対する中性子密度 $n(t)$ を無限の範囲 $[0 \leq t \leq \infty]$ で時間積分した量と等しい。このことから、面積比法において着目するパルス周期ごとの中性子数密度変化の時間積分値は、単一パルスに対する無限の時間における積分値として求めることができる。

パルス中性子源を強度 $S [\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}]$ のパルス中性子源として、デルタ関数を用いて $S(t) = S\delta(t)$ とする。また、パルスの入射直前( $t < 0$ )および無限に時間が経った状態( $t \rightarrow \infty$ )にて、中性子数密度 $n(t)$ および遅発中性子先行核密度 $C_i(t)$ をすべて0とする。即発中性子成分 $A_p$ は、この条件で式(1.1.19)に示す遅発中性子成分を無視した一点炉動特性方程式を解いて求める。

$$\frac{\partial}{\partial t} n_p(t) = -\alpha n_p(t) + S\delta(t) \quad (1.1.19)$$

ただし、式中の記号 $\alpha$ は以下の式(1.1.20)で定義する値であり、即発中性子成分の時間変化の時定数である。この $\alpha$ は即発中性子減衰定数と呼ばれる。

$$\alpha \equiv -\frac{\rho - \beta_{\text{eff}}}{\Lambda} = \frac{1 - (1 - \beta_{\text{eff}})k_{\text{eff}}}{\ell} \quad (1.1.20)$$

式(1.1.20)中の $\ell$ は中性子寿命と呼ばれ、発生した中性子が消滅するまでの平均的な時間を示す。

即発中性子成分 $A_p$ は中性子数密度の即発中性子成分 $n_p(t)$ をパルス周期 $\tau$ の間で時間積分したものであり、以下の式(1.1.21)で求められる。

$$\begin{aligned} A_p &= \int_0^{\tau} n_{p,\tau}(t) dt = \int_0^{\infty} n_{p,\text{pulse}}(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} S \exp(-\alpha t) dt = \frac{\ell S}{1 - (1 - \beta_{\text{eff}})k_{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (1.1.21)$$

遅発中性子成分はこの結果を応用し、全中性子成分と即発中性子成分の差として求める。詳細な過程は省くが、全中性子成分 $A_p + A_d$ は式(1.1.22)のように求められる。

$$A_p + A_d = \int_0^{\tau} n_{\tau}(t) dt = \int_0^{\infty} n_{\text{pulse}}(t) dt = \frac{\ell S}{1 - k_{\text{eff}}} \quad (1.1.22)$$

よって、面積比 $AR$ は式(1.1.23)のように求められ、この結果式(1.1.15)の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
\frac{A_p}{A_d} &= \frac{A_p}{(A_p + A_d) - A_p} \\
&= \frac{\frac{\ell S}{1 - (1 - \beta_{\text{eff}})k_{\text{eff}}}}{\frac{\ell S}{1 - k_{\text{eff}}} - \frac{\ell S}{1 - (1 - \beta_{\text{eff}})k_{\text{eff}}}} \\
&= \frac{1 - k_{\text{eff}}}{\beta_{\text{eff}}k_{\text{eff}}} \\
&= -\frac{\rho}{\beta_{\text{eff}}}
\end{aligned} \tag{1.1.23}$$

実際の測定においては、直接測定できない中性子数密度 $n(t)$ の代わりに、中性子計数が用いられる。このため、中性子検出器の検出反応のエネルギー依存性や中性子束の空間及びエネルギー分布の影響により式(1.1.15)の関係が成立せず、検出器の種類や位置によって測定される値が異なり、正しく測定できない[19]。

また、未臨界度 $-\rho$ や実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を知るためには、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の値を別途知る必要がある。実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ は以下の式(1.1.24)から(1.1.28)によって表され、全核分裂中性子のうち遅発中性子に起因した反応度値値に対応している[6]。

$$\beta_{\text{eff}} = \sum_i \frac{\int I_{d,i}^\dagger(\vec{x}) F_{d,i}(\vec{x}) dV}{\int I^\dagger(\vec{r}) F(\vec{r}) dV} \tag{1.1.24}$$

$$F(\vec{x}) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' v \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \tag{1.1.25}$$

$$F_{d,i}(\vec{r}) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' v_{d,i} \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \tag{1.1.26}$$

$$I^\dagger(\vec{r}) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \chi_p(\vec{r}, E) \psi^\dagger(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \tag{1.1.27}$$

$$I_{d,i}^\dagger(\vec{r}) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \chi_{d,i}(\vec{r}, E) \psi^\dagger(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \tag{1.1.28}$$

なお、 $\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')$ は式(1.1.1)の固有値計算にて得られる角度中性子束で、 $\psi^\dagger(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')$ は式(1.1.1)に対する随伴方程式(1.1.13)の解(随伴角度中性子束)である。この実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ は直接測定が困難であり、上述の式に基づいて数値解析にて求めるのが一般的である。このため、他の未臨界度測定手法や臨界実験における反応度測定手法においても、最終的な結果である未臨界度や反応度の値には、 $\beta_{\text{eff}}$ の持つ不確かさが大きく影響する。ただし、面積比法における式(1.1.15)のように、未臨界度 $-\rho$ (もしくは反応度 $\rho$ )を実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ で割ったものは、 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさ影響を受けずに測定のみで求めることができる。そこで、この $-\rho/\beta_{\text{eff}}$ の値は「ドル単位の未臨界度」と呼ばれ、単位として\$をつけて取り扱う。

### 1.1.2.3 即発中性子減衰定数を利用した未臨界度測定

即発中性子減衰定数 $\alpha$ は、中性子数密度の時間的減衰の時定数である。一点炉動特性方程式の元では、以下の式(1.1.29)で定義される。

$$\alpha \equiv -\frac{\rho - \beta_{\text{eff}}}{\Lambda} = \frac{1 - (1 - \beta_{\text{eff}})k_{\text{eff}}}{\ell} \quad (1.1.29)$$

これは、式(1.1.19)に示した遅発中性子成分を無視した一点炉動特性方程式における、時定数 $\alpha$ である。この $\alpha$ に実効増倍率が含まれていることを利用すると、即発中性子減衰定数を測定することによって、未臨界度を推定することができる[20]。この方法では、実効増倍率が既知である類似体系での即発中性子減衰定数 $\alpha_0$ とその実効増倍率 $k_0$ を用い、式(1.1.29)からその他の変数を消去することで未臨界度を知ることができる。通常、数値解析によって $\alpha_0$ と $k_0$ を求めるが、この場合には体系の形状や組成が分かっている必要があり、さらに数値解析に伴う不確かさが含まれるため、こちらの評価が別途必要となる。また、 $\alpha_0$ と $k_0$ の測定に臨界( $k_{\text{eff}} = 1$ )の体系を用いることもできるが、ADSは体系を未臨界に保つ必要がある以上、臨界状態になることが可能な設計とするのは不適切であるおそれがある。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ の測定方法には様々なものがあり、例えば Feynman- $\alpha$ 法[21]などはこの即発中性子減衰定数 $\alpha$ を測定する手法である。また、1.1.2.2にて説明した面積比法の実験においても、同時に中性子計数の減衰率の時定数としてフィッティングを行うことで、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を求めることもできる。

## 1.1.3 バイアス因子法による不確かさ低減

### 1.1.3.1 従来バイアス因子法の理論

#### ● バイアス因子法の基礎

バイアス因子法は、炉心解析の不確かさを改善する方法の一つである。バイアス因子法では、新しく設計する原子炉の炉心解析に先立し、別の原子炉において実験と数値解析を行い、このときの実験結果と解析結果の違いを新たな設計の解析に反映することで、より正確な性能評価を行う方法である。この基本的な概念を、図 1.9 を用いて説明する。

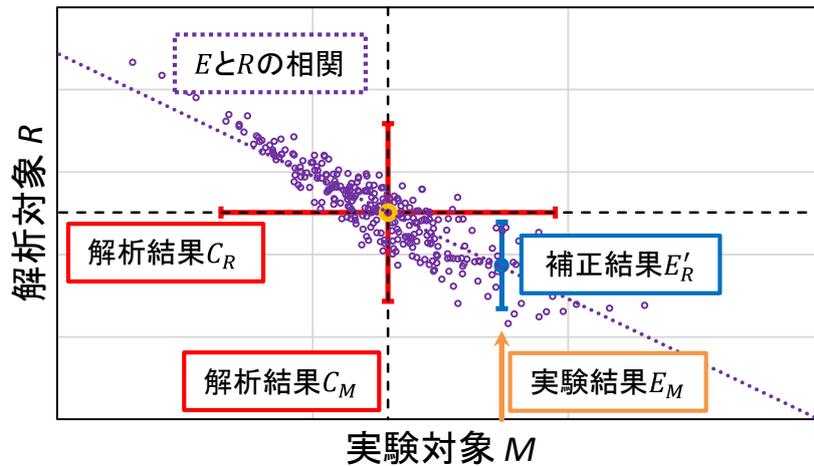


図 1.9 バイアス因子法のご概念図

この図 1.9 では、実験対象のパラメータを $M$ として横軸にとり、設計炉心の解析したいパラメータ(バイアス因子法による補正対象のパラメータ)を $R$ として縦軸にとっている。

まず実験対象の炉心(実験炉心)にて、炉心解析で得られた実験対象 $M$ の計算結果が $C_M$ となり、設計炉心の解析したいパラメータ $R$ については計算結果が $C_R$ であったとする。(図 1.9 中では値を橙色円、不確かさを赤色エラーバーで示す。)また、不確かさに生ずる相関を図中に散らばる紫色の円で示す。

ここで、実験炉心にて実験対象のパラメータ $M$ を測定した結果が $E_M$ (図 1.9 中の橙色矢印の位置)となった場合、設計炉心の解析対象であるパラメータ $R$ について実物で得られるはずの値 $E'_R$ は、実験対象 $M$ と解析対象 $R$ の関係が分かっているならば、図 1.9 中の青色の点で示される補正結果として推定できる。また、補正結果 $E'_R$ の不確かさに着目すると、これは補正前の解析結果である $C_R$ に存在した不確かさ(赤色エラーバー)のうち、 $M$ と $R$ の相関(紫色の丸)を考慮して実験結果 $E_M$ と矛盾しない成分が残ったもの(青色エラーバー)となる。

もし、実験対象のパラメータ $M$ と解析対象のパラメータ $R$ の相関が弱い、つまり独立性が高い場合には、相関の分布の幅が広がる。よって $R$ に対する補正值は実験結果 $E_M$ がどのような値であっても影響を受けにくくなるため、補正結果 $E'_R$ に残される不確かさは低減されづらい。また、実験結果 $E_M$ の不確かさが大きい場合も、やはり $R$ の補正值の取りうる範囲は広いままとなり、補正結果 $E'_R$ に残される不確かさは低減されづらい。このため、バイアス因子法の効果を上げるためには、設計する原子炉と実験を行う原子炉はできる限り似たものであること、そして実験誤差の小さい実験を行うことが望まれる。

1.1.1 項にて述べた通り、ADS の開発においては炉心解析の不確かさが大きい。そのため、バイアス因子法などの不確かさ低減手法を用いた、設計精度の改善が求められている。

## ● バイアス因子法の理論

ここでは、亀井ら(1983)[22]により提案された最も基本的な方法について説明する。

まず、実験対象 $M$ と解析対象 $R$ をそれぞれ一つずつ、例えばある実験炉における実効増倍率 $M$ と、新設計の炉心における実効増倍率 $R$ といったように設定する。実験対象 $M$ の計算結果が $C_M$ で分散は $V_{CM}$ となり、解析対象 $R$ については計算結果が $C_R$ で分散は $V_{CR}$ であったとする。また、実験により得られた実験対象 $M$ の実験値が $E_M$ で分散は $V_{EM}$ であるとする。このとき、実験対象 $M$ の実験結果は、計算結果の $E_M/C_M$ 倍である。バイアス因子法では、解析対象 $R$ についても、実験によって得られるであろう値 $E'_R$ は計算値の $E_M/C_M$ 倍であると考え、式(1.1.30)で求める。

$$E'_R = \frac{E_M}{C_M} \times C_R \quad (1.1.30)$$

補正後の値 $E'_R$ の不確かさ $V_{ER'}$ については、実験値と計算値の相関は無いが、計算値同士の相関が存在することを考慮し、誤差伝播によって式(1.1.31)で求めることができる。

$$V_{ER'} = V_{CR} + V_{CM} - 2 \times \text{cov}(C_M, C_R) + V_{EM} \quad (1.1.31)$$

ここで、 $\text{cov}(C_M, C_R)$ は実験対象 $M$ と解析対象 $R$ それぞれの計算値の共分散である。計算値の分散・共分散には核データなどの入力パラメータに起因する不確かさや、計算手法に起因する不確かさが含まれる。これらのうち核データ起因の成分について感度係数行列 $\mathbf{G}$ を用い不確かさの伝播によって導出し、それ以外の成分(核データ以外に入力パラメータに起因する不確かさや計算手法に起因する不確かさ)をまとめて $V_{CR,m}$ といった形で $m$ をつけて表すことで、式(1.1.32)で表される。

$$\begin{aligned} V_{ER'} = & \{ \mathbf{G}_{\sigma,CR}^T \mathbf{M}[\sigma] \mathbf{G}_{\sigma,CR} + \mathbf{G}_{\sigma,CM}^T \mathbf{M}[\sigma] \mathbf{G}_{\sigma,CM} - 2 \times \mathbf{G}_{\sigma,CR}^T \mathbf{M}[\sigma] \mathbf{G}_{\sigma,CM} \} \\ & + \{ V_{CR,m} + V_{CM,m} - 2 \times \text{cov}_m(C_M, C_R) \} \\ & + V_{EM} \end{aligned} \quad (1.1.32)$$

ここで述べた方法では実験対象は1つ、 $M$ のみであるが、複数の異なる実験及び解析が行われた場合に対して拡張した手法として、佐野ら(2006)[23]による一般化バイアス因子法や久語ら(2007)[24]による拡張バイアス因子法などが存在する。また、これらの手法においても、分散・共分散は、摂動論などによって求めた感度係数を用いた形で導出・表記されている。

### 1.1.4 バイアス因子法にて未臨界実験データを利用する際の問題点

ADS の解析精度の改善については、臨界実験のデータを利用し断面積調整法という手法を適用した例がある[25]。しかし ADS の炉心は未臨界体系であり、バイアス因子法を効果的に利用するための実験も未臨界体系で行うことが望ましいと考えられる。また、ADS の実験炉や原型炉なども未臨界の体系となり、臨界状態になることが可能な設計とするのは不適切であるおそれがある。そのため、未臨界実験によって得られたデータを利用してバイアス因子法に適用することが期待される。

1.1.2 項で述べた未臨界度測定技術を利用し、例えば未臨界度測定によって得られた実効増倍率を用いたバイアス因子法を適用することにより、ADS の解析結果の不確かさの低減を期待できるが、この方法には以下で挙げる複数の問題がある。

1. 未臨界実験の測定値は面積比や即発中性子減衰定数となるが、体系の未臨界状態が深いほど中性子源や検出器の位置依存性やエネルギー依存性が強くなるため、一点炉近似に基づいた実効増倍率への換算を適切に行うことが難しい。
2. 測定値から実効増倍率への変換を行う際には、実験で測定しづらい実効遅発中性子割合などが必要となり、この際に核データの不確かさが含まれてしまう。この場合、解析結果と実験結果の双方に共通の不確かさ要因が含まれることになるため、バイアス因子法適用時にはこの取り扱いも煩雑になる。
3. 未臨界実験では計数率が低い状態での測定となり、実験結果の不確かさが大きくなりがちである。

これらの問題点のうち、3. 計数率の低さに伴う実験の不確かさ については、長時間の測定や強力な中性子源の利用によって改善できる。そして、1. 測定値の中性子源や検出器の位置やエネルギー依存性 や、2. 測定値から実効増倍率への変換による不確かさ増大 に対する対策としては、測定値そのものを利用する方法によって改善できないかということが考えられる。しかし既存研究においては、高速増殖炉の開発において、臨界実験にて得られた反応度や実効増倍率に加えて、臨界状態で測定した反応率比を利用して核特性パラメータの不確かさ低減を行う検討は行われている[26]ものの、これまでに未臨界実験の測定値を直接利用する方法については検証されていない。特に、バイアス因子法の適用においては補正を行いたい核特性パラメータと未臨界実験の測定対象の解析値との共分散を求める必要があるが、この際に必要となっていた未臨界実験解析に対する感度解析手法が未確立であった。このうち核特性パラメータと未臨界実験の測定対象との共分散評価については、ランダムサンプリング法による不確かさ評価を応用することで実施できる見込みが得られている[17]。そして、未臨界実験において測定可能なパラメータである即発中性子減衰定数 $\alpha$ と、炉心の核特性パラメータ(実効増倍率)の間に核データ起因の相関があることが確認されており、即発中性子減衰定数 $\alpha$ をバイアス因子法に利用できることが示唆されている。

## 1.2 本研究の目的

1.1.1 節において述べたとおり、ADS の炉心解析には、主に核データに起因して大きな不確かさが伴う。これまでに未臨界度測定技術や ADS の開発に関連し、1.1.2 節にて述べたような様々な未臨界実験が行われてきており、これらの未臨界実験データの ADS 設計改善への応用が期待される。

本研究室では、バイアス因子法による不確かさ改善に着目している。しかし、未臨界実験で得られる即発中性子減衰定数や面積比といった物理量は、原子炉の性能評価に用いられ

る実効増倍率や反応度(制御棒反応度値など)といった核特性パラメータと直接一致するものではなく、複雑な換算を行う必要があることから、バイアス因子法によって臨界体系の設計精度改善に用いることが難しいとされてきた。また、バイアス因子法による不確かさ改善にて必要な、未臨界実験で測定される物理量に関する解析不確かさや核特性パラメータとの相関評価の方法も未確立であった。そこで本研究の目的は、これらの課題を解決し、ADS 炉心解析の不確かさ改善に未臨界実験データを用いる方法を開発することとした。

本研究では、未臨界実験で測定される物理量と核特性パラメータの相関を、ランダムサンプリング法を利用することで評価し、これを核特性パラメータに変換せず直接利用する、未臨界実験データを用いたバイアス因子法を開発した。本論文では、未臨界体系に対し提案手法による炉心核特性の不確かさ低減の可能性について検討する。

### 1.3 本論文の構成

本論文は、本章の序論を含めて全 5 章構成である。

本章では本研究の背景である ADS の開発と不確かさ評価、そして未臨界実験の概要について説明し、これらを踏まえてバイアス因子法による不確かさ評価の現状と、本研究の目的を説明した。2 章では、本研究にて提案する、未臨界実験データを利用したバイアス因子法の理論について説明を行う。3 章では、簡易な架空の炉心体系を対象として、双子実験と呼ばれる手法による数値実験を行い、提案手法の妥当性の検証を行った結果について述べる。4 章では、京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)において実施された未臨界実験の結果を用いて、提案手法の実際の炉心解析への適用性を評価した結果について述べる。最後に 5 章では、本論文の内容についてまとめ、本研究の結論と課題について述べる。

## 第2章 未臨界実験データを利用したバイアス因子法の理論

### 2.1 本章の概要

本章では、本研究にて提案する未臨界実験データを用いたバイアス因子法の理論について説明する。

まず 2.2 節では、未臨界実験データを用いたバイアス因子法の基礎となる、ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法の理論について説明し、未臨界実験解析への応用の可能性を明らかにする。また 2.3 節では、バイアス因子法にて未臨界実験データを直接利用するために必要となる、未臨界実験の測定値を数値計算にて予測する方法の基本的な理論について説明する。そして 2.4 節においては、これらの説明を踏まえ、未臨界実験データを用いたバイアス因子法の理論について説明する。最後に 2.5 節では、本章のまとめを述べる。

### 2.2 ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法

#### 2.2.1 ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法の概要

従来のバイアス因子法では、実験を行うパラメータと不確かさを低減したいパラメータの相関を求める際に、摂動論によって求めた感度係数を用いていた。しかし、軽水炉においてバイアス因子法を利用しようとした際には、摂動論の適用が困難であることが課題となっていた。この解決策として提案された手法が、遠藤ら(2016)[27]によるランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法である。この手法は、パラメータ間の相関の評価に対してランダムサンプリング法による不確かさ評価を応用することで、摂動論による感度係数の評価を回避した手法である。

#### 2.2.2 データ同化手法を用いた不確かさ低減

ランダムサンプリング(RS)法を用いたバイアス因子法では、実験値と計算値の違いを適用する際に、従来のバイアス因子法で用いられていた C/E による補正ではなく、新たにデータ同化手法を用いて導出した式を用いている。以下では、この手法の理論について説明する。

まず、ここでは解析対象 $R$ や実験対象 $M$ が複数存在すると仮定する。そして、各実験対象について実験結果 $E_M$ を並べたベクトル $\vec{E}_M$ を定義し、これに対応する形で各実験対象の解析結果 $C_M$ を並べたベクトルを $\vec{C}_M$ とする。また、解析対象 $R$ についても、解析結果 $C_R$ を同様に並べたベクトルを $\vec{C}_R$ とする。不確かさについては、それぞれ分散共分散行列を用いて表す。例えば、実験結果の分散共分散であれば $\mathbf{V}_E^{(MM)}$ 、解析結果のうち解析対象 $\vec{C}_R$ の分散共分散は $\mathbf{V}_C^{(RR)}$ 、解析対象 $\vec{C}_R$ と実験対象 $\vec{C}_M$ の間の共分散であれば $\mathbf{V}_C^{(RM)}$ という形で表す。なお、この解

析結果の分散・共分散には、核データや組成などの入力パラメータに起因する不確かさの他に、計算手法に起因する不確かさなどが含まれている。

この手法における、解析結果 $\vec{C}_R$ に対して実験結果 $\vec{E}_M$ を用いて補正を行った結果を $\vec{E}'_R$ とすると、これは以下の式(2.2.1)で表される[27]。

$$\vec{E}'_R = \vec{C}_R + \mathbf{K}(\vec{E}_M - \vec{C}_M) \quad (2.2.1)$$

ここで、補正係数の行列 $\mathbf{K}$ は解析対象と実験対象の解析結果間の共分散 $\mathbf{V}_C^{(RM)}$ と実験対象の解析結果 $\vec{C}_M$ の共分散 $\mathbf{V}_C^{(MM)}$ 、実験値 $\vec{E}_M$ の分散 $\mathbf{V}_E^{(MM)}$ を用いて以下の式(2.2.2)で求められる。

$$\mathbf{K} = \{\mathbf{V}_C^{(RM)}\} \times \{\mathbf{V}_C^{(MM)} + \mathbf{V}_E^{(MM)}\}^{-1} \quad (2.2.2)$$

また、補正後の値 $\vec{E}'_R$ の分散共分散行列 $\mathbf{V}_{E'}^{(R)}$ は以下の式(2.2.3)で求められる。

$$\mathbf{V}_{E'}^{(R)} = \mathbf{V}_C^{(RR)} - \mathbf{K}\mathbf{V}_C^{(MR)} \quad (2.2.3)$$

よって、補正後の不確かさ $\mathbf{V}_{E'}^{(R)}$ には実験対象と解析対象の解析結果間の分散・共分散や、実験結果の分散が影響するが、実験結果と解析結果の値そのもの( $\vec{C}_R$ 、 $\vec{E}_M$ 、 $\vec{C}_M$ )は補正後の不確かさ $\mathbf{V}_{E'}^{(R)}$ に影響しない。

ここまでの過程には実験体系や設計体系について、体系が臨界であるか未臨界であるかの条件はなく、補正の可能性は実験対象のパラメータと設計対象のパラメータの相関のみによる。このため、本手法にて未臨界実験の結果を $\vec{E}_M$ とし、その解析結果を $\vec{C}_R$ とすることで、未臨界実験データを用いた解析の不確かさの改善を見込むことができる。

また、本手法による補正結果 $\vec{E}'_R$ は、式(2.2.1)にて示されるように、元の解析結果 $\vec{C}_R$ に対して、各実験に対して実験値と計算値の差の線形結合を取ったものを足し合わせた、一次式の形となる。このため、実験対象 $M$ と補正対象 $R$ の関係が非線形である場合に、補正結果が正しい関係から外れやすくなる点に注意が必要となる。

次に、本手法の適用に適した実験対象と解析対象の関係を知るために、実験対象と解析対象がそれぞれ1つずつである場合について、どのように補正が行われるのか考える。実験対象を $M$ 、補正対象を $R$ と表すとき、行列 $\mathbf{K}$ は以下のスカラー値 $K$ となる。

$$K = \text{cov}(C_R, C_M) \times \{V_{CM} + V_{EM}\}^{-1} = \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM} + V_{EM}} \quad (2.2.4)$$

よって補正後の値を $E_R$ 、分散を $V_{ER}$ とすると、これらはそれぞれ以下の式(2.2.5)および式(2.2.6)によって表せる。

$$E'_R = C_R + K(E_M - C_M) = C_R + \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM} + V_{EM}}(E_M - C_M) \quad (2.2.5)$$

$$V_{ER'} = V_{CR} - K \text{cov}(C_M, C_R) = V_{CR} - \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM} + V_{EM}} \text{cov}(C_M, C_R) \quad (2.2.6)$$

共分散 $\text{cov}(C_R, C_M)$ について成分を入れ替えた $\text{cov}(C_M, C_R)$ も同じ値となることから、補正後の不確かさ $V_{ER'}$ は

$$V_{ER'} = V_{CR} - \frac{\text{cov}(C_R, C_M)^2}{V_{CM} + V_{EM}} \quad (2.2.7)$$

となる。一般的に $V_{CM}$ はほぼ零と考えて良いため、実験結果の不確かさ $V_{EM}$ が大きいほど不確かさは低減されづらい。

さらに、実験が非常に高精度に行われ、不確かさ $V_{EM}$ が0であるとして、実験対象 $M$ と解析対象 $R$ の解析結果間の相関係数 $r(C_R, C_M)$ を考える。このとき式(2.2.7)は式(2.2.8)に従って変形される。

$$V_{ER} = V_{CR} - \frac{\text{cov}(C_R, C_M)^2}{V_{CM}} = V_{CR} \left( 1 - \frac{\text{cov}(C_R, C_M)^2}{V_{CR} \cdot V_{CM}} \right) = V_{CR} \{1 - r(C_R, C_M)^2\} \quad (2.2.8)$$

この式(2.2.8)により、補正後の不確かさ実験対象 $M$ と解析対象 $R$ の解析結果の相関係数が大きいほど、不確かさ $V_{ER'}$ が低減されることがわかる。

また、解析における不確かさの原因として、ある核データ $\Sigma$ の分散 $V_\Sigma$ のみを考え、 $C_R$ の $V_\Sigma$ に対する感度係数が $G_R$ 、 $C_M$ の $V_\Sigma$ に対する感度係数が $G_M$ であるとする。このとき、 $\text{cov}(C_R, C_M)$ や $V_{CM}$ 、 $V_{CR}$ は $\Sigma$ からの誤差伝播を考えることで求められる。実験が非常に高精度に行われ、不確かさ $V_{EM}$ が0であれば、 $K$ は式(2.2.9)にて示す値となる。

$$K = \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM} + V_{EM}} = \frac{G_R G_M V_\Sigma}{G_M^2 V_\Sigma + V_{EM}} = \frac{G_R G_M V_\Sigma}{G_M^2 V_\Sigma} = \frac{G_R}{G_M} \quad (2.2.9)$$

つまり、補正係数 $K$ は実験対象 $M$ と補正対象 $R$ の感度係数の比となる。これを利用すると、補正後の値は、以下の式(2.2.10)で求められる。

$$E_R = C_R + \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM} + V_{EM}} (E_M - C_M) = C_R + \frac{G_R}{G_M} (E_M - C_M) \quad (2.2.10)$$

感度係数が不確かさ要因に対する微分係数であることを考えると、 $K$ は補正対象 $R$ の実験対象 $M$ に対する感度に相当する。本手法による補正は、実験対象 $M$ の実験値と不確かさの差を、補正対象に伝播させることで補正を行っているといえることができる。

ランダムサンプリング法を利用したバイアス因子法による補正には、式(2.2.1)から(2.2.3)に示した数式を利用するため、分散・共分散のうち核データ起因の成分について、従来通りの感度係数を用いた解析を行うこともできる。次項では、ランダムサンプリング法によって得られる分散・共分散が、感度係数を用いて得られる分散・共分散と等価であることを示す。

### 2.2.3 ランダムサンプリング法の応用

ランダムサンプリング法による不確かさ評価では、評価対象の分散を求める際に、感度係数を用いた誤差伝播ではなく、ランダムサンプリングによって得られた核データのサンプルを用いた炉心解析により、評価対象のサンプルを得て、これを統計処理することで評価していた。ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法では、バイアス因子法で必要とな

る実験対象と補正対象の共分散を、同様にランダムサンプリング法にて得られた実験対象と補正対象のサンプルを統計処理することで評価する。

ここでは、感度解析による分散・共分散の評価をランダムサンプリング法で置き換えられることを確認するため、ランダムサンプリング法による解析結果の分散・共分散が、感度解析によって計算された分散・共分散と等価な計算であることを示す。

ランダムサンプリング法を用い、評価済み核データの行列 $\Sigma_0$ および分散共分散行列 $\mathbf{M}[\Sigma]$ に従う摂動後の核データ $\Sigma^{RS}$ が $N$ 個得られたとする。このうち $i$ 番目の核データを $\Sigma_i^{RS}$ 、 $N$ 個の平均を $\Sigma^{RS,0} = \mathbf{E}[\Sigma^{RS}]$ とする。また、この $i$ 番目の核データ $\Sigma_i^{RS}$ を用いて得られた核特性パラメータの解析結果を $\vec{C}_i^{RS} = \vec{C}(\Sigma_i^{RS})$ 、解析結果の平均を $\vec{C}^{RS,0} = \mathbf{E}[\vec{C}^{RS}]$ とする。また、摂動を与えていない、通常の解析で得られる値を $\vec{C}^0 = \vec{C}(\Sigma_0)$ とする。

サンプル数 $N$ が十分大きいとき、ランダムサンプリングによって得られる核データの平均 $\Sigma^{RS,0}$ は元の核データ $\Sigma_0$ と一致すると期待でき、分散・共分散 $\mathbf{M}[\Sigma^{RS}]$ は分散共分散行列 $\mathbf{M}[\Sigma]$ に従うことが期待できる。これに対し、得られる解析結果 $\vec{C}^{RS}$ の平均値や分散・共分散を求める。まず、 $i$ 番目の核データ $\Sigma_i^{RS}$ の元の核データ $\Sigma_0$ との差を以下の値 $\Delta\Sigma_i^{RS}$ で表す。

$$\Delta\Sigma_i^{RS} = \Sigma_i^{RS} - \Sigma_0 \approx \Sigma_i^{RS} - \Sigma^{RS,0} \quad (2.2.11)$$

次に、 $i$ 番目の解析結果 $\vec{C}_i^{RS}$ を解析値 $\vec{C}^0$ のまわりでテーラー展開し、2次以上の項を無視することで式(2.2.12)の近似が成立する。

$$\vec{C}_i^{RS} \approx \vec{C}^0 + \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \Delta\Sigma_i^{RS} = \vec{C}^0 + \Delta\Sigma_i^{RS T} \mathbf{G}_{\Sigma C} \quad (2.2.12)$$

このテーラー展開 2 次以上の項を無視する近似は、感度解析による不確かさ評価に用いられ、誤差伝播の際にも仮定している近似である。式中の $\mathbf{G}_{\Sigma C}$ は $\vec{C}^0$ の核データに対する感度係数行列であり、直接法において用いられる感度係数行列 $\mathbf{G}_{\Sigma C}$ と一致する。また、すべての成分が $i$ によらない定数である。この式を用いると、解析結果の平均 $\vec{C}^{RS,0}$ は以下の式(2.2.13)で表すことができる。

$$\begin{aligned} \vec{C}^{RS,0} &= \mathbf{E}[\vec{C}^{RS}] \\ &= \frac{1}{N} \sum_i \vec{C}_i^{RS} \\ &= \vec{C}^0 + \mathbf{E}[\mathbf{G}_{\Sigma C}^T \Delta\Sigma^{RS}] \\ &= \vec{C}^0 + \frac{1}{N} \sum_i \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \Delta\Sigma_i^{RS} \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

ここで、核データ $\Sigma^{RS}$ の平均値 $\Sigma^{RS,0}$ と元の核データ $\Sigma_0$ が一致することを仮定すると、感度係数行列 $\mathbf{G}_{\Sigma C}$ のすべての成分が定数であり、差分の総和 $\sum_i \Delta\Sigma_i^{RS}$ が0となることから、式(2.2.13)の右辺第2項は0となる。このときランダムサンプリングによって得られる解析結果 $\vec{C}^{RS}$ の平均 $\vec{C}^{RS,0}$ は、通常の解析で得られる解析値 $\vec{C}^0$ と一致する。また、ランダムサンプリングによって得られる解析結果 $\vec{C}^{RS}$ の分散共分散行列 $\mathbf{V}_C^{RS}$ は以下のように求まる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_C^{RS} &= \mathbf{E} \left[ (\vec{C}^{RS} - \vec{C}^{RS,0})^2 \right] \\
&\approx \mathbf{E} \left[ \{ \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \Delta \Sigma^{RS} \}^2 \right] \\
&= \mathbf{E} \left[ \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \Delta \Sigma^{RS} \Delta \Sigma^{RS T} \mathbf{G}_{\Sigma C} \right] \\
&= \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \mathbf{E} \begin{bmatrix} \Delta \Sigma_1^{RS} \Delta \Sigma_1^{RS} & \cdots & \Delta \Sigma_1^{RS} \Delta \Sigma_n^{RS} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta \Sigma_n^{RS} \Delta \Sigma_1^{RS} & \cdots & \Delta \Sigma_n^{RS} \Delta \Sigma_n^{RS} \end{bmatrix} \mathbf{G}_{\Sigma C} \\
&= \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \begin{bmatrix} V_{\Sigma_1^{RS}} & \cdots & \text{cov}(\Sigma_1^{RS}, \Sigma_n^{RS}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\Sigma_n^{RS}, \Sigma_1^{RS}) & \cdots & V_{\Sigma_n^{RS}} \end{bmatrix} \mathbf{G}_{\Sigma C} \\
&= \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \mathbf{M}[\Sigma^{RS}] \mathbf{G}_{\Sigma C} \\
&\approx \mathbf{G}_{\Sigma C}^T \mathbf{M}[\Sigma] \mathbf{G}_{\Sigma C}
\end{aligned} \tag{2.2.14}$$

ランダムサンプリングによって得られる核データの分散・共分散 $\mathbf{M}[\Sigma^{RS}]$ は分散共分散行列 $\mathbf{M}[\Sigma]$ に従うことが期待できるから、この(2.2.14)式はランダムサンプリングによって得られた解析結果 $\vec{C}$ の分散共分散行列 $\mathbf{V}_C^{RS}$ が、感度解析と誤差伝播によって得られる分散共分散行列 $\mathbf{G}_{\Sigma C}^T \mathbf{M}[\Sigma] \mathbf{G}_{\Sigma C}$ と一致することを示している。

また、本手法による補正は、最小二乗法によって実験対象 $M$ と補正対象 $R$ の関係を求め、実験値 $E_M$ に対応する点における $R$ の値を補正結果としていいると考えることもできる。まず、実験対象 $M$ と補正対象 $R$ の関係を、最小二乗法により式(2.2.15)にて表される一次式にフィッティングする事を考える。

$$R = aM + b \tag{2.2.15}$$

このフィッティング結果は、以下の式(2.2.16)で表される通りとなる。

$$R = \frac{\overline{MR} - \bar{M}\bar{R}}{\overline{M^2} - \bar{M}^2} M + \left( \bar{R} - \frac{\overline{MR} - \bar{M}\bar{R}}{\overline{M^2} - \bar{M}^2} \bar{M} \right) \tag{2.2.16}$$

ここで、式中の $M$ およびその平均値 $\bar{M}$ にかかる係数の、分母分子はそれぞれ $M$ の分散と $M \cdot R$ 間の共分散である。この $M$ の分散には実験結果と解析結果双方の不確かさを含むものとして、実験結果の分散と解析結果の分散を足し合わせ、以下の式(2.2.17)で得るとする。

$$\overline{M^2} - \bar{M}^2 = V_{CM} + V_{EM} \tag{2.2.17}$$

そして、共分散は解析の結果得られた共分散として、以下の式(2.2.18)で得るとする。

$$\overline{MR} - \bar{M}\bar{R} = \text{cov}(C_R, C_M) \tag{2.2.18}$$

すると、係数は式(2.2.4)で示した補正係数 $K$ と一致し、式(2.2.19)の関係を持つことが分かる。

$$K = \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{C_M} + V_{E_M}} = \frac{\overline{MR} - \bar{M}\bar{R}}{\overline{M^2} - \bar{M}^2} \quad (2.2.19)$$

よって、式(2.2.16)は式(2.2.20)の形にまとめられる。

$$R = K(M - \bar{M}) + \bar{R} \quad (2.2.20)$$

式中の平均値 $\bar{R}$ と $\bar{M}$ をそれぞれ解析で得た平均値である $C_R$ と $C_M$ とし、残った変数 $M$ を実験値 $E_M$ で得ることとすれば、 $R$ の値は式(2.2.5)にて示したRS法によるバイアス因子法を用いた補正後の結果 $E_R$ と一致する。もし実験の不確かさ $V_{E_M}$ が0であれば、分散・共分散はランダムサンプリングを行った結果のみで求めることができるため、サンプル間を1次式にフィッティングしていることと等しい。

このランダムサンプリング法を用いた分散・共分散の評価手法は、乱数により摂動を与えた入力データによる解析結果のみを利用し、摂動論に基づく解析が不要となるため、直接の解析が行えるパラメータであれば適用可能である。そのため、本手法を応用することで、未臨界実験データを利用する際の関連の評価の問題を解決でき、未臨界実験データを利用した不確かさ低減を行える可能性がある。次節では、本手法にて未臨界実験データを利用する際に必要な、未臨界実験の数値解析の方法について述べる。

## 2.3 未臨界実験に対する数値解析

### 2.3.1 本節の概要

バイアス因子法を適用する際に、未臨界実験にて測定されるパラメータを直接利用しようとした場合、実効増倍率や反応度などと同様にして未臨界実験のパラメータの計算値が必要となる。本節では、炉内に配置した検出器によって測定される、面積比および即発中性子減衰定数の値の解析方法について述べる。

### 2.3.2 面積比の数値計算による解析

面積比法の実験において測定される面積比の値は、パルス中性子源を運転している間に中性子検出器で得られた一周分の中性子計数の、即発中性子成分と遅発中性子成分の比として得るものである。そこで、中性子輸送計算を用いて、中性子計数の即発中性子成分と遅発中性子成分を解析し、この結果を用いて面積比の値を計算する。

中性子計数の値は、検出器において中性子を検出するのに用いられる、主要な反応の反

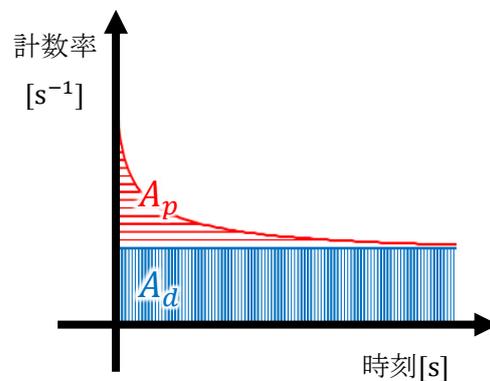


図 2.1 面積比法のご概念図(再掲)

応率であるとして扱う[28]。例えば、核分裂計数管であれば、計数管の位置での核分裂反応の反応率を計算し、BF<sub>3</sub>検出器であればホウ素の(*n, α*)反応、<sup>3</sup>He検出器であれば<sup>3</sup>Heの(*n, p*)反応の反応率を計算する。これらの反応を検出反応とよび、その断面積をΣ<sub>*d*</sub>として、反応率は検出反応断面積Σ<sub>*d*</sub>と中性子束φの掛け算Σ<sub>*d*</sub>φで計算する。

得られた反応率の即発中性子成分A<sub>*p*</sub>と遅発中性子成分A<sub>*d*</sub>への分離については、即発中性子成分は即発中性子のみを考慮して計算した反応率として、遅発中性子成分は全成分と即発中性子成分の差として計算することができる[28]。つまり、検出器の位置を $\vec{r}_d$ として、周期τのパルス中性子源に対する中性子束をφ<sub>*τ*</sub>、中性子束の即発中性子成分をφ<sub>*p,τ*</sub>と表わせば、即発中性子成分の面積A<sub>*p*</sub>は以下の式(2.3.1)、全成分の面積A<sub>*p*</sub> + A<sub>*d*</sub>は式(2.3.2)によって計算することができる。

$$A_p = \int_0^\tau \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_{p,\tau}(\vec{r}_d, t) dt \quad (2.3.1)$$

$$A_p + A_d = \int_0^\tau \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_\tau(\vec{r}_d, t) dt \quad (2.3.2)$$

また、周期パルスに対する一周分の中性子束φ<sub>*τ*</sub>の時間積分値は、検出器の不感時間を無視すれば、時間に依存しない中性子輸送方程式を解くことで計算することができる[28]。

まず、周期パルスに対する中性子束φ<sub>*τ*</sub>は、単一パルスに対する中性子束φ<sub>pulse</sub>を周期ごとに区切って足し合わせたものとして考えられるため、φ<sub>pulse</sub>の無限の時間に対する積分値と等価である。

$$\begin{aligned} \int_0^\tau \phi_\tau(\vec{r}, t) dt &= \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^\tau \phi_{\text{pulse}}(\vec{r}, t + i\tau) dt \\ &= \int_0^\infty \phi_{\text{pulse}}(\vec{r}_d, t) dt \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

さらに、この単一パルスに対する中性子束の時間積分値について、中性子輸送方程式は時間積分することで定常状態の中性子輸送方程式と等価となるため、時間に依存しない中性子輸送方程式を解くことで得られる中性子束φと等価となる。

$$\int_0^\infty \phi_{\text{pulse}}(\vec{r}_d, t) dt = \phi(\vec{r}_d) \quad (2.3.4)$$

よって、即発中性子成分A<sub>*p*</sub>は以下の式(2.3.5)によって計算することができる。

$$\begin{aligned} A_p &= \int_0^\tau \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_{p,\tau}(\vec{r}_d, t) dt \\ &= \int_0^\infty \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_{\text{pulse}}(\vec{r}_d, t) dt \\ &= \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_p(\vec{r}_d) \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

同様に、全成分A<sub>*p*</sub> + A<sub>*d*</sub>は以下の式(2.3.6)によって計算することができる。

$$\begin{aligned}
A_p + A_d &= \int_0^{\tau} \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_{\tau}(\vec{r}_d, t) dt \\
&= \int_0^{\infty} \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_{\text{pulse}}(\vec{r}_d, t) dt \\
&= \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi(\vec{r}_d)
\end{aligned} \tag{2.3.6}$$

よって、面積比 $AR$ は以下の式(2.3.7)によって求められる。

$$AR \equiv \frac{A_p}{A_d} = \frac{A_p}{(A_p + A_d) - A_p} = \frac{\Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_p(\vec{r}_d)}{\Sigma_d(\vec{r}_d) \phi(\vec{r}_d) - \Sigma_d(\vec{r}_d) \phi_p(\vec{r}_d)} \tag{2.3.7}$$

よって面積比の値は、以下の手順によって数値計算することができる。

1. 外部中性子源を考慮した、時間に依存しない中性子輸送方程式を解き、検出器の位置における中性子束 $\phi(\vec{r}_d)$ を求める
2. 遅発中性子を無視した 1.と同じ計算により、中性子束の即発中性子成分 $\phi_p(\vec{r}_d)$ を求める
3. 検出反応断面積 $\Sigma_d$ を用いて、即発中性子成分と全成分の反応率を求める。
4. 得られた反応率を用い、式(2.3.7)によって面積比 $AR$ を求める。

### 2.3.3 即発中性子減衰定数の解析

次に本項では、即発中性子減衰定数について解析方法を述べる。

即発中性子減衰定数についても、実験では中性子検出器の応答から得られる。厳密には位置依存性やエネルギー依存性が存在するが、本研究においては時間に関する固有値計算を利用することとした。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ は、時間とともに変化する中性子束のうち、即発中性子成分の時間変化の時定数である。時間依存の輸送方程式(1.1.15)について、外部中性子源を無視した上で、時間に関する固有値を $\omega$ と表した、以下の式(2.3.8)を代入する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \omega \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \tag{2.3.8}$$

この結果、 $\omega$ 固有値方程式である式(2.3.9)が得られ、これを解くことで時間に関する固有値 $\omega$ を求める。

$$\begin{aligned}
\frac{\omega}{v(\vec{r}, E)} \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= -\vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \Sigma_t(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\
&+ \frac{\chi_p(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} dE' (1 - \beta) v \Sigma_f(\vec{r}, E') \varphi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\
&+ \sum_i \frac{\chi_{d,i}(\vec{r}, E)}{4\pi} \lambda_i C_i(\vec{r}) \\
&+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \varphi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')
\end{aligned} \tag{2.3.9}$$

遅発中性子先行核を 6 群とした場合、空間・エネルギー基本モードに対応する固有値 $\omega$ の値

は、遅発中性子先行核の群数に即発中性子を足した、7つの値が存在する。これらのうち、最も減衰の早い成分に対応する、大きさ最大の値 $\omega_p$ が即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対応し、以下の式(2.3.10)の関係が成り立つ。

$$\alpha = -\omega_p \quad (2.3.10)$$

しかし、この計算を行うためには遅発中性子先行核の分布も同時に求める必要があり、計算コストの観点で困難となる。そのため、即発中性子の減衰が遅発中性子先行核の減衰よりも十分早いことを利用し、即発中性子成分のみを考慮した $\omega_p$ 固有値方程式(2.3.11)を解くことで計算することができる[17]。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_p}{v(\vec{r}, E)} \varphi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= -\vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \Sigma_t(\vec{r}, E) \varphi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &+ \frac{\chi_p(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' (1 - \beta) v \Sigma_f(\vec{r}, E') \varphi_p(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ &+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \varphi_p(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

即発中性子減衰定数の数値計算は、式(2.3.11)を解く固有値問題となる。本研究における、この式(1.1.5)を解く際に取り扱う計算手法の詳細は、各章にて述べる。

## 2.4 未臨界実験データを利用したバイアス因子法の提案

バイアス因子法にて未臨界実験で得られるパラメータを利用しようとした場合、従来は1.1.4にて述べたように、未臨界度測定で得られたパラメータから実効増倍率を求め、得られた実効増倍率の値を利用することが検討されていた。そしてこの方法では、実効増倍率の実験値の不確かさが大きくなるなどの問題点が生じており、実用に至っていなかった。そこで本研究では、未臨界実験にて得られるパラメータについて、実験値を実効増倍率などに変換することなく、ランダムサンプリング法を用いて直接利用する手法を提案し、この検証を行う。本研究では、即発中性子減衰定数と面積比を測定する実験を取り扱って検討を行う。

本手法の手順をまとめると、以下の通りとなる。

1. ランダムサンプリング法による核データ起因の不確かさ評価を行うため、核データのランダムサンプリングを行う。
2. 得られた各核データサンプルに対し、実験対象のパラメータ(面積比や即発中性子減衰定数)と、不確かさ低減対象のパラメータ(実効増倍率など)について、それぞれ直接の解析を行う。
3. 解析結果のサンプルを統計処理し、実験対象のパラメータと、不確かさ低減対象のパラ

メータの間の相関を求める。

4. 実験対象のパラメータの計算値と不確かさ低減対象のパラメータの計算値の相関並びに実験対象のパラメータの計算値と実験値を、ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法の理論式に適用する。

## 2.5 本章のまとめ

本章では、本研究にて提案する未臨界実験データを用いたバイアス因子法について説明した。

まず2.2節では、本手法の基礎となるランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法について説明した。この手法はランダムサンプリング法を用いた不確かさ評価手法をバイアス因子法に応用した手法であり、摂動論を用いることなく、直接の解析によって実験対象と解析対象の分散・共分散を求めることができる。このため、未臨界実験の解析を応用することが期待できる。次に2.3節では、未臨界実験にて得られる面積比と即発中性子減衰定数の基本的な解析方法について説明した。この解析は、未臨界実験にて得られた面積比と即発中性子減衰定数の値をバイアス因子法にて直接利用するために必要である。そして2.4節では、本研究にて提案する未臨界実験データを用いたバイアス因子法の理論について説明した。これは、未臨界実験データを実効増倍率等に変換することなく、ランダムサンプリング法を利用した直接の解析を行うことで、バイアス因子法に利用するという手法である。

次章からは、この手法によって未臨界実験データを用いた補正が妥当に行えるか検証する。

## 第3章 双子実験による未臨界実験データの適用性評価

### 3.1 本章の概要

本章では、未臨界実験データを用いたバイアス因子法について、双子実験と呼ばれる数値実験を用いたデータ同化の検証手法によって、適用性の検証を行った結果について述べる。本章では、MA 装荷 ADS 炉心を模擬した仮想的な 1 次元体系を対象として、面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ の仮想的な測定実験を行ったとして、同体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさ低減の可能性と妥当性を検証する。

まず 3.2 節では、双子実験の手順および検証計算の条件を述べる。ここでは、検証にて用いる簡易な架空の炉心体系の設定や、双子実験に用いる解析方法について述べる。

次に、3.3 節から 3.6 節において検証計算の結果を示す。まず 3.3 節では、バイアス因子法適用に先立ち、不確かさ及び相関の解析を行った結果を述べる。次に 3.4 節では、実験値を一つ仮定した場合の、提案手法による不確かさ低減の可能性を確認した結果について述べる。そして 3.5 節では、提案手法による不確かさ低減が妥当であるか確認するため、複数の実験値を仮定して検証を行った結果を示す。また 3.6 節では、従来手法である、未臨界度測定の結果を実効増倍率に変換して利用する手法と本手法の比較を行い、この結果を述べる。

最後に 3.7 節では、本章のまとめを述べる。

### 3.2 双子実験の手順と解析の条件

#### 3.2.1 双子実験の概要

双子実験は、シミュレーションモデルを基に、仮想的に真値とデータ同化による予測値の両方を算出することで、データ同化手法の妥当性を検証する方法である[29]。この手順は以下の通りである。

1. 仮想的な真値とする入力条件でのシミュレーションを行い、仮想的な真値および実験値を得る。
2. 真値とする条件とは異なる条件にてシミュレーションを行い、これを解析値として扱う。
3. 2で得た解析値に対し、1で得た実験値を用いたデータ同化を行う。
4. データ同化後の予測値が真値と近づくかどうか評価することで、手法の妥当性を検証する。

本章においては、中性子輸送方程式の数値モデルを利用し、双子実験を行う。核データの不確かさを模擬した摂動を与えた条件での計算により、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ と、面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ を求め、これをそれぞれ真値とそれに対応する実験値とする。この実験値を利用し、実効増倍率などの解析値に対してバイアス因

子法を試行し、得られた補正結果が真値を正しく推定できているか評価する。本章においては、不確かさ低減の可能性と補正の適切さに着目するため、実験値はできる限り精度良く測定したとして、実験値の不確かさを 0 とする。また、実験値と解析値の計算に同じ計算コードを用いることで、解析値の不確かさは核データに起因するもののみが存在し、計算手法に起因する不確かさを 0 としている。

### 3.2.2 解析方法・条件

本章では、今後の ADS 開発に生かすことを考え、JAEA の提案している MA 装荷 ADS 炉心[30]を模擬した仮想的な 1 次元体系を対象とし、双子実験による提案手法の妥当性の評価を行う。本章の検討では、この炉心体系において実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の解析および不確かさ評価を行い、さらに面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ の仮想的な測定実験および $k_{\text{eff}}$ や $\beta_{\text{eff}}$ の真値の評価を行う。そして、これらの実験結果を用いて $k_{\text{eff}}$ および $\beta_{\text{eff}}$ に対するバイアス因子法を適用し、真値と比較することで補正結果の評価を行う。

本項では、解析方法と条件について説明する。

#### 3.2.2.1 解析値と不確かさの評価

本章における検討では、ランダムサンプリング法による不確かさ評価を行うため、核データのランダムサンプリングを行う機能がある、汎用核計算コードシステム SCALE6.2.1[31]を利用することとした。しかし、この SCALE6.2.1 では面積比の解析が行えないため、面積比の計算を行えるように 1 次元の拡散計算コードを自作し、SCALE6.2.1 によるランダムサンプリングと組み合わせて利用することとした。

本章における検討では、不確かさとしては解析値に生じる核データ起因の不確かさのみを考慮する。解析値とその不確かさは、以下の手順に従って評価する。また、この手順を図 3.1 に示す。

1. SCALE6.2.1/Sampler により、核データのランダムサンプリングを 1000 回実施する。
2. 引き続き SCALE6.2.1/Sampler を利用し、ランダムサンプリングによって得られた各核データサンプルについて、体系設定時と同様に SCALE6.2.1/TRITON を利用した少数群均質化断面積評価および遅発中性子割合の評価を実施する。
3. 得られた少数群均質化断面積および遅発中性子割合のサンプルを利用し、自作 1 次元拡散計算コードによって、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ 、面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析を行う。
4. 得られた計算結果のサンプルを利用し、 $k_{\text{eff}} \cdot \beta_{\text{eff}} \cdot AR \cdot \alpha$ の不偏分散および不偏共分散を評価する。

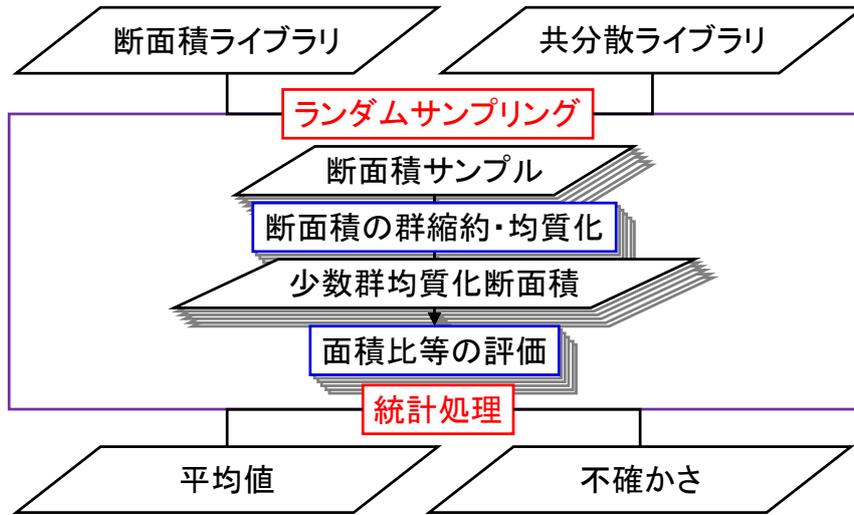


図 3.1 不確かさ評価手順

自作拡散計算コードでは、中性子輸送方程式に中性子の飛行方向の角度依存性を無視する近似を加えた、中性子拡散方程式[4]を解き、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ や中性子束 $\phi$ を得ている。

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を求める臨界計算においては、式(3.2.1)に示す固有値方程式を解く。

$$\begin{aligned}
 & -\nabla D \nabla \phi(\vec{r}, E) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) \\
 & = \frac{\chi(\vec{r}, E)}{k_{\text{eff}}} \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') + \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E')
 \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

式(3.2.1)において、左辺第1項目の $D$ は拡散係数であり、この項は体系内の中性子の移動を示す。左辺第二項について $\Sigma_t$ は全断面積であり、この項は中性子の核反応による消滅を示す。右辺第1項については、核分裂による中性子の生成を示す。 $\chi(\vec{r}, E)$ は核分裂スペクトルであり、核分裂にて生成された中性子のエネルギー分布を示す。 $\nu \Sigma_f$ は生成断面積であり、核分裂の起こりやすさと中性子の生成される数を掛け合わせたものである。右辺第二項は散乱による中性子エネルギーの変化を示し、 $\Sigma_s$ は散乱断面積である。

この方程式をエネルギーおよび空間について差分化することで、中性子束を位置・エネルギーごとに並べたベクトルとし、微積分や乗算を行列演算として纏め、式(3.2.2)のような行列演算として記述することができる[32]。

$$\mathbf{A} \vec{\phi} = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \mathbf{F} \vec{\phi} \tag{3.2.2}$$

また、実効遅発中性子割合の評価に必要な随伴中性子束 $\vec{\phi}^\dagger$ は、式(3.2.2)の両辺の行列の転置を行うことで、以下の式(3.2.3)で計算することができる。

$$\mathbf{A}^T \vec{\phi}^\dagger = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \mathbf{F}^T \vec{\phi}^\dagger \tag{3.2.3}$$

次に、面積比の計算にて用いる、外部中性子源を含めた拡散方程式を式(3.2.4)に示す。ここでは、外部中性子源を含めて計算した中性子束を $\phi$ とする。

$$\begin{aligned}
& -\nabla D \nabla \varphi(\vec{r}, E) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E) \\
& = \chi(\vec{r}, E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \varphi(\vec{r}, E') + \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \varphi(\vec{r}, E') + S(\vec{r}, E)
\end{aligned} \quad (3.2.4)$$

こちらを行列演算として記述すると、式(3.2.5)によって表せる。

$$\mathbf{A} \vec{\varphi} = \mathbf{F} \vec{\varphi} + \vec{S} \quad (3.2.5)$$

また、即発中性子成分 $\varphi_p$ は核分裂にて生成される中性子のうち遅発中性子成分を取り除いたものとして、式(3.2.6)にて求めることができる。

$$\begin{aligned}
& -\nabla D \nabla \varphi_p(\vec{r}, E) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \varphi_p(\vec{r}, E) \\
& = \chi(\vec{r}, E) \{1 - \beta(\vec{r})\} \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \varphi_p(\vec{r}, E') + \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \varphi_p(\vec{r}, E') \\
& + S(\vec{r}, E)
\end{aligned} \quad (3.2.6)$$

こちらを行列演算として記述すると、式(3.2.7)によって表せる。

$$\mathbf{A} \vec{\varphi}_p = \mathbf{F}_p \vec{\varphi}_p + \vec{S} \quad (3.2.7)$$

自作拡散計算コードでは、これらの行列形式とした数式を行列演算ライブラリ Eigen [33] の各種ソルバーを用いて解いている。逆行列演算にはハウスホルダー変換による QR 分解を用いており、固有値の計算方法には QR 法を用いている。

また、計算に必要な定数については、拡散係数 $D$ は SCALE6.2.2/TRITON にて得られた輸送断面 $\Sigma_{tr}$ を用いて $1/3\Sigma_{tr}$ として計算する。散乱断面 $\Sigma_s$ は、SCALE6.2.2/TRITON にて得られた $P_0$ 散乱断面の値を利用する。核分裂スペクトル $\chi(\vec{r}, E)$ は、遅発中性子と即発中性子のスペクトルの違いを無視し、SCALE6.2.2/TRITON にて得られた Prompt fission fraction を利用する。遅発中性子割合には SCALE6.2.2/TRITON にて得られる 2 種類のうち、adjoint weighted の値を利用する。

面積比 $AR$ は、第 2 章にて述べたとおり外部中性子源を考慮した中性子束の計算結果を利用し、検出器の反応率として式(3.2.8)によって計算する。

$$AR \equiv \frac{A_p}{A_d} = \frac{A_p}{(A_p + A_d) - A_p} = \frac{\Sigma_d(\vec{r}_d) \varphi_p(\vec{r}_d)}{\Sigma_d(\vec{r}_d) \varphi(\vec{r}_d) - \Sigma_d(\vec{r}_d) \varphi_p(\vec{r}_d)} \quad (3.2.8)$$

この式(3.2.8)において、 $\varphi_p$ は外部中性子源と即発中性子のみを考慮した中性子束である。また、検出器位置を $\vec{r}_d$ としている。

中性子源は、体系の中心のメッシュに 1 群のみに強度 $1 \text{ cm}^{-3}\text{s}^{-1}$ として設定する。実機 ADS においては核破砕中性子源を用いるため、今回の設定とは異なる空間・エネルギー分布となる点に注意が必要である。検出器には  $^3\text{He}$  検出器を利用することを想定し、検出反応断面 $\Sigma_d$ には、SCALE6.2.1/TRITON における評価で得られた、ランダムサンプリングによる摂動を与えていない  $^3\text{He}$  の吸収断面を利用する。なお、面積比は式(3.2.8)によって反応率の比をとる形で求めるため、面積比の値に対して中性子源強度や検出反応断面の

大きさは影響を与えない。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ については、第2章で述べた即発中性子成分のみを考慮した式に拡散近似を加えた、以下の式(3.2.9)を解く。

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{v(\vec{r}, E)} \phi_p(\vec{r}, E, t) = & \nabla D \nabla \phi_p(\vec{r}, E, t) - \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi_p(\vec{r}, E, t) \\ & + \chi_p(\vec{r}, E) \int_0^\infty dE' (1 - \beta) v \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi_p(\vec{r}, E', t) \\ & + \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi_p(\vec{r}, E', t) \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

この時間に関する固有値方程式については、左辺分母の中性子速度 $v(\vec{r}, E)$ を右辺に移項した上で、他の拡散方程式と同様に差分化を行い、行列の計算として以下の式(3.2.10)のように記述し、固有値 $\omega$ を実効増倍率と同様に固有値計算のソルバーを用いて計算する。

$$\omega \vec{\phi}_p = v(-\mathbf{A} + \mathbf{F}) \vec{\phi}_p \quad (3.2.10)$$

この計算では固有値 $\omega$ として複数の値が得られるが、未臨界体系においては空間・エネルギーの基本モード成分に対応する固有値は、絶対値 $|\omega|$ が最小となる値 $\omega_0$ であり、この $\omega_0$ が即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対応するため、以下の式(3.2.11)の関係が成り立つ。

$$\alpha = -\omega_0 \quad (3.2.11)$$

本章における検討では、核データライブラリには V7-238 ライブラリ (ENDF-B/VII.0[34]に基づいた 238 群の微視的断面積ライブラリ)[35]を用い、さらに共分散データとしては 56groupcov7.1(56 群構造の微視的断面積の相対共分散データで、ENDF/B-VII, ENDF/-VI, JENDL-3.3 等の共分散データを組み合わせて評価されたライブラリ)[31]を用いる。

### 3.2.2.2 真値および実験値の評価方法

双子実験で使用する仮想的な真値および実験値は、核データ起因の不確かさによって摂動を与えた値とし、これらを得る手順は以下の通りである。

1. 不確かさを模擬した真値および実験値を得る準備を行う。SCALE6.2.2/Sampler および TRITON によって得た少数群均質化断面積・遅発中性子割合について、それらの分散・共分散を評価する。
2. 仮想的な真値と実験値を得るために必要な入力を作成する。得られた少数群均質化断面積・遅発中性子割合とその分散・共分散を利用し、新たに不確かさに従うようランダムサンプリングを行う。
3. 仮想的な真値を評価する。得られたサンプルを用い、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ を解析し、これらの値を仮想的に真値として扱う。
4. 仮想的な実験値を評価する。3.にて利用したのと同じサンプルを用い、面積比 $AR$ お

よび即発中性子減衰定数 $\alpha$ を解析し、これらを仮想的な実験値として扱う。  
 本章での検討においては、手法そのものの妥当性を評価するため、実験値の不確かさは無いものとした。

### 3.2.2.3 体系の設定

今回の検証計算にて用いる体系は、JAEA の提案している 1 領域炉心の ADS 体系(R-Z 体系)[30]を元にした、4 領域 1 次元円柱体系である。

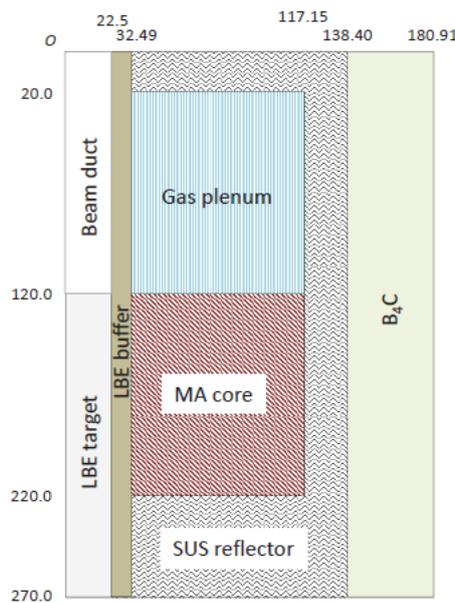


図 3.2 ADS 実機炉心の二次元円筒 RZ モデル (参考文献[30]より引用)

この R-Z 体系の炉心では、核データライブラリとして JENDL-4.0 を用いた解析の結果 $k_{\text{eff}} = 1.000$ となっている[10][30]。また、本検討に先立って行った、連続エネルギーモンテカルロ法中性子輸送計算コード SCALE6.2/KENO-VI[31]による核データライブラリとして ENDF-B/VII.1[11]を用いた解析では、 $k_{\text{eff}} = 0.98655 \pm 0.00021$ (不確かさは統計的標準偏差 $\pm 1\sigma$ )、連続エネルギーモンテカルロ法中性子輸送計算コード MCNP6.1[36]および ENDF-B/VII.1 を用いた解析では $k_{\text{eff}} = 0.98366 \pm 0.00002$ (不確かさは統計的標準偏差 $\pm 1\sigma$ )となっている。

今回の検討では、ランダムサンプリング法による不確かさ評価を行うため、核データのランダムサンプリングを行う機能がある、汎用核計算コードシステム SCALE6.2.1[31]を利用することとした。しかし、この SCALE6.2.1 では面積比の解析が行えないため、面積比の計算を行えるように 1 次元の拡散計算コードを自作し、SCALE6.2.1 によるランダムサンプリングと組み合わせて利用することとした。このため、計算に用いる 1 次元の体系を設定する必要がある。

元々の ADS 設計では、実効増倍率の上限を $k_{\text{eff}} = 0.97$ 以下とするために体系が設定され

ていた[7]。そこで、今回の検討で用いる一次元体系は、ランダムサンプリング法による摂動を与えない状態にて $k_{\text{eff}} = 0.97$ となるよう設定することとした。体系の設定は、以下の手順で行った。

1. SCALE6.2.1 システムの TRITON モジュールを利用し、1次元計算コードにて利用する断面積(少数群均質化断面積)を評価する。
2. 仮の体系として、体系の平均弦長を保存するように1次元の体系を設定し、1.にて得た断面積を用いて計算を行う。
3.  $k_{\text{eff}} = 0.97$ となるように、燃料領域の大きさを変化させ、1次元計算コードにて解析を行って確認する。

なお、SCALE6.2.1 システムにおいて核データライブラリとして JENDL-4.0 を用いることができなかったため、核データライブラリには V7-238 ライブラリ[35]を用いた<sup>1</sup>。また、体系の各領域の組成には、JAEA による設計の値を利用した[30]。

1. 少数群均質化断面積の評価 では、まず体系を7領域から4領域へ均質化し、またエネルギー群を238群から7群へ縮約し、この各領域・各エネルギー群での、輸送断面積 $\Sigma_{tr}$ ・吸収断面積 $\Sigma_a$ ・生成断面積 $\nu\Sigma_f$ 、散乱断面積 $\Sigma_s$ を得る。図3.3に4領域への均質化の様子を示す。鉛ビスマスでできた核破砕ターゲットとその外側のバッファ領域を1領域に均質化し、さらに炉心のMA燃料領域と上部のガスプレナムの領域を1領域に均質化した。

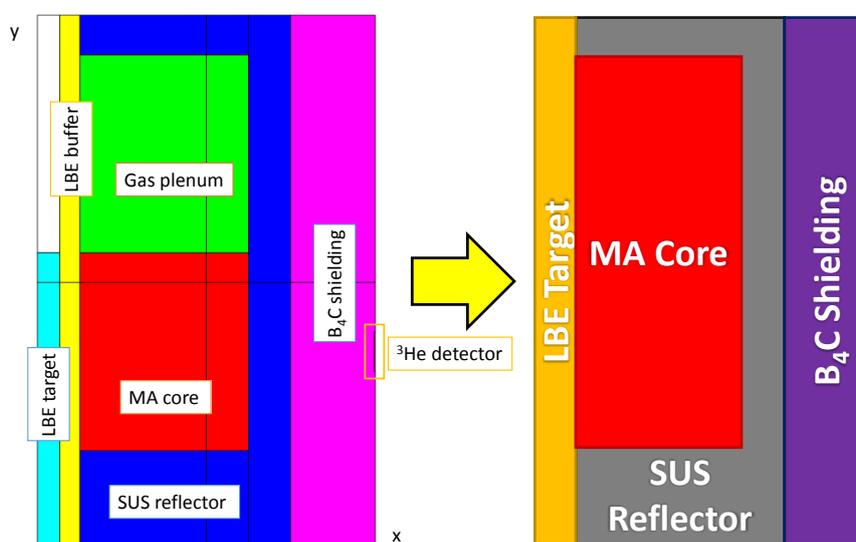


図 3.3 4領域への均質化

次に、表3.1に238群から7群への縮約時のエネルギー分割を示す。このエネルギー群の分割については、ADS炉心が高速炉の一種であることを考慮し、東芝(株)「高速炉用 ORIGEN

<sup>1</sup> SCALE6.2.1には ENDF-B/VII.1 に基づく 252 群ライブラリも存在するものの、ランダムサンプリング時に体系が超臨界になりやすくなるため、ENDF-B/VII.0 に基づく V7-238 を採用した。

ライブラリーの作成」 [37]を参考に実施した。

表 3.1 238 群から 7 群へのエネルギー分割

群	エネルギー幅		238 群中の群数(対応する範囲)
1	20.0MeV	~1.356MeV	17 群(1-17 群)
2	1.356MeV	~400keV	21 群(18-38 群)
3	400keV	~85keV	7 群(39-45 群)
4	85keV	~9.5keV	12 群(46-57 群)
5	9.5keV	~683eV	14 群(58-71 群)
6	683eV	~100eV	14 群(72-85 群)
7	100eV	~0.00001eV	153 群(86-238 群)

また、SCALE6.2.1/TRITON による少数群均質化断面積の評価にて利用する、決定論的 2 次元輸送計算コード NEWT では、 $x$ - $y$ 直方体体系は扱えるものの $r$ - $z$ 円柱体系を取り扱うことができない。このため、体系を $r$ - $z$ 円柱体系から $x$ - $y$ 直方体体系へ変換する必要がある。

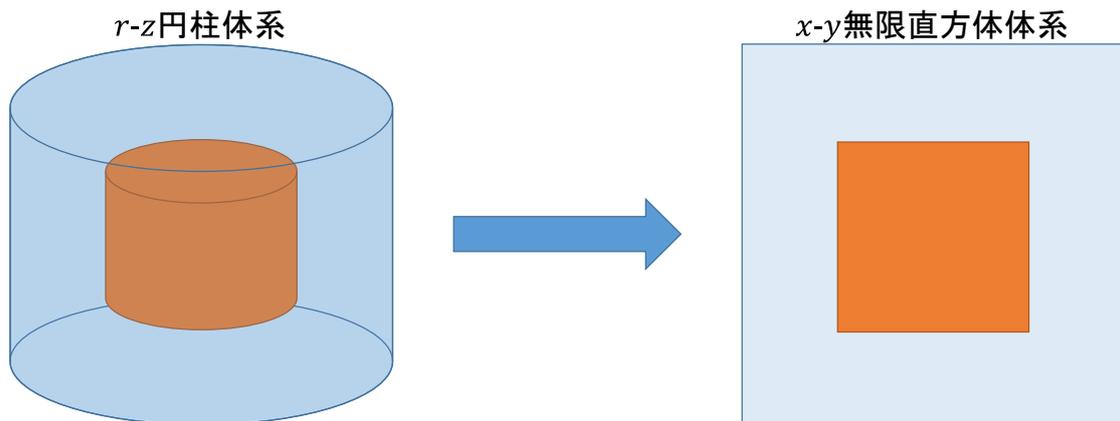


図 3.4 座標変換のイメージ

体系の座標変換の際には、平均弦長を保存して座標変換を行った。具体的には、体系の高さを維持したまま、平均弦長を変化させないように変換を行った。ある領域の平均弦長 $l$ は、表面積 $S$ と体積 $V$ を用いて式(3.2.12)によって表せる。

$$l \equiv \frac{4V}{S} \quad (3.2.12)$$

平均弦長を保存することで、等価原理によって共鳴計算を行う際に、着目領域からの中性子の脱出確率が保存される[38]。よって領域間中性子のやりとりのバランスを保つことができ、適切な少数群均質化断面積の評価を行えることを期待できる。

実際の計算の際には、計算コストの都合により、体系を $2 \times 2$ 分割の粗いメッシュで計算し、断面積を群縮約・均質化することとした。このため、より細かい $2 \text{ cm}$ 幅でのメッ

メッシュ分割した場合と比べ、計算手法起因誤差として各均質化断面積に数%程度の誤差が生じる。今回の検討では、双子実験で用いる全ての評価にこの粗いメッシュ分割の条件を用いるため、この誤差については考慮しないこととした。

以上の条件で得られた断面積を用い、2.および3.を行った検討の結果、本章の双子実験では図 3.5 に示す 1 次元円柱体系としてモデル化した MA 装荷 ADS 炉心体系を対象として検討を実施した。

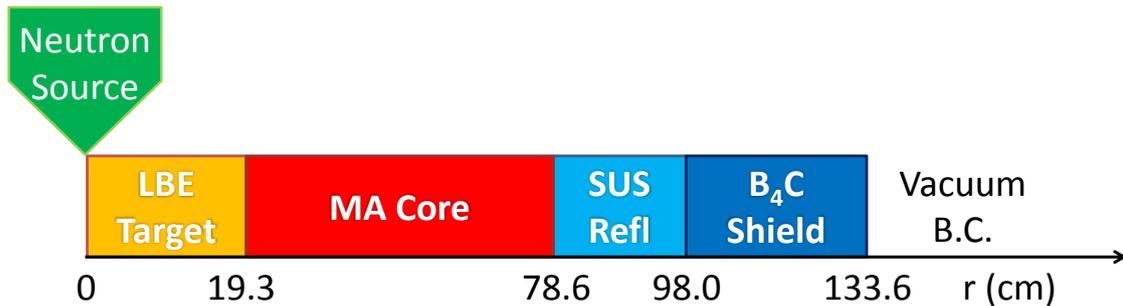


図 3.5 ADS 炉心の一次元円筒モデル

### 3.3 不確かさおよび相関の評価

#### 3.3.1 不確かさ評価の結果

この炉心では、実効増倍率 $k_{\text{eff}} = 0.9702$ に対し断面積起因の不確かさは $\sigma_k = 0.0107$ となった。他のパラメータに対する断面積起因の不確かさは、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}} = 0.001877$ に対して $\sigma_{\beta} = 0.000321$ 、ドル単位の未臨界度 $\rho_{\$}$  [\\$]は $\rho_{\$} = 17.0$  [\\$]に対して不確かさ $\sigma_{\rho_{\$}} = 7.2$  [\\$]となっている。

面積比とその不確かさの検出器位置 $r_d$ に対する空間分布を、以下の図 3.6 に示す。図 3.6 においては、丸で示したプロットが面積比に対応する。また、面積比の不確かさについては、誤差バーが標準偏差、十字で示したプロットが相対標準偏差に対応する。この図 3.6 には、参考としてドル単位の未臨界度 $\rho_{\$}$  [\\$]とその不確かさを破線で示している。図 3.6 における誤差バーと破線の比較から分かるように、面積比の不確かさは、未臨界度 $\rho_{\$}$  [\\$]と同程度の大きさとなっている。

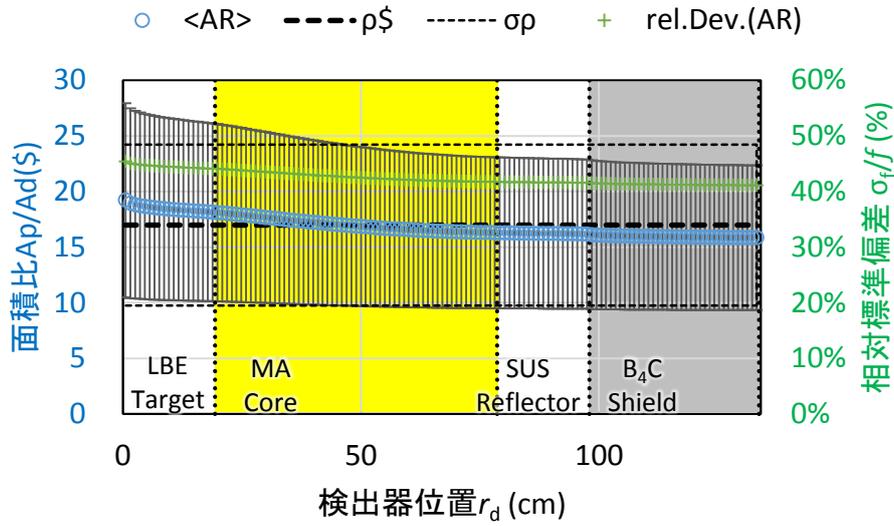


図 3.6 検出器位置に対する面積比と不確かさの分布

また、検出器位置に対する面積比と実効増倍率、面積比と未臨界度[\$]の相関係数の分布を、以下の図 3.7 に示す。こちらは丸で示したプロットにて面積比と実効増倍率の相関係数、十字で示したプロットにて面積比と未臨界度[\$]の相関係数をそれぞれ示している。

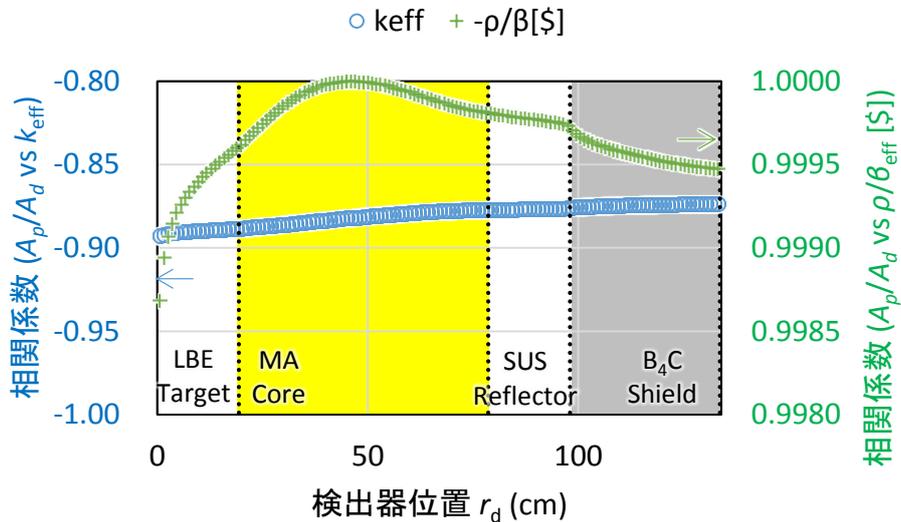


図 3.7 検出器位置に対する面積比と実効増倍率および未臨界度[\$]の相関係数の分布

図 3.7 から、面積比と未臨界度との相関は、双方の値が近い位置ほど強くなっていることが分かる。一方で実効増倍率に対しては、ドル単位の未臨界度に対する傾向と異なり、相関は

左端の中性子源付近ほど負側に強くなった。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ については、 $\alpha = 44520 \pm 9600 \text{ s}^{-1}$ となった。不確かさは標準偏差 $\pm 1\sigma$ を示す。

### 3.3.2 相関評価の結果

ランダムサンプリング法による分散・共分散の解析の結果として得られた、面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ 、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の相関係数を表 3.2に示す。

表 3.2 解析結果間の相関係数

	$AR$	$k_{\text{eff}}$	$\rho/\beta_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$\alpha$
$AR$	1.00	-0.87	-1.00	-0.46	0.79
$k_{\text{eff}}$	-0.87	1.00	0.88	0.02	-0.91
$\rho/\beta_{\text{eff}}$	-1.00	0.88	1.00	0.44	-0.79
$\beta_{\text{eff}}$	-0.46	0.02	0.44	1.00	0.01
$\alpha$	0.79	-0.91	-0.79	0.01	1.00

この表 3.2 では、正の相関は橙色、負の相関は青色で相関係数の絶対値が 1 に近いものを濃く塗りつぶして示している。表 3.2 の結果より、面積比 $AR$ も即発中性子減衰定数 $\alpha$ も共に実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ との相関が強いが、即発中性子減衰定数 $\alpha$ のほうが面積比 $AR$ よりも実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ に対する相関が強いことが分かる。また実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ に対しては、即発中性子減衰定数 $\alpha$ はほとんど相関を持たないのに対し、面積比 $AR$ は $-0.46$ の相関をもっている。このため、ある 1 つの実験値を用いてバイアス因子法を行う場合には、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ に対しては即発中性子減衰定数 $\alpha$ を用い、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の補正には面積比 $AR$ を用いることで、より不確かさを低減できると予想することができる。

### 3.3.3 ランダムサンプリング法の問題点

ランダムサンプリング法による未臨界実験解析の分散・共分散の弱点として、統計的不確かさによって発生する、臨界付近や超臨界となるサンプルの取り扱いが挙げられる。

面積比法の解析では、外部中性子源を与えた中性子束の計算を行うため、臨界以上の実効増倍率を持つ体系では、計算が発散して値を得ることができない。本章の検討では、中性子束の計算に QR 法を用いており、数値計算上は負の中性子束を得ているが、通常の反復法による炉心解析コードでは値を得られないだろう。即発中性子減衰定数の解析においても、今回は即発中性子成分のみを考慮した数式で計算を行っているが、遅発中性子の加わる影響を無視できない臨界付近のサンプルが生じることで、適切な解析ができていない可能性がある。

また、臨界以上の体系では、本来は面積比の測定実験自体ができない。そのため、相関を知る必要があるのは未臨界の範囲のみである。この対策の一つとして、未臨界のサンプルのみを利用し、分散・共分散を評価する手法が求められる。他にも、摂動論などによる感度解

析を用い、未臨界の範囲で計算を行うことも考えられる。一般的によく用いられる一次摂動論に基づいて行う場合には、3.5節にて述べる面積比や即発中性子減衰定数の非正規性・非線形性の影響が大きくなるような条件の場合には、それらの対策として、高次摂動を考慮した不確かさ評価を行う必要があると考えられる。

### 3.4 不確かさ低減の度合いの評価

#### 3.4.1 解析方法・条件

まず、提案手法による不確かさ低減の度合いを確認するため、3.2.2.2にて示した方法により、仮想的な真値・実験値のサンプルを1つ用意し、検証を行う。以下の図3.8に、この検討で使用した即発中性子減衰定数 $\alpha$ および検出器位置 $r_d = 120$  cm (吸収体の炉外側の端の位置)における面積比 $AR$ の解析値と実験値を示す。

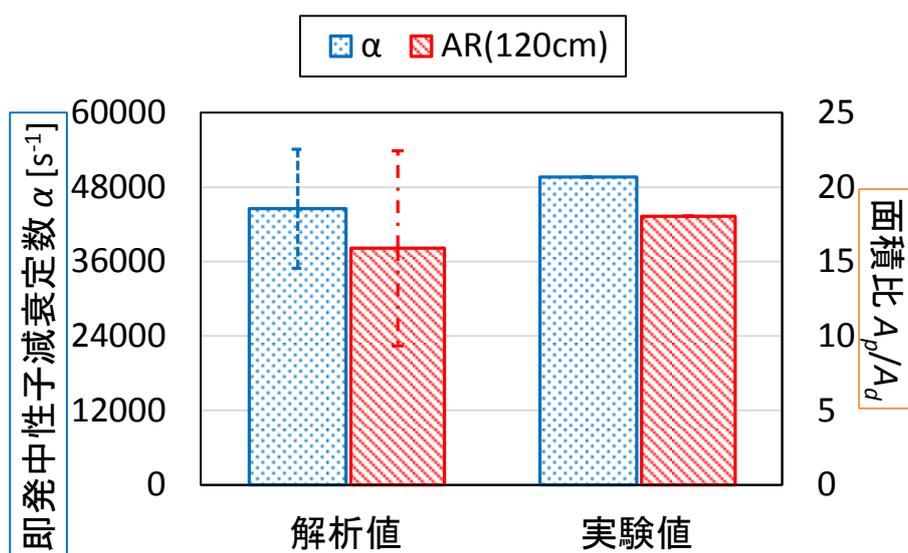


図 3.8 即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ (検出器位置120 cm)の解析値及び仮想的な実験値

また、この実験値に対応する値として、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の仮想的な真値は、以下に示す値を使用することとした。

$$k_{\text{eff}} = 0.974755 \pm 0.000000$$

$$\beta_{\text{eff}} = 0.0016613 \pm 0.0000000$$

### 3.4.2 解析結果

この計算結果に基づいてバイアス因子法を実施した結果を、以下の表 3.3 に示す。

表 3.3 バイアス因子法適用結果

	$k_{\text{eff}}$	不確かさ $\sigma_k$	$\beta_{\text{eff}}$	不確かさ $\sigma_\beta$
補正前	0.9702	0.0107	0.001877	0.000321
AR利用時	0.9671	0.0052	0.001829	0.000286
$\alpha$ 利用時	0.9650	0.0044	0.001880	0.000321
$\alpha$ &AR併用時	0.9654	0.0035	0.001916	0.000209
真値	0.9682		0.001709	

また、この結果のグラフを以下の図 3.9 に示す。この図 3.9 においては、赤色の項目が実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ であり、破線のエラーバーは $k_{\text{eff}}$ の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲を示す。また、青色の項目が実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ であり、一点鎖線のエラーバーは $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲を示す。横軸は、左端の「補正前」は補正前の値を示し、右端の「真値」は利用した実験値に対応する仮想的な真値であり、その他のプロットについては補正に用いた実験対象の組み合わせをそれぞれ示している。ARは面積比を利用した場合、 $\alpha$ は即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用した場合、そして $\alpha + AR$ は即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比ARを併用した場合の結果を示す。

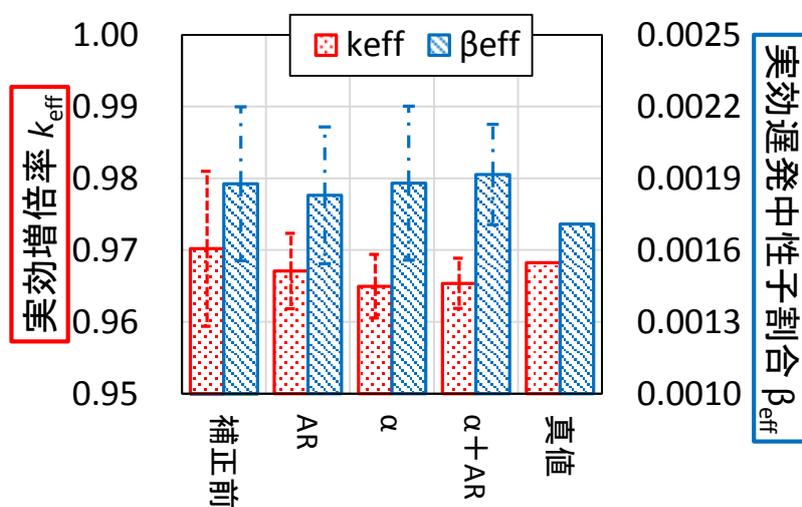


図 3.9  $\alpha$ とARによるバイアス因子法の適用結果

図 3.9 における全体的な傾向として、どの補正パターンでも補正後の不確かさが増加することはなかった。また、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の値については、補正後には元の値よりも真値に近づく傾向が観察される。一方、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の値については、補正によって不確かさが減少しづらい。加えて、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用した場合には、補正後の $\beta_{\text{eff}}$ の値が真値から離れる方向に補正され、真値との系統差異が増加する結果となった。この点につ

いては、後に複数のサンプルを利用し詳細に検討する。なお、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ を併用した場合は、真値は補正後の値の $-0.99\sigma$ の位置にあり、 $\pm 1\sigma$ の範囲に入る。

次に、補正による不確かさの減少量を確認する。実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ それぞれの補正後の不確かさ(標準偏差 $1\sigma$ )について、補正前の不確かさ(標準偏差 $1\sigma$ )に対する比率[%]を整理した結果を図 3.10 に示す。図 3.10 において、各凡例は補正に利用した実験値の組み合わせを示しており、 $AR$ は面積比を利用した場合、 $\alpha$ は即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用した場合、そして $\alpha + AR$ は即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ を併用した場合の結果を示す。

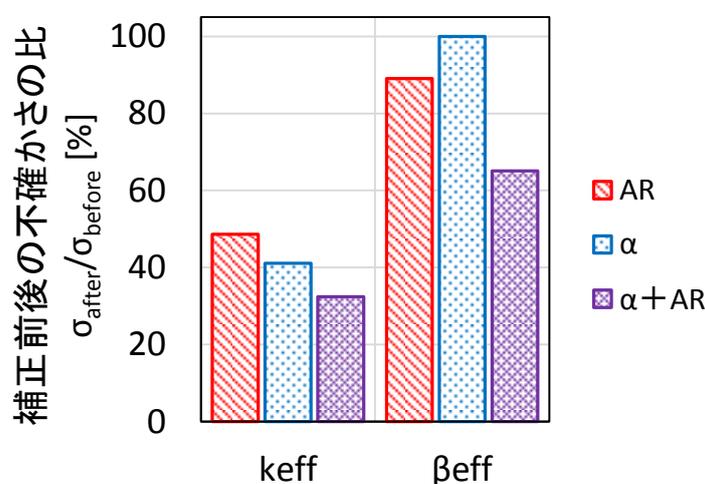


図 3.10 不確かさの低減の度合い

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の不確かさは、面積比と即発中性子減衰定数どちらかの実験値のみを利用した場合、または両者を併用した場合の、いずれの場合についても、不確かさが半分以下に減少する結果が得られた。よって、本手法によって即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ の測定結果を利用することで、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の核データ起因の不確かさ改善は可能であることが分かる。また、予想通り、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用した場合の不確かさが面積比 $AR$ を利用した場合よりも小さくなっている。

一方、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ についても、 $\alpha$ を利用した場合には不確かさがほとんど減少しないが、面積比 $AR$ を用いた場合には不確かさが 10%程度減少している。さらに、 $\alpha$ と $AR$ を併用した場合には、 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさはおよそ 4 割減少させることが可能であることが明らかとなった。

この $\alpha$ と $AR$ を併用した場合の不確かさ低減について、さらに詳しく調べ、以下にて議論する。ここまでの検討に加えて、 $r = 100 \text{ cm}$ (体系端の $B_4C$ 吸収体の炉心側の端)の位置における面積比 $AR$ の値の評価し、 $r = 100 \text{ cm}$ および $r = 120 \text{ cm}$ の 2 か所の面積比 $AR$ 測定値を利用した場合について、本手法による補正を実施した。そして、この補正において $\alpha$ と $AR(r =$

120 cm)を併用した場合の結果と比較する。実験対象となる $r = 100\text{ cm}$ および $r = 120\text{ cm}$ の2か所の面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析値と実験値を図 3.11 に示す。

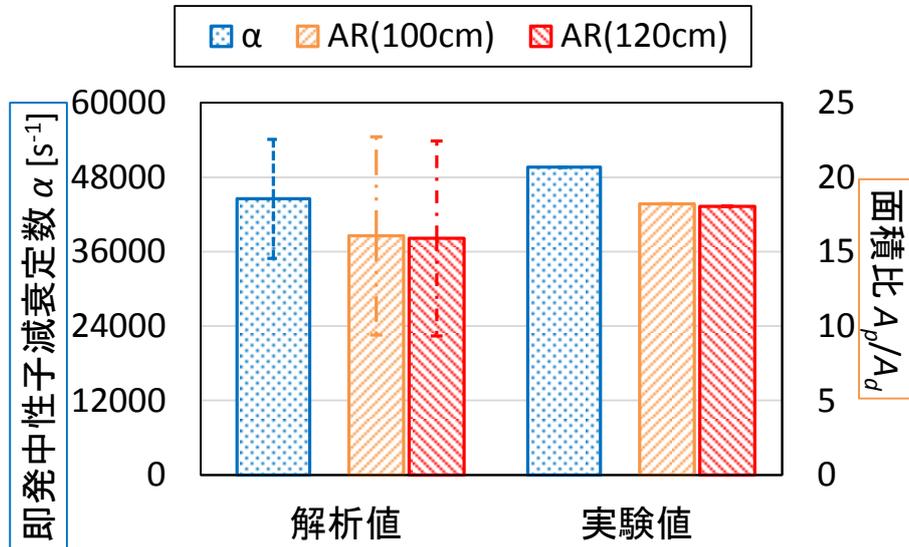


図 3.11 即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ (検出器位置100 cmおよび120 cm)の解析値及び仮想的な実験値

次に、これらの値を利用したバイアス因子法の適用結果を示す。 $\alpha$ と $AR$ を併用した場合と2か所の面積比 $AR$ を利用した場合について、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ それぞれの補正後の不確かさ(標準偏差 $1\sigma$ )の、補正前の不確かさ(標準偏差 $1\sigma$ )に対する比率[%]を整理した結果を図 3.12 に示す。

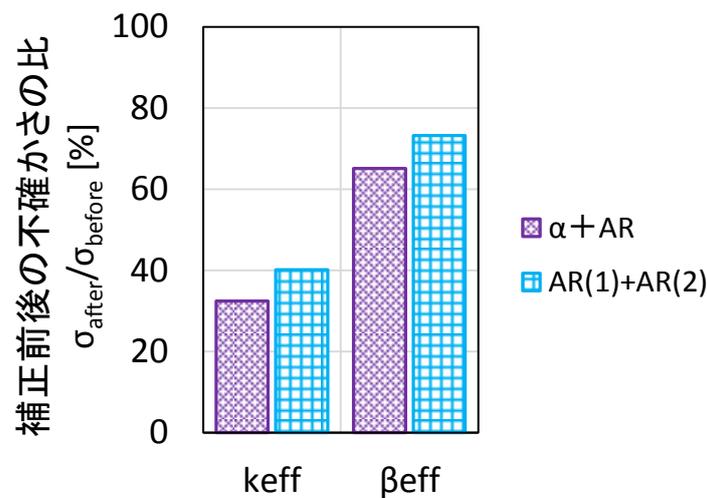


図 3.12 2つの実験値を用いた場合の不確かさの変化の比較

図 3.12 に示した結果から、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR(r = 120 \text{ cm})$ を併用した場合( $\alpha + AR$ )と 2 か所の面積比 $AR$ を用いた場合( $AR(1) + AR(2)$ )を比較すると、前者の方が実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ ・実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ ともに不確かさの比が小さいことが分かった。これは面積比の測定位置を $r = 0 \text{ cm}, 120 \text{ cm}$ といった形でも変えても同様な結果が得られた。よって、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ を併用した場合には、面積比を 2 か所で測定した結果を利用する場合よりも、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ や効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさを効率よく低減できることが明らかとなった。

また、どの場合でも実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の補正後の標準偏差は実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の値より大きいので、臨界寸前の実効増倍率を狙って再設計した場合に、即発臨界となる可能性が高い。不確かさをより改善するためには、複数のパラメータの併用で不確かさが減少するため、より多くの実験結果を取り込む必要がある。

### 3.4.3 考察

図 3.9 に示した解析結果から、本手法により面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を利用することで、実験体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の不確かさ改善が可能であることが分かった。これは、面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の相関が強いためである。以下では、相関の強さの指標として相関係数を用いる場合に、不確かさの改善と相関係数の関係がどうなるか考えることとする。

まず、実験対象と補正対象がそれぞれ 1 つずつである場合について、実験対象と補正対象の間の相関係数が、補正後に残る不確かさにどのような影響を及ぼすのか考察する。実験対象を $M$ 、補正対象を $R$ と表し、実験値の不確かさ $V_{EM}$ が無いとき、行列 $\mathbf{K}$ は式(3.4.1)に示すスカラー値 $K$ となる。

$$K = \text{cov}(C_R, C_M) \times \{V_{CM} + V_{EM}\}^{-1} = \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM} + V_{EM}} = \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM}} \quad (3.4.1)$$

実験対象 $M$ と補正対象 $R$ の解析結果の相関係数 $\text{corr}(C_R, C_M)$ は、式(3.4.2)にて示す値となる。

$$\text{corr}(C_R, C_M) \equiv \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{\sqrt{V_{CM} \cdot V_{CR}}} \quad (3.4.2)$$

補正後の分散を $V_{ER}$ とすると、これは式(3.4.3)によって表される。

$$V_{ER} = V_{CR} - \mathbf{K} \text{cov}(C_M, C_R) = V_{CR} - \frac{\text{cov}(C_R, C_M)}{V_{CM}} \text{cov}(C_M, C_R) = V_{CR} - \frac{\text{cov}(C_R, C_M)^2}{V_{CM}} \quad (3.4.3)$$

ここで、補正対象 $R$ の補正後の分散 $V_{ER}$ と補正前の分散 $V_{CR}$ の比を考えると、これは相関係数 $\text{corr}(C_R, C_M)$ を用いて式(3.4.4)によって表される。

$$\frac{V_{ER}}{V_{CR}} = 1 - \frac{\text{cov}(C_R, C_M)^2}{V_{CM} \cdot V_{CR}} = 1 - \text{corr}(C_R, C_M)^2 \quad (3.4.4)$$

つまり、実験値の不確かさが無視できる条件での補正による不確かさの改善の割合は、実

験対象 $M$ と補正対象 $R$ 間の相関係数の大きさが大きいほどよく、補正後の分散は相関係数の二乗に比例して減少する。

一方、今回の検討の結果、面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ との相関が弱い実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ についても、 $AR$ と $\alpha$ を併用することで不確かさを6割近くに減らすことができていた。この原因についても以下で考察する。

ここでは、実験対象を $A$ および $B$ の2つとした場合の補正について考える。実験値の不確かさがいずれも0であるとき、行列 $\mathbf{K}$ は式(3.4.5)に示す行列となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{V}_{\text{calc}}^{(RM)} \times \mathbf{V}_{\text{calc}}^{(MM)^{-1}} \\ &= [\text{cov}(C_R, C_A) \quad \text{cov}(C_R, C_B)] \times \begin{bmatrix} V_{CA} & \text{cov}(C_A, C_B) \\ \text{cov}(C_B, C_A) & V_{CB} \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{[\text{cov}(C_R, C_A) \quad \text{cov}(C_R, C_B)] \times \begin{bmatrix} V_{CB} & -\text{cov}(C_A, C_B) \\ -\text{cov}(C_B, C_A) & V_{CA} \end{bmatrix}}{V_{CA}V_{CB} - \text{cov}(C_A, C_B)\text{cov}(C_B, C_A)} \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

これをもとに、補正対象 $R$ の補正後の分散 $V_{ER}$ と補正前の分散 $V_{CR}$ の比を計算すると、これは式(3.4.6)で表される形となる。

$$\begin{aligned} \frac{V_{ER}}{V_{CR}} &= \frac{(V_{CR} - \mathbf{K}\mathbf{V}_{\text{calc}}^{(MR)})}{V_{CR}} = 1 - \frac{\mathbf{K}\mathbf{V}_{\text{calc}}^{(MR)}}{V_{CR}} = 1 - \frac{\mathbf{K} \begin{bmatrix} \text{cov}(C_A, C_R) \\ \text{cov}(C_B, C_R) \end{bmatrix}}{V_{CR}} \\ &= 1 - \frac{\text{corr}(C_A, C_R)^2 + \text{corr}(C_B, C_R)^2 - 2 \text{corr}(C_A, C_R) \text{corr}(C_B, C_R) \text{corr}(C_B, C_A)}{1 - \text{corr}(C_B, C_A)^2} \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

この式(3.4.6)によれば、実験対象を2つとした場合、右辺第2項の分子の第1項にある実験対象 $A \cdot B$ と補正対象 $R$ の相関に加え、右辺第2項の分母にある実験対象 $A \cdot B$ 間の相関により、不確かさのさらなる低減が起こる。一方、この分子の第3項では、実験対象 $A \cdot B$ 間の相関に実験対象 $A \cdot B$ と補正対象 $R$ の相関を掛け合わせた項が出てきており、この3者の関係次第では、補正が強められたり打ち消されたりすることとなる。

ここで、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の補正について考察する。実験対象であった面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ は、表3.2に示した通り面積比 $AR$ との相関係数はおよそ0.8であり、右辺第2項の分母による不確かさ低減の効果がある。一方、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の相関係数はほぼ0である。この結果、右辺第2項の分子第3項の値はほぼ0となり、式(3.4.6)は以下の式(3.4.7)に示す形となるため、この項による補正の打消しは起こらない。

$$\frac{V_{ER}}{V_{CR}} \approx 1 - \frac{\text{corr}(C_A, C_R)^2 + \text{corr}(C_B, C_R)^2}{1 - \text{corr}(C_B, C_A)^2} \quad (3.4.7)$$

一方、2か所の面積比同士については、相関係数を調べると、こちらは1.000であった。そして、面積比 $AR$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の相関係数はおよそ-0.45である。このとき、右

辺第 2 項の分子第 3 項の値は式(3.4.8)に示す負の値となり、補正を打ち消す方向へ働く。

$$\begin{aligned} -2 \operatorname{corr}(C_A, C_R) \operatorname{corr}(C_B, C_R) \operatorname{corr}(C_B, C_A) &= -2 \times (-0.45) \times (-0.45) \times 1.000 \\ &\approx -0.40 \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

よって 2 か所の面積比を用いるよりも、面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を併用するほうがより $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさを低減できた理由は、実験対象のうち $\alpha$ と補正対象 $\beta_{\text{eff}}$ の相関が弱く、実験対象である $AR$ と $\alpha$ の間の相関による補正の打消しが起こらなかったためである。

このことは、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ に対する即発中性子減衰定数 $\alpha$ のように、補正対象と相関の弱いパラメータであっても、このパラメータと補正対象の双方に相関がある別のパラメータ(面積比 $AR$ )の測定結果を取り入れることで、不確かさの改善に寄与させることが可能であることを示している。

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ については、2 か所の面積比を利用する場合も面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を併用する場合も、この不確かさを打ち消す項の効果がある一方、分母による不確かさ低減も働く。今回の場合では、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の相関の高さが、面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を併用する場合に有利に働いたと考えられる。

## 3.5 不確かさ低減の妥当性の評価

### 3.5.1 解析方法・条件

本節では、補正の妥当性を検討するため、真値・実験値のサンプルを複数生成し、それぞれについて補正後の不確かさの範囲内に真値が含まれるか検討する。また、ランダムサンプリング法を用いた不確かさ評価には、値の非線形性を考慮した不確かさ評価ができるとされている。一方、バイアス因子法の段階では非線形性を考慮できていないため、この影響についても検討する。

本節の検討は、以下の手順で行う。

1. 3.2.2.2 にて示した方法により、1000 サンプルの仮想的な真値と実験値の組を生成する。
2. 各実験値サンプルについて、それぞれ単独でバイアス因子法に用いることで、補正結果のサンプルを 1000 個得る。
3. 各サンプルについて、補正結果の不確かさの範囲内に真値が入るかどうかを確認する。

補正結果は以下の 2 つ方法にて評価する。

1. 1000 サンプルそれぞれを利用した補正結果について、その不確かさの範囲内に真値が入る確率(被覆確率)を求める。サンプリングの際には、各断面積を分散・共分散に従い、正規分布となるようにサンプリングしているため、補正後の不確かさが正規分布に従っていれば、不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲内の被覆確率は約 68 %となる[39]。
2. 1000 サンプルの結果に対して Jarque-Bera 検定[40]を行い、利用する実験対象や、補

正結果の不確かさの分布の正規性・非正規性を確かめる。

ここで、Jarque-Bera 検定とは、標本データが正規分布に従っているかどうかを判断する方法の一つである。標本データの標本歪度 $S$ および標本尖度 $K$ に対し、(3.5.9)式で定義される検定統計量 $JB$ は、標本数が十分多い場合自由度 2 の $\chi^2$ 分布に従う。

$$JB = \frac{n}{6} \left\{ S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right\} \quad (3.5.9)$$

標本歪度 $S$ は平均まわりの 3 次モーメントであり、式(3.5.10)にて定義される。標本歪度 $S$ は、分布の非対称性を表す値である。

$$S = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n (x_i - \mu)^3}{\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=2}^n (x_i - \mu)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.5.10)$$

標本尖度 $K$ は平均まわりの 4 次モーメントであり、式(3.5.11)で定義される。標本尖度 $K$ は分布の尖り具合や裾の厚さを表す値である。

$$K = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n (x_i - \mu)^4}{\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=2}^n (x_i - \mu)^2 \right]^2} \quad (3.5.11)$$

確率分布が正規分布に従うとき、歪度は 0、尖度は 3 となる。Jarque-Bera 検定において、帰無仮説“正規分布に従わない”は、5%有意水準にて $JB > 5.99146$ の条件で採択される。よって、 $JB$ 値がこれより小さければ正規分布に従うことを期待できる。

不確かさの伝播に対する非線形性の影響は、不確かさの分布をゆがませる点にあるため、Jarque-Bera 検定によってこれを確認する。

## 3.5.2 解析結果

### 3.5.2.1 被覆確率の評価

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ に対し、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用した場合、面積比 $AR(r = 120 \text{ cm})$ を利用した場合、そして双方を併用した場合について、真値が補正結果の不確かさの範囲内に入る確率の計算結果を、表 3.4 および図 3.13 に示す。

表 3.4 被覆確率

利用した実験値		$AR$	$AR$	$\alpha$	$\alpha$	$AR\&\alpha$	$AR\&\alpha$	正規分布[38]
補正対象		$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	
被覆確率 (%)	$\pm 1\sigma$ 内	70.7	68.1	78.2	66.9	75.0	68.0	68.27
	$\pm 2\sigma$ 内	95.0	95.6	94.8	95.8	94.1	96.0	95.45
	$\pm 3\sigma$ 内	98.9	99.9	98.1	100	98.6	99.4	99.73

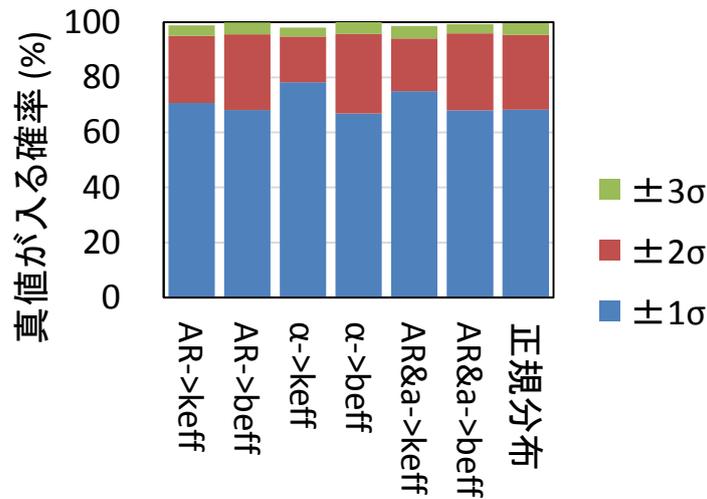


図 3.13 補正後の不確かさの範囲内に真値が入る確率

表 3.4 および図 3.13 の結果から、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ に適用する際は、面積比 $AR$ もしくは即発中性子減衰定数 $\alpha$ のいずれを用いても被覆確率は約 68 %であるが、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ に対して適用すると約 70 %から 80 %となり、分布が正規分布から外れる傾向となっている。しかしながら、 $\pm 1\sigma$ 内に入る確率は正規分布の場合の値を上回っており、正規分布の場合よりも不確かさの範囲内に真値が存在する確率がわずかに高くなっているため、実用上は大きな問題にはならないと考えられる。

次に、補正結果の分布について調べた。まず、面積比 $AR$ によって実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の補正を行う場合について、 $\beta_{\text{eff}}$ と $AR$ の真値・実験値サンプルのうち 300 個の分布を散布図として図 3.14 に示す。図上の青い罰印のプロット点が各サンプルに対応する面積比 $AR$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の値を示し、黒い点線は面積比 $AR$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ それぞれの補正前の値、黒い一点鎖線は補正前の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲を示す。また、赤い実線は面積比 $AR$ のみを用いて補正を行った際の実験値と補正先の関係を示し、赤い破線は補正後の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲を示す。

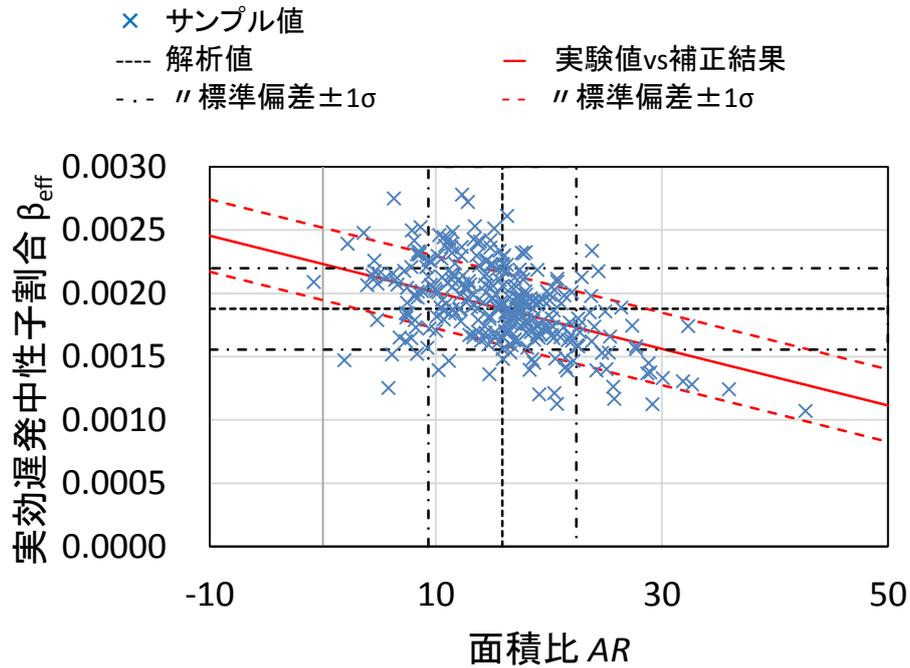


図 3.14 検出器位置 120 cm の面積比と実効遅発中性子割合の関係

同様にして、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の散布図を図 3.15 に示す。

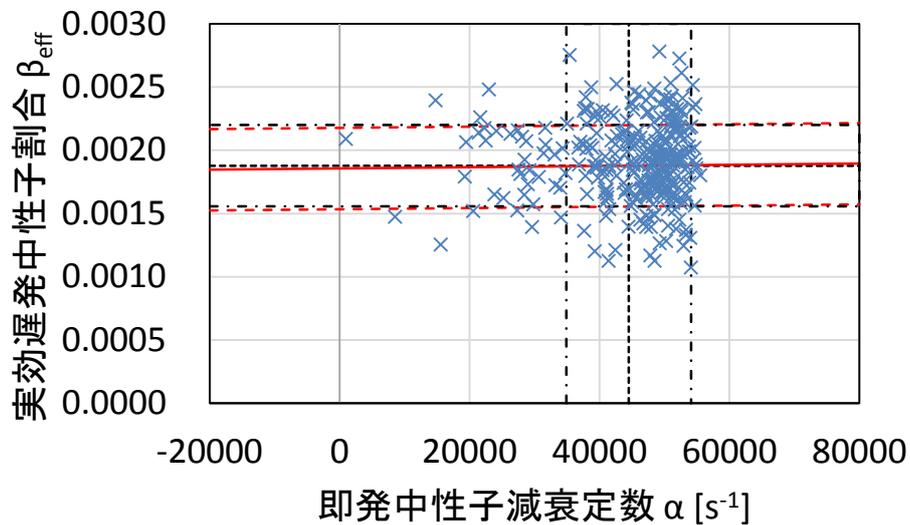


図 3.15 即発中性子減衰定数と実効遅発中性子割合の関係

図 3.14 および図 3.15 のグラフから、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ と面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ の間の相関が弱いことが分かる。補正を行っても不確かさが低減されないのは、この相関の弱さが原因である。また、即発中性子減衰定数は、値が解析結果の平均よりも大きい部分の狭い範囲に偏っている様子が見られる。

次に、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を補正する場合に着目する。まず、面積比 $AR$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の分布を図 3.16 に示す。こちらも、黒い点線で解析値、一点鎖線で解析値の不確かさ、また赤い実線で実験値と補正先の関係、破線で補正後の不確かさを示す。

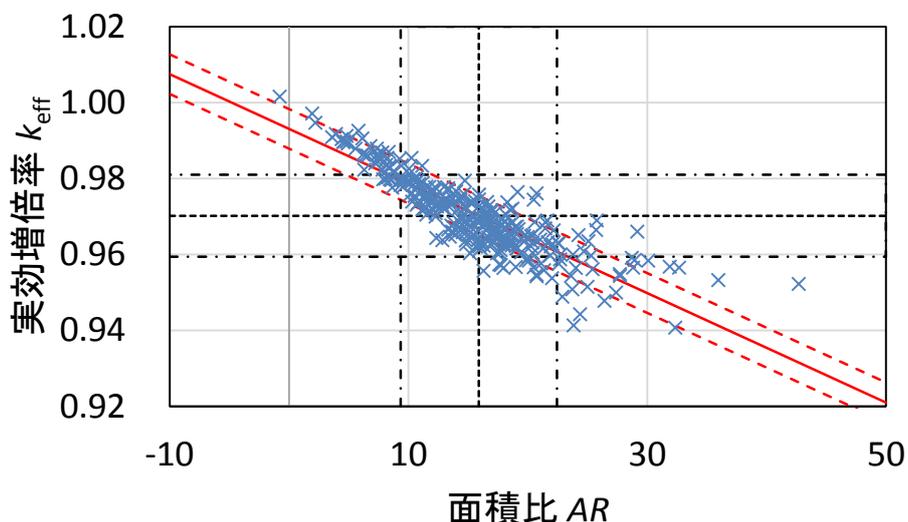


図 3.16 検出器位置 120 cm の面積比と実効増倍率の関係

同様に、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の関係を図 3.17 に示す。

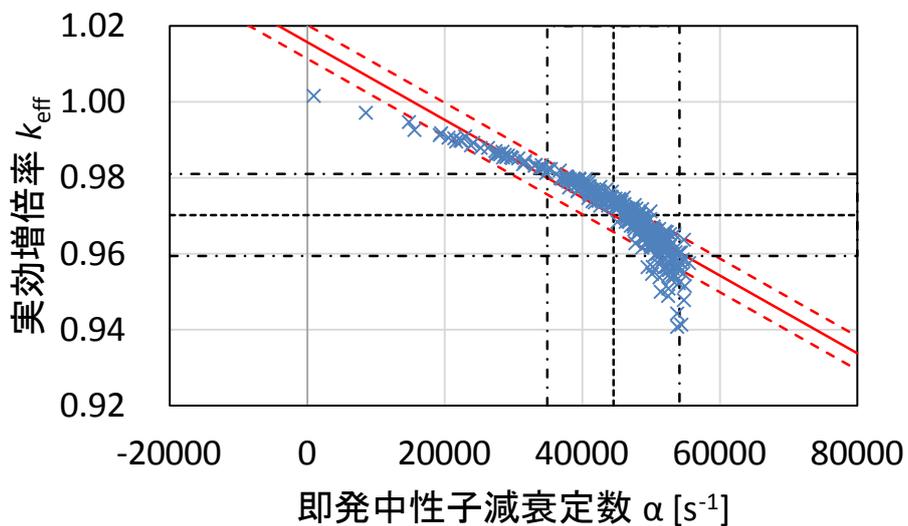


図 3.17 即発中性子減衰定数と実効増倍率の関係

図 3.16 および図 3.17 の結果から、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ に対する面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ の関係は、いずれも線形な関係ではなく、非線形な関係となっている。また、図 3.16 およ

び図 3.17 において実線で示した実験値と補正結果の関係と、1000 サンプルの分布を比較すると、即発中性子減衰定数の実験値が計算結果から大きく外れた場合(およそ $\alpha < 20000 \text{ s}^{-1}$ )には、真値が必ず破線で示した不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲外に存在することが分かる。このため、実験値が計算結果から極端に外れた場合には適切に補正を行えないことが分かる。一方、実験値が計算結果と近く、不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲内である場合には、不確かさの範囲内に真値を含む可能性が高く、補正は適切に行える。ただし、 $\alpha$ と $k_{\text{eff}}$ の関係は特に $\alpha$ の大きい側(およそ $\alpha > 50000 \text{ s}^{-1}$ )で大きく曲がるため、 $\alpha$ の値が解析結果より大きい場合、これが解析結果の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲内であっても、 $\alpha$ を利用した $k_{\text{eff}}$ の補正結果は真値から外れやすい。

面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ を併用した場合については、それぞれを単独で用いた補正の足し合わせであるため、同様な傾向がみられると考えられる。

以上の結果から、未臨界実験データとして面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ を用いてバイアス因子法を実施する場合、これらの値と補正対象となる実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ や遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ との関係の非線形性の影響により、値が予測と大きく外れていた場合に補正が適切になるといえる。

### 3.5.2.2 不確かさの分布の評価

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の真値および補正後の値と、面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ の $JB$ 値を計算した結果を表 3.5 に示す。

表 3.5 Jarque-Bera 検定の検定統計量

真値・実験値					補正後							
$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$\alpha$	$AR$	$JB$	利用した実験値	$AR$	$AR$	$\alpha$	$\alpha$	$AR\&\alpha$	$AR\&\alpha$	
					補正対象	$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	
$JB$	3.04	3.78	1467	78.8	$JB$	78.8	78.8	1467	1467	376	849	

この結果からは、補正前の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ は正規分布に従うものの、実験対象である面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ や、補正後の値はいずれも正規分布に従わないといえる。また、面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ を単独で利用した補正結果の $JB$ 値は、利用した $AR$ や $\alpha$ の $JB$ 値と同じ値となっている。このことから、実験対象の非正規性が補正結果にも伝播して非正規性を与えていると考えられる。

### 3.5.3 考察

双子実験の結果、実験対象である面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の関係には図 3.17 で示されるように非線形性があるため、実験結果と解析結果の差が大きい場合に補正結果が真値から外れる問題が確認された。また、実験対象の非正規性から、補正後

の不確かさの分布が正規分布から外れることも分かった。この問題の原因として、RS法を用いたバイアス因子法による補正が、実験対象と補正対象の関係を線形な一次式で求めていることが挙げられる。これを改善するためには、この実験対象と補正対象の関係を高次式にて求めるか、もしくはパラメータを適切に変換し、線形性を持たせる必要があると考えられる。

以下では、補正対象の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を何らかの形で変数変換したものを利用することで、実験対象との関係に線形性を持たせることを考え、これについて検討を行うこととした。ここでは、図 3.17 のようにはっきりと非線形性が表れている、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を即発中性子減衰定数 $\alpha$ によって補正する場合を取り扱う。

まず、解析的に実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の関係を求めて、これを利用することとした。一点炉近似の元では、即発中性子減衰定数 $\alpha$ は式(3.5.12)で計算できる。

$$\alpha \approx -\frac{k_{\text{eff}}(1 - \beta_{\text{eff}}) - 1}{\ell} \quad (3.5.12)$$

この式において、 $\beta_{\text{eff}}$ は実効遅発中性子割合、 $\ell$ は中性子寿命を示す。式(3.5.12)については、さらに中性子寿命 $\ell$ にも実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ との関係を考えることができる。中性子生成時間 $\Lambda \equiv \ell/k_{\text{eff}}$ を定義すると、式(3.5.13)のように書ける。

$$\alpha \approx -\frac{1}{\Lambda} \left( 1 - \beta_{\text{eff}} - \frac{1}{k_{\text{eff}}} \right) = -\frac{\rho - \beta_{\text{eff}}}{\Lambda} \quad (3.5.13)$$

つまり、 $\ell$ や $\Lambda$ の $k_{\text{eff}}$ との関係が独立であるとする、 $\alpha$ は $1/k_{\text{eff}}$ や反応度 $\rho$ に比例する形とみることができる。そこで、 $1/k_{\text{eff}}$ や反応度 $\rho$ を補正対象としてバイアス因子法を実施し、その結果を $k_{\text{eff}}$ に変換することで、線形性およびバイアス因子法の実施結果について改善がみられるか確認することとした。

まず、反応度 $\rho$ を利用する場合について結果を示す。反応度と実効増倍率の関係は式(3.5.14)に示す通りとなる。

$$\rho = \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}} \quad (3.5.14)$$

反応度 $\rho$ と $\alpha$ のランダムサンプリングの結果を、散布図として図 3.18 に示す。図 3.18 では、青い罰印のプロット点で各サンプルを示し、黒の点線で解析値、赤の実線で実験値と補正後の値の関係を示す。

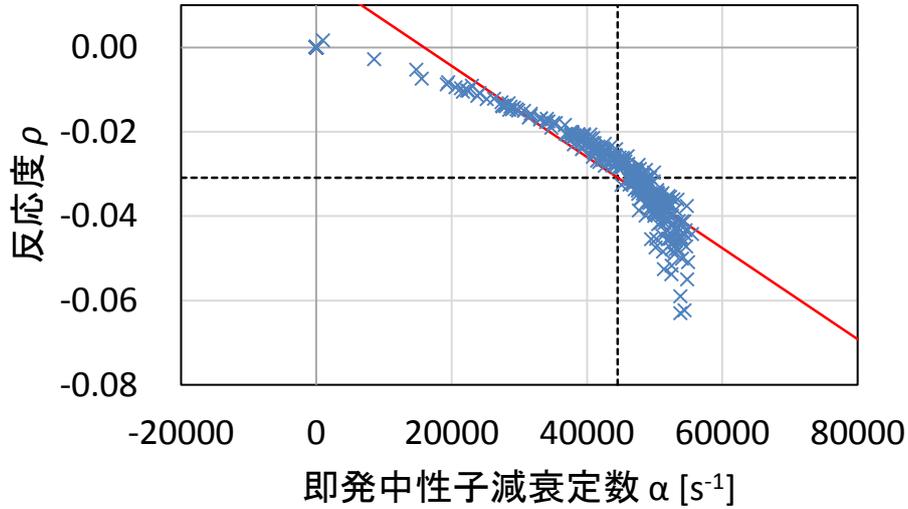


図 3.18 即発中性子減衰定数と反応度の関係

この図 3.18 からは、非線形性の改善は見られない。補正前の反応度は  $\rho = -0.031 \pm 0.011$  ( $\sigma_\rho/\rho = 37\%$ ) であり、3.3 節にて実験値・真値としたサンプルを利用した場合、補正後反応度  $\rho'$  は  $\rho' = -0.0364 \pm 0.0049$  であり、実効増倍率は  $k'_{\text{eff}} = 0.9701 \pm 0.0046$  となる。実効増倍率に直接適用した場合の結果は  $k_{\text{eff}} = 0.9650 \pm 0.0044$  であった。よって、反応度に対して適用したものを実効増倍率に変換した場合と、実効増倍率に対して直接バイアス因子法を適用した場合との間に結果の違いはほとんどない。

反応度  $\rho$  をある実験値  $\alpha$  によって補正する場合、補正後の反応度  $\rho'$  およびその不確かさ  $\sigma_{\rho'}$  は以下の式(3.5.15)および式(3.5.16)に従って補正が行われる。

$$\rho' = \rho + \frac{\text{cov}(\rho, \alpha)}{\sigma_\alpha^2} \Delta\alpha, \quad (\Delta\alpha \equiv R_{\alpha, \text{exp}} - R_{\alpha, \text{calc}}) \quad (3.5.15)$$

$$\sigma_{\rho'}^2 = \sigma_\rho^2 - \frac{\text{cov}(\rho, \alpha)^2}{\sigma_\alpha^2} \quad (3.5.16)$$

反応度と実効増倍率の関係は式(3.5.17)の通りとなる。

$$\frac{d\rho}{dk_{\text{eff}}} = \frac{1}{k_{\text{eff}}^2} = (1 - \rho)^2 \quad (3.5.17)$$

$$\frac{dk_{\text{eff}}}{d\rho} = \frac{1}{(1 - \rho)^2} = k_{\text{eff}}^2 \quad (3.5.18)$$

誤差伝播により、反応度  $\rho$  と実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  の分散の関係は式(3.5.19)に示す通りとなる。

$$\sigma_k^2 = \left( \frac{dk_{\text{eff}}}{d\rho} \right)^2 \sigma_\rho^2 = k_{\text{eff}}^4 \sigma_\rho^2 \quad (3.5.19)$$

同様に、 $\alpha$  と  $k_{\text{eff}}$  の間の共分散は以下の式(3.5.20)の通りに変形できる。

$$\text{cov}(k_{\text{eff}}, \alpha) \approx \frac{dk_{\text{eff}}}{d\rho} \text{cov}(\rho, \alpha) = k_{\text{eff}}^2 \text{cov}(\rho, \alpha) \quad (3.5.20)$$

よって、反応度の補正值 $\rho'$ をもとに実効増倍率の値 $k'_{\text{eff}}$ およびその不確かさ $\sigma_{k'}$ を計算すると、それぞれ以下の式(3.5.21)および式(3.5.22)によって得られる値となる。

$$k'_{\text{eff}} = \frac{1}{1 - \rho'} = \frac{1}{1 - \rho - \frac{\text{cov}(\rho, \alpha)}{\sigma_{\alpha}^2} \Delta_{\alpha}} = \frac{k_{\text{eff}}}{1 - \frac{\text{cov}(k_{\text{eff}}, \alpha)}{\sigma_{\alpha}^2} \times \frac{\Delta_{\alpha}}{k_{\text{eff}}}} \quad (3.5.21)$$

$$\sigma_{k'}^2 = \left( \frac{dk_{\text{eff}}}{d\rho} \right)^2 \sigma_{\rho'}^2 = k_{\text{eff}}^4 \left( \sigma_{\rho}^2 - \frac{\text{cov}(\rho, \alpha)^2}{\sigma_{\alpha}^2} \right) = \sigma_k^2 - \frac{\text{cov}(k_{\text{eff}}, \alpha)^2}{\sigma_{\alpha}^2} \quad (3.5.22)$$

なお、実効増倍率に対してバイアス因子法を直接適用した場合には、それぞれ以下の式(3.5.23)および式(3.5.24)によって得られる値となる。

$$k'_{\text{eff}} = k_{\text{eff}} + \frac{\text{cov}(k_{\text{eff}}, \alpha)}{\sigma_{\alpha}^2} \Delta_{\alpha} \quad (3.5.23)$$

$$\sigma_{k'}^2 = \sigma_k^2 - \frac{\text{cov}(k_{\text{eff}}, \alpha)^2}{\sigma_{\alpha}^2} \quad (3.5.24)$$

式(3.5.22)と式(3.5.24)を比較すると、この2式は一致する。このため、バイアス因子法を反応度に対して適用した結果から計算した場合と、実効増倍率に対してバイアス因子法を直接適用した場合に、実効増倍率の不確かさの値は一致するといえる。両者の結果の違いの原因は、そもそも実効増倍率の平均から反応度を求める式と、反応度の平均が同値でないため、両者の方法において補正後の実効増倍率が一致しないためである。式(3.5.25)の左側は反応度の平均、右側は実効増倍率の平均を用いた反応度を示す。

$$\bar{\rho} = \sum_i \rho_i = \sum_i \frac{k_{\text{eff},i} - 1}{k_{\text{eff},i}} \neq \frac{\overline{k_{\text{eff}} - 1}}{\overline{k_{\text{eff}}}} = \frac{\sum_i k_{\text{eff},i} - 1}{\sum_i k_{\text{eff},i}} \quad (3.5.25)$$

次に、 $1/k_{\text{eff}}$ を利用した場合について結果を示す。 $1/k_{\text{eff}}$ と $\alpha$ のランダムサンプリングの結果についても、散布図を図 3.19 に示す。図 3.19 においても青い罰印のプロット点で各サンプルを示し、黒の点線で解析値、赤の実線で実験値と補正後の値の関係を示す。

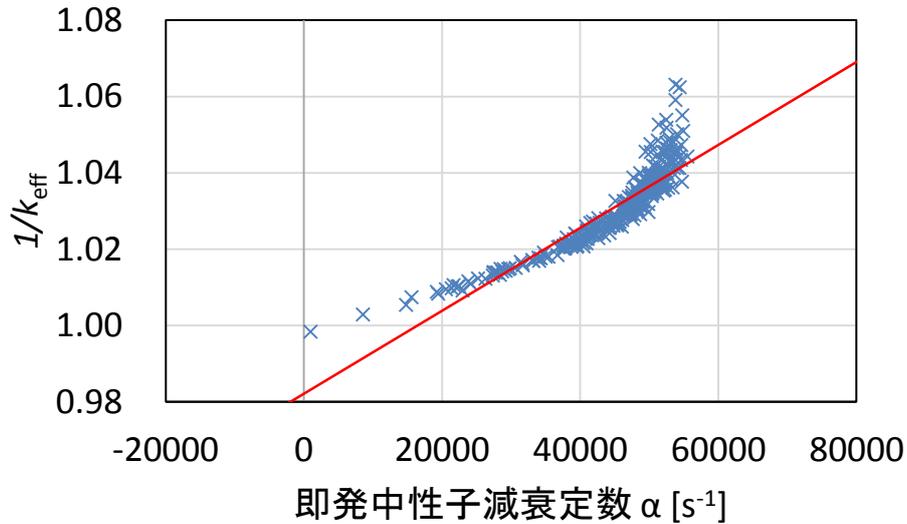


図 3.19 即発中性子減衰定数と実効増倍率の逆数の関係

$1/k_{\text{eff}}$ についてバイアス因子法を適用した場合、 $k_{\text{eff}}$ の値は $k'_{\text{eff}} = 0.9649 \pm 0.0045$  ( $\sigma_k/k_{\text{eff}} = 0.47\%$ )となった。よって、即発中性子減衰定数と実効増倍率の逆数 $1/k_{\text{eff}}$ の関係を利用した場合も、非線形性を改善できないことが分かる。

この原因としては、無視していた $\ell$ や $\Lambda$ の $k_{\text{eff}}$ との関係が考えられる。中性子生成時間 $\Lambda$ は一点炉近似の下では式(3.5.26)に示すように書ける。

$$\Lambda = \frac{1}{\nu v \Sigma_f} \quad (3.5.26)$$

そして実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ は中性子の生成と消滅の比であるから、生成断面積 $\nu \Sigma_f$ との関係が存在する。

ここまでの検討では適切な関数形が分からなかったため、以下では関数形を新たに仮定することで、非線形性の影響の改善について検討を行う。

ここでは、 $f = (k_{\text{eff}} - 0.9)^4$ を利用することを考えた。この関数形は、図 3.17 をもとに大まかに $(k_{\text{eff}} - 0.9)$ の偶数乗の形をしているように見えたために決定したものである。この場合、補正後の値 $f'$ と $k'_{\text{eff}}$ の変換は以下の式(3.5.27)を用いて行う。

$$k'_{\text{eff}} = \sqrt[4]{f'} + 0.9 \quad (3.5.27)$$

また、それぞれの不確かさ $\sigma_{f'}$ と $\sigma_{k'}$ の変換は以下の式(3.5.27)および式(3.5.28)を用いて行う。

$$\sigma_{k'}^2 = \left( \frac{dk_{\text{eff}}}{df} \right)^2 \sigma_{f'}^2 = \left\{ \frac{1}{4(k'_{\text{eff}} - 0.9)^3} \right\}^2 \sigma_{f'}^2 \quad (3.5.28)$$

この場合 $f$ については $f = A\alpha + B$  ( $A, B$ : 定数)として補正が行われる。 $\alpha$ と $f$ のランダムサンプリングの結果を以下の図 3.20 に示す。図 3.20 においても青い罰印のプロット点で各サ

ンプルを示し、黒の点線で解析値、赤の実線で実験値と補正後の値の関係を示す。

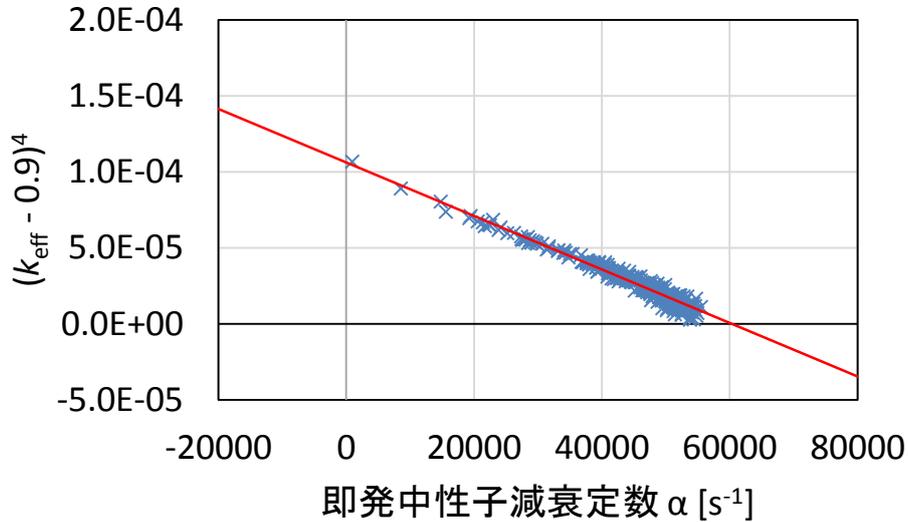


図 3.20 即発中性子減衰定数と  $f = (k_{\text{eff}} - 0.9)^4$  の関係

$f = (k_{\text{eff}} - 0.9)^4$  に対してバイアス因子法を適用した場合、補正後の  $k_{\text{eff}}$  の値  $k'_{\text{eff}}$  は  $k'_{\text{eff}} = 0.9658 \pm 0.0025$  ( $\sigma_k/k_{\text{eff}} = 0.27\%$ ) となった。これにより、線形性に加えて不確かさの改善にも成功したことを確認できた。JB 検定の結果は  $JB = 65.54$  であり、依然として分布の形は崩れているが、改善がみられる。 $\alpha$  の計算値は  $\alpha = (445 \pm 96) \times 10^2 \text{ s}^{-1}$  であるから、サンプルの分布が直線上の  $\alpha$  の大きい方に偏っており、これが非正規性の原因である。

以上の議論より、高次関数へのフィッティングにより非線形性の影響を抑えることで、不確かさをより小さくし、分布の正規性を改善することができる可能性を確認できた。今回の検討では関数を恣意的に決定しているの、より一般的に使用できる方法を開発することが課題となる。

## 3.6 従来の手法との比較

### 3.6.1 従来の手法の概要

従来検討では、未臨界実験データを利用する場合には、未臨界度測定によって測定された値を換算することで得られる、実効増倍率の値を利用するという考え方があった[5]。そこで、3.5 節までの計算結果を応用し、面積比の値を実効増倍率変換して利用する手法についても検討を行うこととした。

本節では、面積比  $AR$  の実験値  $AR_{\text{exp}}$  をドル単位の未臨界度とみなし、実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  の補正前の解析値を用いることで実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  に変換し、ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法にて利用する方法を”従来法”と呼び、これを実施した。本節では、こ

の従来法を用いた結果と、面積比 $AR$ の値を直接実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の補正に用いる提案手法を利用した場合との結果を比較する。

従来法において、面積比 $AR$ の実験値 $AR_{\text{exp}}$ を変換して得られる実効増倍率の実験値を $k_{\text{exp}}$ とすると、これは式(3.6.29)で求められる。

$$k_{\text{exp}} = \frac{1}{AR_{\text{exp}} \times \beta_{\text{eff}} + 1} \quad (3.6.29)$$

この計算結果には、面積比実験値 $AR_{\text{exp}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさが伝播する。実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の分散を $\sigma_{\beta}^2$ 、面積比実験値 $AR_{\text{exp}}$ の分散を $\sigma_{AR}^2$ とすると、実効増倍率実験値 $k_{\text{exp}}$ の分散 $\sigma_k^2$ は式(3.6.30)にて求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_k^2 &= \left( \frac{\partial k_{\text{exp}}}{\partial \beta_{\text{eff}}} \right)^2 \sigma_{\beta}^2 + \left( \frac{\partial k_{\text{exp}}}{\partial AR_{\text{exp}}} \right)^2 \sigma_{AR}^2 \\ &= \left( -\frac{AR_{\text{exp}}}{(AR_{\text{exp}} \times \beta_{\text{eff}} + 1)^2} \right)^2 \sigma_{\beta}^2 + \left( \frac{\beta_{\text{eff}}}{(AR_{\text{exp}} \times \beta_{\text{eff}} + 1)^2} \right)^2 \sigma_{AR}^2 \end{aligned} \quad (3.6.30)$$

本章の検討においては、面積比実験値 $AR_{\text{exp}}$ の不確かさは0として、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさには核データに起因するもののみを考慮する。また、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の値は数値計算で求めることを考え、実験結果である $AR_{\text{exp}}$ との間の相関はないものとする。このため、面積比実験値 $AR_{\text{exp}}$ を従来法で利用する実効増倍率実験値 $k_{\text{exp}}$ に変換した場合は、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の核データ起因の不確かさ $\sigma_{\beta}^2$ のみが含まれる。一方、提案手法では面積比実験値 $AR_{\text{exp}}$ を用いるため、不確かさは0となる。

なお従来法の場合、実験値と計算値の間に実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ に起因する相関が生まれるが、これは無視している。

### 3.6.2 解析結果

従来法及び提案手法により、3.5節と同様に1000サンプルの真値・実験値を生成し、それぞれを利用したバイアス因子法の結果を計算した。この結果のうち100サンプル分について、横軸に実効増倍率の真値、縦軸に実効増倍率の補正結果をとったグラフを、図3.21に示す。この図3.21において、従来法を適用した結果は青色の罰印のプロット点で示した値である。また、緑色のひし形のプロット点は、同じサンプルに対して、面積比 $AR$ を直接適用する提案手法を利用した結果を示す。なお、それぞれのエラーバーは補正後の不確かさ(標準偏差 $\pm 1\sigma$ )の範囲を示す。

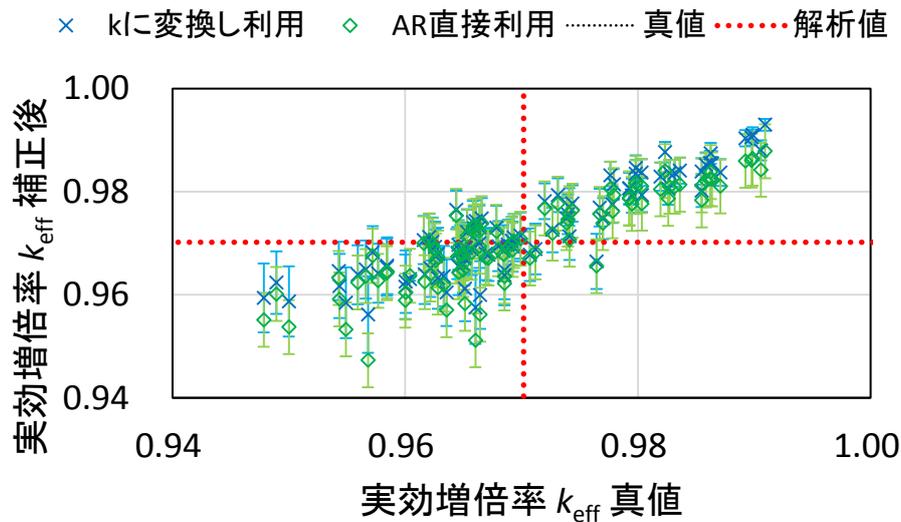


図 3.21 実効増倍率の補正結果

図 3.21 において従来法と提案手法の結果を比較すると、実験値と解析値の差が小さい場合にはどちらの手法を利用して同程度の補正結果となることが分かった。実効増倍率の真値が  $k_{\text{eff}} < 0.96$  のケースでは従来法の方が真値から外れ、提案手法の方がより補正結果が真値に近づく傾向にある。一方、臨界に近い  $k_{\text{eff}} > 0.98$  のケースにおいては、従来法の結果の方が真値と補正後の値が近くなるほか、不確かさ自体も小さくなっている。また、1000 サンプルの補正後の不確かさ  $\pm 1\sigma$  の範囲内に真値が入る確率は、提案手法の場合 70.7 %であったのに対し、従来法の場合は 61.6 %であり、従来法の方が正規分布の分布に近い。

臨界付近にて従来法により面積比  $AR$  を実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  に変換して利用した結果が良好であった理由は、以下の 2 つである。

1. 臨界に近づくことで、面積比  $AR$  の実験値  $AR_{\text{exp}}$  として一点炉近似で得られるドル単位の未臨界度に近い値を得られていたため。
2. 臨界に近いほど実効増倍率実験値  $k_{\text{exp}}$  の実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  に起因する不確かさの影響が小さくなるため。式(3.6.30)の第一項は実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  の分散  $\sigma_{\beta}^2$  の伝播を示すが、この項は臨界に近いほど小さくなる。

また、面積比  $AR$  を直接利用した提案手法の結果が劣る理由は、臨界付近では面積比  $AR$  や実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  の値が解析結果から大きく離れているため、面積比  $AR$  と実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  の間の非線形性の影響により真値から外れるためである。

また、実験値と解析値の差が小さい場合に双方の結果がほとんど変わらない原因は、面積比とドル単位の未臨界度の差がそもそも小さい体系であるためである。今回の体系では、面積比の解析値は  $15.9 \pm 6.5$  であるのに対し、ドル単位の未臨界度は  $17.0 \pm 7.2$  (\$) であり、その差は 10 %にも満たない。次章で述べる体系では、検出器によっては面積比とドル単位の未臨界度の間に倍程度の差があり、従来法では差が大きくなる可能性がある。

臨界付近では提案手法の不確かさが従来法と比べ大きく残っているが、これは面積比 $AR$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の間の相関が $\pm 1$ でないためである。一方、実効増倍率に変換して用いる従来法では、実効増倍率同士の相関は $1$ であるから、変換後の実効増倍率実験値 $k_{\text{exp}}$ の実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ に起因する不確かさのみが残る。この実効増倍率実験値 $k_{\text{exp}}$ の不確かさには、高次モードの影響による不確かさを含んでいないため、補正結果は不確かさを過小評価していると考えられる。これに関連し、従来法と提案手法について、補正後の $k_{\text{eff}}$ と真値の差 $\Delta$ を、補正後の $k_{\text{eff}}$ の不確かさ(標準偏差 $\sigma$ )で割った値 $\Delta/\sigma$ を計算した。この結果を図 3.22 に示す。図 3.22 において、罰印のプロット点は従来法 $\Delta/\sigma$ 値を示し、ひし形のプロット点で提案手法 $\Delta/\sigma$ 値を示す。

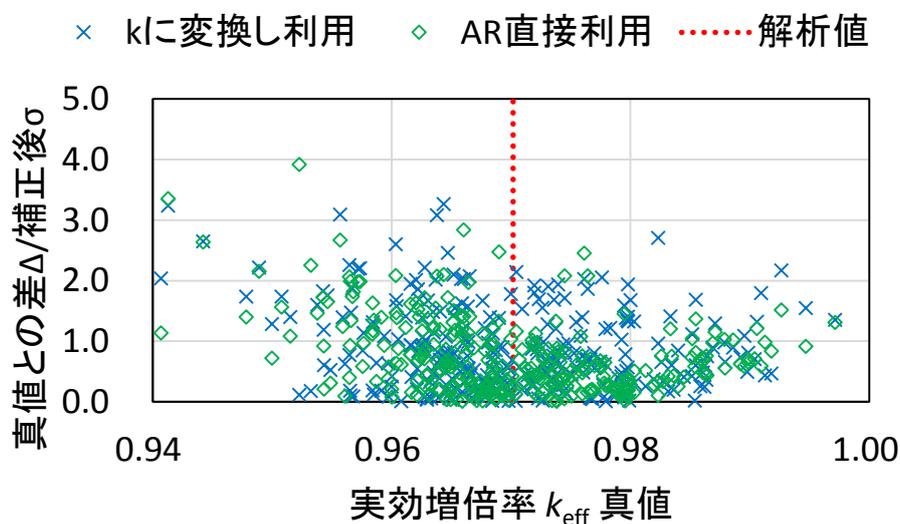


図 3.22 補正結果の不確かさと真値との差

図 3.22 において、従来法の $\Delta/\sigma$ 値は多くのケースにおいて提案手法の $\Delta/\sigma$ 値よりも大きな値となっており、補正後の真値との差が補正後の標準偏差よりも大きくなりがちであることが分かる。よって、面積比 $AR$ を直接適用する提案手法の方が、より確からしい補正結果を得られるといえる。

また、従来法により面積比 $AR$ を実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ に変換して取り扱った場合、面積比 $AR$ に存在した $\beta_{\text{eff}}$ との相関がなくなるため、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさ低減は難しくなる。そのため、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさ低減のためには、面積比測定結果を直接利用する提案手法を利用すべきである。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ を従来法にて利用する場合には、数値計算により即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の関係を求める必要がある。この場合は即発中性子減衰定数 $\alpha$ を変換して実効増倍率実験値 $k_{\text{exp}}$ を得る際に実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の解析結果が必要となり、実験結果と解析結果の相関を無視できないため、実験結果と解析結果の相関を考慮したバイアス因子法

の開発が必要となると考えられる。

また、別途実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ が既知である体系での即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を知ることで、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の関係を求めることはできるが、この場合は適切な体系の選択が必要となる。従来法ではこの点に誤差が生じるため、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を直接利用するため別体系の選択が必要ない、提案手法を用いるべきである。

### 3.7 本章のまとめ

本章では、MA 装荷 ADS 炉心を模した 1 次元の炉心体系を対象として、双子実験により提案手法の妥当性の検証を行った。

3.4 節において不確かさ低減の度合いを評価した結果として、面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ を測定した結果を用いることで、同じ体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の解析の核データ起因の不確かさを半分程度に低減することが可能であることが分かった。さらに、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ を併用することにより、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の不確かさをさらに低減するだけでなく、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさを 4 割程度低減可能であることを明らかにした。

ただし 3.5 節における評価の結果、実験対象である $\alpha$ や $AR$ と補正対象である $k_{\text{eff}}$ や $\beta_{\text{eff}}$ の関係の非線形性が原因で、実験結果が解析結果と大きく異なる場合に、補正対象の真値が補正結果の不確かさの範囲に入らない可能性が高くなることが分かった。これに対して、不確かさ $\pm 1\sigma$ の被覆確率が正規分布における値よりも高くなるため、実験結果と解析結果の差が大きすぎなければ、実用上は問題にならないことを確認した。また、実験対象である $\alpha$ や $AR$ 自身の不確かさが正規分布から外れることから、補正対象である $k_{\text{eff}}$ や $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさの分布も正規分布から外れるようになることが分かった。これらを改善する一つの方法として、実験対象と補正対象の関係を、何らかの非線形の方程式で近似する手法を新たに考案した。ただし、本研究では非線形方程式の関数形を恣意的に決定しているため、実際に適用する際にはより一般的な手法を開発する必要がある。

また、ランダムサンプリング法を利用した未臨界実験解析の欠点として、数値計算上、超臨界となってしまふサンプルの取り扱いが課題となることが分かった。

3.6 節では、面積比を実効増倍率にいったん変換してからバイアス因子法での利用を行う、従来の考え方を用いた手法についても検討を行った。この結果、本研究にて検証を行った条件では、実験値と解析値の差が小さければ、提案手法と従来手法の結果は同程度であることを確認した。

## 第4章 KUCA における未臨界実験を利用したバイアス

### 因子法の適用性評価

#### 4.1 本章の概要

本章では、京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)において実施された未臨界実験の結果を用いて、提案手法の実際の炉心解析への適用性を評価する。

まず、4.2節では KUCA の概要について述べた後、本研究にて利用した未臨界実験の測定条件、実験方法および測定結果について述べる。次に 4.3節では、実験体系に対して適用した数値解析手法について説明した後、数値解析の結果を示す。そして 4.4節では、KUCA における未臨界実験の結果を利用した、ランダムサンプリング法に基づいたバイアス因子法の適用性について、不確かさの低減と補正結果の妥当性の検証を行い、その結果を述べる。最後に、4.5節では本章のまとめを述べる。

#### 4.2 京都大学臨界集合体実験装置 KUCA における未臨界実験の概要

##### 4.2.1 KUCA の概要

KUCA は京都大学が保有する原子炉の一つで、原子炉の核特性に関する基礎研究、開発研究および教育訓練を行うことを目的とした臨界実験装置である[41]。KUCA は、ポリエチレンや黒鉛を減速材として用いる固体減速架台 2 つと、軽水を減速材とする軽水減速架台 1 つを持つ、複数架台方式の装置である。KUCA の炉心は、燃料集合体に様々な種類の燃料を装荷することができ、固体減速架台の 1 つでは加速器中性子源(DT 中性子源もしくは FFAG 加速器駆動核破砕中性子源)が利用可能であることから、トリウム増殖炉に関する研究[42]や ADS に関する研究[17]などの、変化に富んだ多様な研究テーマに対応でき、日本全国の大学の共同利用研究施設として活用されている[43]。

本章では、京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)にて行われた実験の一つを対象として、提案手法の適用性の評価を行う。

##### 4.2.2 未臨界実験の概要

###### 4.2.2.1 実験体系の構成

本研究では、塩澤氏の修士論文[44]において検討された未臨界実験を対象として取り扱う。本節ではこの未臨界実験について概要を述べる。

本実験は、2013 年 10 月 7 日から同年 10 月 12 日までの期間に、固体減速架台である A 架台にて実施された実験である。この未臨界実験では、塩澤氏の修士論文のテーマとして実施された、燃料に内在する固有中性子源を用いた中性子源増倍法[45]および Feynman- $\alpha$ 法[46]

の実験に加えて、これらの未臨界度測定手法の参考値として D-T パルス中性子源を用いた面積比法の実験も併せて実施されている。そこで本研究では、この面積比法の実験結果を用いることで、本研究の提案手法である未臨界実験データを利用したバイアス因子法の検証を行うこととした。

実験に用いられた炉心体系は、「A3/8”p36-EU-NU(3)」という名称の構成である。この名称は、A 架台において、減速材に厚さ「3/8”」の新ポリエチレン(p)を使用し、燃料には高濃縮ウラン(EU)と天然ウラン(NU)の2種類を用いた、燃料セル36体を繰り返した構成の燃料集合体を利用した炉心を用いたことを示している。まず、この実験体系を上から見た模式図を以下の図 4.1 に示す。

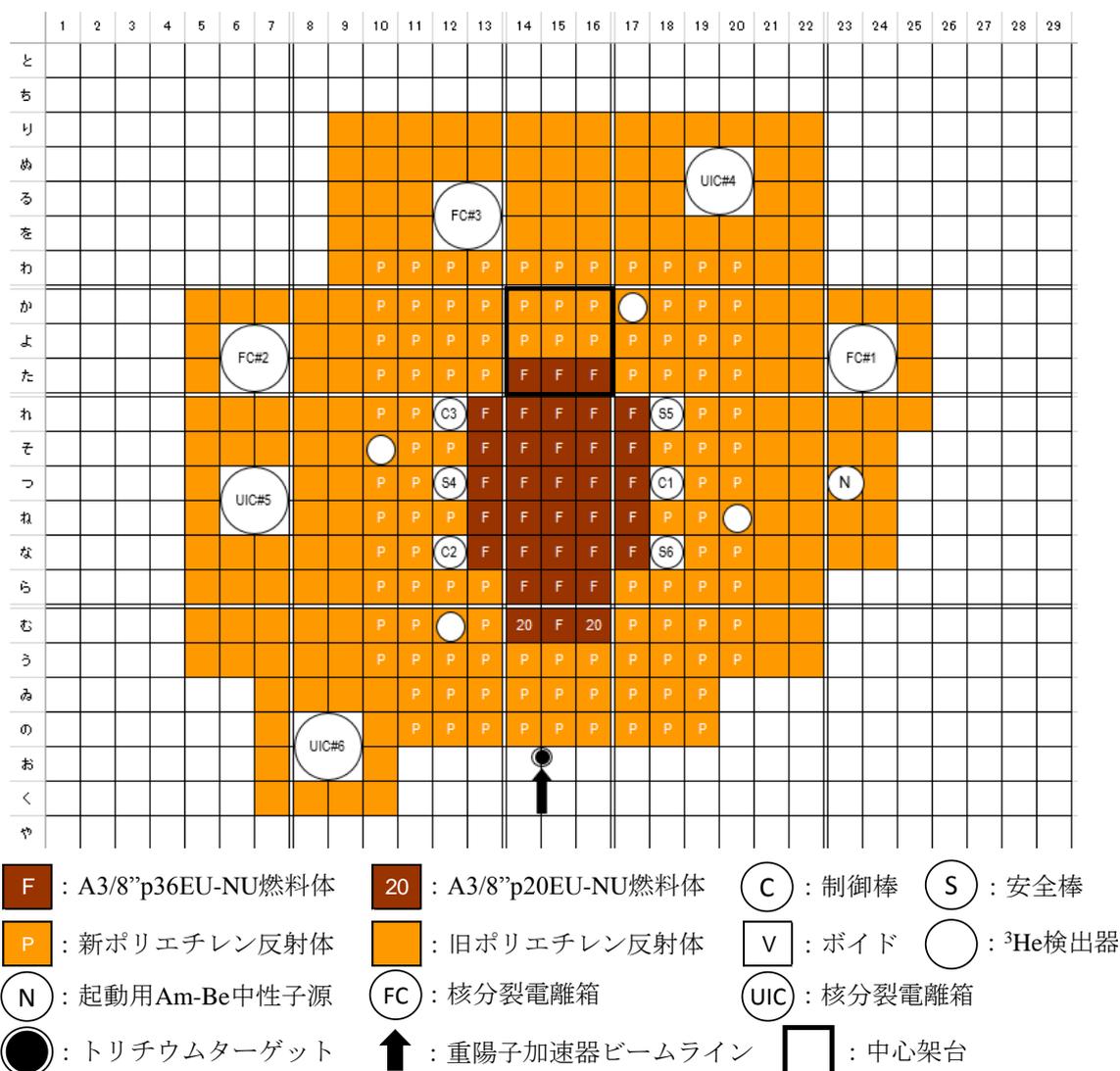


図 4.1 実験体系の模式図(参考文献[44]より引用)

A 架台の炉心は、アルミニウム製の格子状の枠に、燃料集合体・反射体・制御棒・各種の検

出器が挿入されて構成されている。次に、燃料板が装荷された燃料集合体について、その燃料集合体格子の上面図を、図 4.2 に示す。

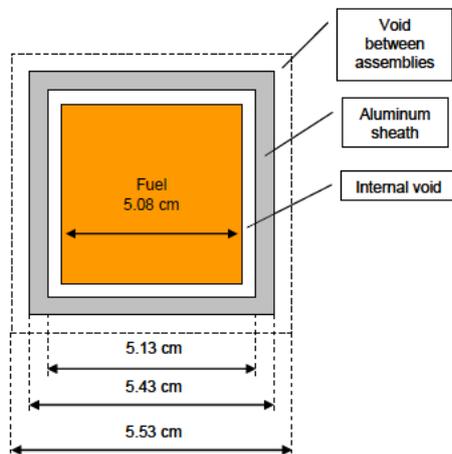


図 4.2 KUCAA 架台の燃料集合体断面図(参考文献[47]より引用)

本実験で使用された燃料集合体は、濃縮ウラン板と天然ウラン板 1 枚ずつの組を、ポリエチレン板の減速材と交互に積み重ねた燃料セルを、ポリエチレン反射体で挟んだ形となっている。この炉心に装荷された燃料集合体には、① A3/8”p36EU-NU 燃料集合体と② A3/8”p20EU-NU 燃料集合体の 2 種類がある。まず、① A3/8”p36EU-NU 燃料集合体の側面図を図 4.3 に示す。

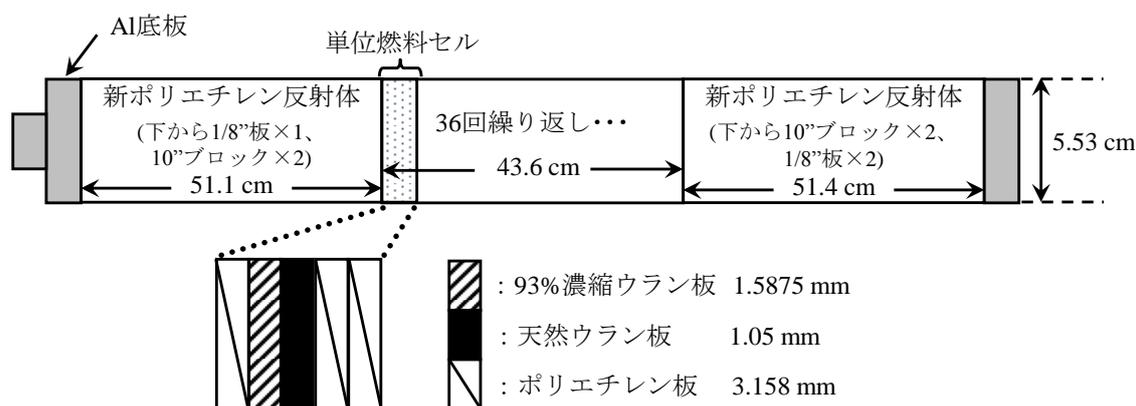


図 4.3 A3/8”p36EU-NU 燃料集合体の側面図(参考文献[44]より引用)

A3/8”p36EU-NU 燃料集合体は 93 %濃縮ウラン板と天然ウラン板 1 枚ずつおよびポリエチレン板 3 枚を使用した単位燃料セルを、36 個使用した燃料集合体である。ウラン板の材質は、ウランとアルミニウムの合金となっている。

次に、② A3/8”p20EU-NU 燃料集合体の側面図を図 4.4 に示す。

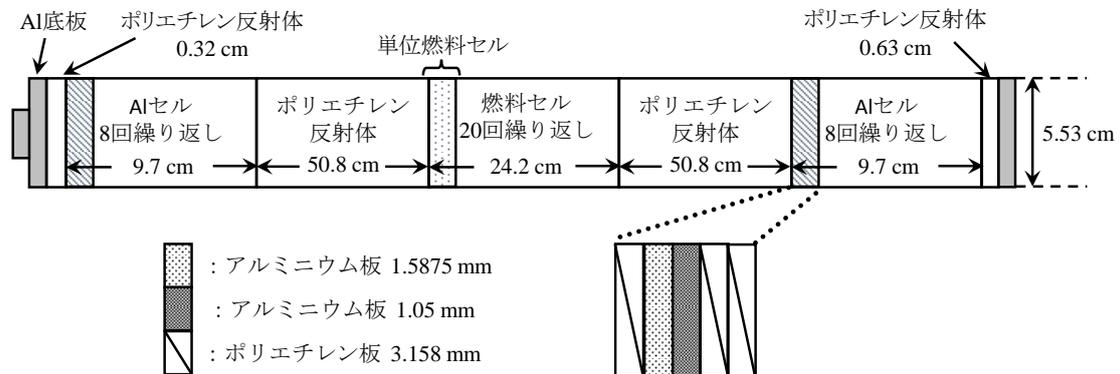


図 4.4 A3/8”p20EU-NU 燃料集合体の側面図(参考文献[44]より一部修正し引用)

A3/8”p20EU-NU 燃料集合体は、単位燃料セルを 20 個使用した部分長燃料となっており、炉心の四畳半濃度を調整するために使用されている。この燃料集合体は、燃料セルの位置が炉心中央部に配置されるように調整するため、燃料集合体の上下端にはウラン板をアルミニウム板に変更した Al セル 8 個がそれぞれ配置されている。

反射体は、燃料の代わりに全てがポリエチレン(10”ポリエチレンブロック並びにポリエチレン板)で構成されており、幾何形状は燃料集合体と同様である。

制御棒は、ホウ素酸化物が円柱形の Al 被覆管内に装荷された形状となっており、円筒形の鞘管内に制御棒が挿入・引抜される構造となっている。制御棒の模式図を図 4.5 に示す。

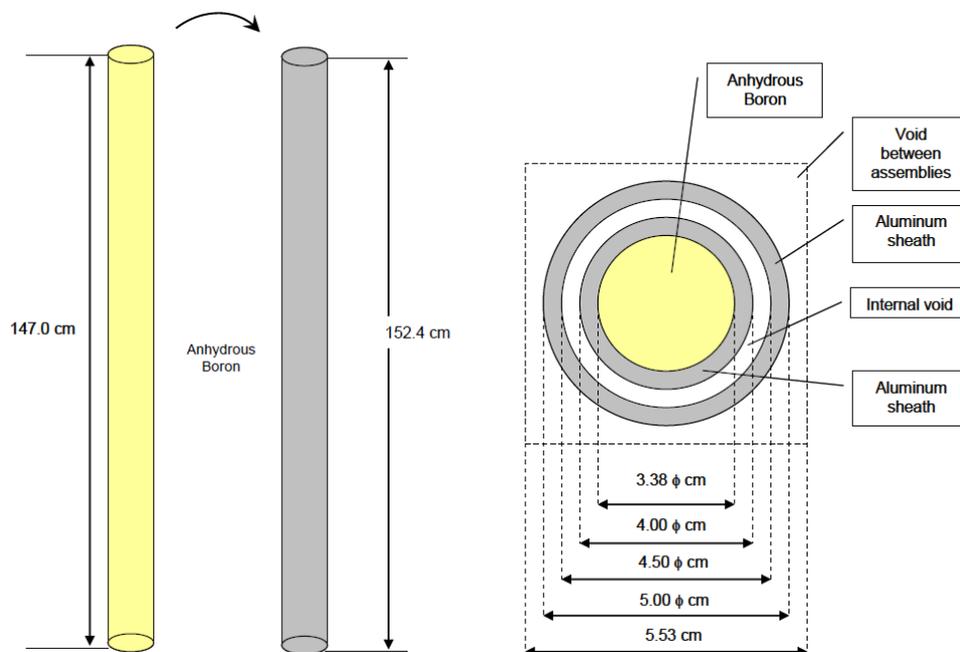


図 4.5 KUCA の制御棒の模式図(参考文献[47]より引用)

制御棒の操作時には、外側の鞘管はそのまま内部の Al 被覆付き制御棒のみが軸方向の上下に移動する。注意点として、燃料集合体や反射体で使用されている四角形の鞘管は、制御棒格子では使用されていない。

本実験における中性子計数の測定には、中性子検出効率の高い  $^3\text{He}$  検出器が用いられている。 $^3\text{He}$  検出器は燃料領域周辺の反射体内に 4 つ設置されており、図 4.1 における「か-17」(か行 17 列)の位置の検出器から時計回りに #1 から #4 まで、図 4.6 に示すように番号が付けられている。

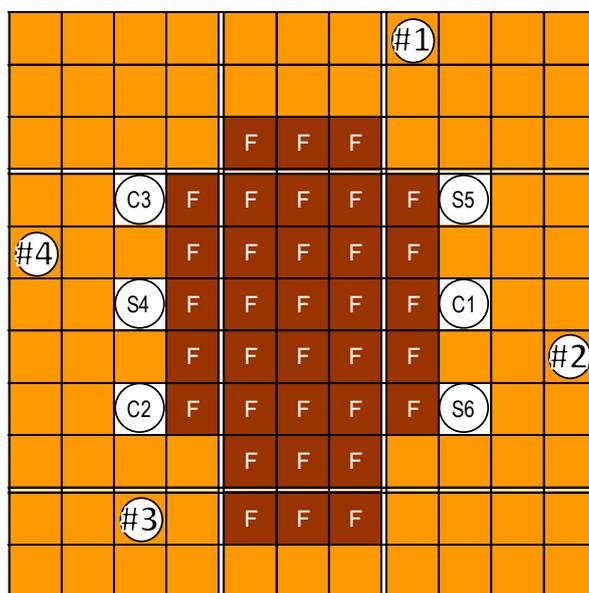


図 4.6 炉心における  $^3\text{He}$  検出器の配置

また、反射体の集合体中における  $^3\text{He}$  検出器の配置の模式図を以下の図 4.7 に示す。

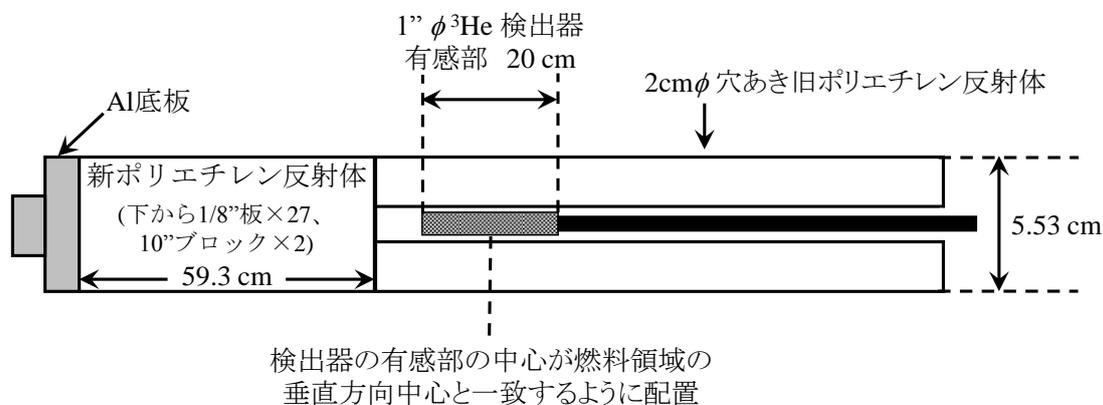


図 4.7 反射体中の  $^3\text{He}$  検出器の配置図(参考文献[44]より引用)

#### 4.2.2.2 実験条件および実験方法

この未臨界実験では、図 4.1 の未臨界体系を基本として、制御棒の操作や中心架台(図 4.1 中の黒枠で囲まれた「か-14」から「た-16」の領域)の引き抜きを行うなどした、5つの体系での実験が行われた。各未臨界体系における炉心部周辺(「か-12」から「む-18」の領域)の上面図を図 4.8 に示す。

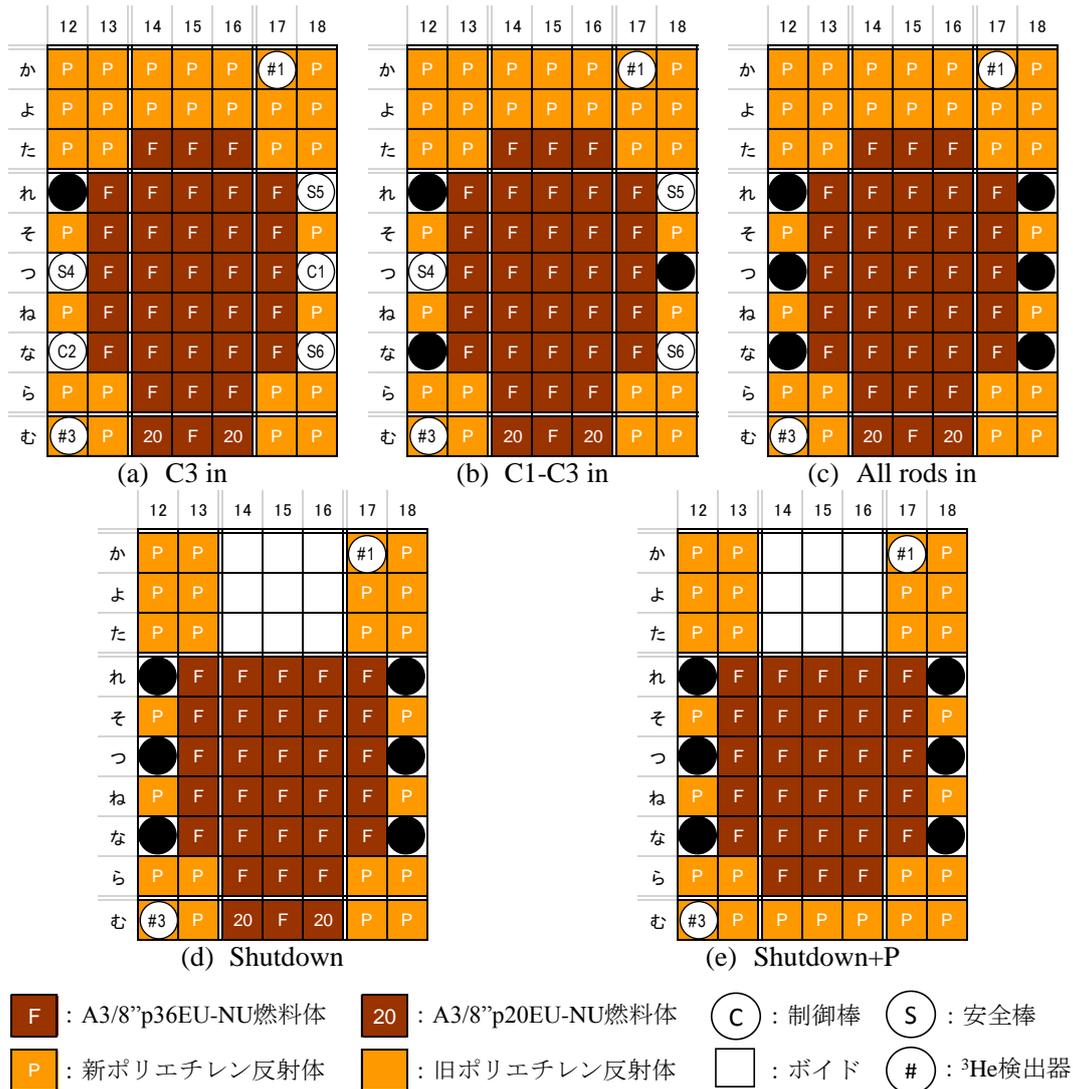


図 4.8 各未臨界体系の上面図(参考文献[44]より一部修正し引用)

面積比法による未臨界実験では、A 架台に設置されている DT 中性子源がパルス中性子源として使用された。加速器の重陽子ビームを制御することで、周期的にパルス中性子源を発生させ続け、炉内の遅発中性子先行核が定常状態とみなせる状態に至った状態で、面積比法の測定が実施された。DT 中性子源に利用した加速器の運転条件を以下の表 4.1 に示す。

表 4.1 加速器の運転条件

体系	パルス周期 $\tau$ [ms]	ビーム電流 [mA]	0.3
C3 in	100	加速器電圧 [kV]	170
C1-C3 in	50	パルス幅 [ $\mu$ s]	5
All rods in	25		
Shutdown	12.5		
Shutdown+P	10		

中性子の検出は#1 から#4 の 4 つの  $^3\text{He}$  検出器にて行われ、このうち#1 および#2 にて、得られた中性子計数率の時系列データから、面積比 $AR$ の値が求められている。また、#3 を除く 3 つの検出器について、即発中性子成分を指数関数にフィッティングすることで、即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値が測定されている。

面積比法の実験で測定された中性子計数には、燃料内の $^{238}\text{U}$ の自発核分裂を主要因とする固有中性子源と、その増倍によるバックグラウンドの計数が含まれる点に注意する必要がある[44]。このバックグラウンドの効果が無視できない場合には、測定された中性子計数率の時間変化からバックグラウンドの影響を除去して、面積比の値を求める必要がある。面積比の値を算出する場合には、バックグラウンド成分は定常中性子源によって維持される成分であるため、面積比の遅発中性子成分 $A_d$ に含まれることとなる。そこで、バックグラウンド成分の影響を除去するために、DT 中性子源を使用していない固有中性子源のみの条件で、長時間測定を行うことでバックグラウンドの中性子計数率が別途測定されている。

面積比の測定のプロセスを図 4.9 に示す。

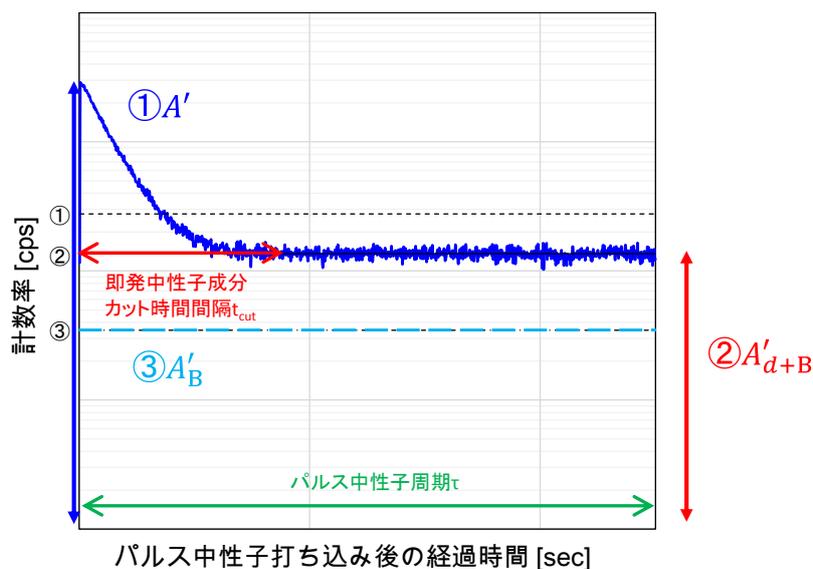


図 4.9 面積比法による測定

面積比 $AR$ は、図 4.9 中の全計数を $A'$ 、バックグラウンド込みの遅発中性子成分を $A'_{d+B}$ 、そして別途測定したバックグラウンド成分の計数を $A'_B$ として、以下の式(4.2.1)に基づいて計算する。

$$AR \equiv \frac{A_p}{A_d} = \frac{A' - A'_{d+B}}{A'_{d+B} - A'_B} \quad (4.2.1)$$

全計数 $A'$ は、中性子パルスを周期的に打ち込んだ際の、全周期の中性子計数を足し合わせて得る。遅発中性子成分 $A'_{d+B}$ は、パルス中性子を打ち込んだ直後の即発中性子成分を $t_{cut}$  [s] 削除した計数である。バックグラウンド成分の計数 $A'_B$ は、測定にて得られたバックグラウンド計数率に1周期の時間 $\tau$ をかけて計数とする。

また、面積比の不確かさ $\sigma_{AR}$ は、誤差伝播則により以下の式(4.2.2)で計算する。

$$\begin{aligned} \sigma_{AR}^2 &= \left( \frac{1}{A'_{d+B} - A'_B} \right)^2 \sigma_{A'}^2 + \left\{ -\frac{1}{A'_{d+B} - A'_B} - \frac{A' - A'_B}{(A'_B - A'_{d+B})^2} \right\}^2 \sigma_{d+B}^2 \\ &+ 2 \left\{ \frac{1}{A'_{d+B} - A'_B} \times \frac{A' - A'_B}{(A'_B - A'_{d+B})^2} \right\} \text{cov}(A', A'_{d+B}) + \left\{ \frac{A' - A'_B}{(A'_B - A'_{d+B})^2} \right\}^2 \sigma_B^2 \\ &= \left( \frac{1}{A'_{d+B} - A'_B} \right)^2 \sigma_{A'}^2 + \left\{ \frac{A' - A'_B}{(A'_B - A'_{d+B})^2} \right\}^2 (\sigma_{d+B}^2 + \sigma_B^2) \\ &+ 2 \left\{ \frac{1}{A'_{d+B} - A'_B} \times \frac{A' - A'_B}{(A'_B - A'_{d+B})^2} \right\} \text{cov}(A', A'_{d+B}) \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

この式(4.2.2)中の $\sigma_{A'}$ 、 $\sigma_{d+B}$ 、 $\sigma_B$ はそれぞれ $A'$ 、 $A'_{d+B}$ 、 $A'_B$ の測定の標準偏差 $1\sigma$ を示す。また、 $\text{cov}(A', A'_{d+B})$ は、パルス中性子実験で得られた全計数 $A'$ とバックグラウンド込みの遅発中性子成分 $A'_{d+B}$ の共分散である。計数間の相関は、同時に測定を行った全計数 $A'$ バックグラウンド込みの遅発中性子成分 $A'_{d+B}$ の間のみが存在し、別途の測定を行ったバックグラウンド計数 $A'_B$ と $A'$ や $A'_{d+B}$ の間には存在しない。このため、前者に対応する共分散 $\text{cov}(A', A'_{d+B})$ のみを考慮する。

塩澤氏の修士論文においては、中性子源や検出器の種類や位置への依存性を抑えるため、計数率の時系列データのうち即発中性子成分を指数関数にフィッティングし、フィッティング結果から面積比の即発中性子成分 $A_p$ を求める、外挿面積比法による解析が行われていた。しかし、バイアス因子法にて外挿面積比法の測定結果を利用するためには、外挿面積比法による測定値を予測する必要があるため、これには時間依存動特性方程式を解いたうえでフィッティングを行う必要があるため、計算手順が複雑で計算コストも高いものとなる。式(4.2.1)に基づく通常的面積比法であれば、外部中性子源を考慮した定常状態の計算を、全成分と即発中性子成分について計算することで予測を行えるため、より単純な手順で高速に予測が可能であるため、面積比の解析には式(4.2.1)に基づく通常的面積比法を利用する。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ は、中性子計数率の時間変化を以下の式(4.2.3)に対して最小二乗法

にてフィッティングして得られている。

$$n(t) = Ce^{-\alpha t} + B \quad (4.2.3)$$

図 4.10 に、解析の一例を示す。なお、推定された $\alpha$ の不確かさ $\sigma_\alpha$ としては、フィッティングの不確かさが評価されている。

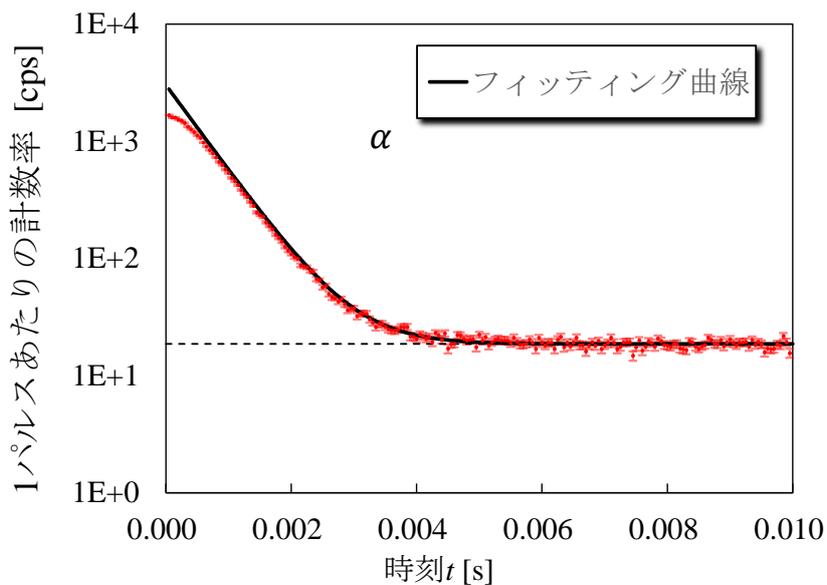


図 4.10 Shutdown+P 体系 He #4 検出器における測定結果(参考文献[44]より引用)

バイアス因子法を適用する際に、即発中性子減衰定数 $\alpha$ については、解析の際に体系全体の値を求めるため、3つの検出器の値の平均をとったものを利用する。この平均値は、検出器# $i$ の測定値 $\alpha_i$ について分散 $\sigma_{\alpha i}^2$ の逆数を重みとして、式(4.2.4)に基づいて平均値 $\alpha$ 、式(4.2.5)に基づいて不確かさ $\sigma_\alpha$ を計算する。

$$\alpha = \frac{\sum_i \left( \frac{\alpha_i}{\sigma_{\alpha i}^2} \right)}{\sum_i \left( \frac{1}{\sigma_{\alpha i}^2} \right)} \quad (4.2.4)$$

$$\frac{1}{\sigma_\alpha^2} = \sum_i \left( \frac{1}{\sigma_{\alpha i}^2} \right) \quad (4.2.5)$$

#### 4.2.2.3 実験結果

まず、面積比の測定において、遅発中性子成分を求める際に用いた即発中性子成分カット時間 $t_{cut}$ の値を、表 4.2 に示す。

表 4.2 即発中性子成分カット時間

検出器	体系	パルス周期 $\tau$ [s]	即発中性子成分 カット時間 $t_{cut}$ [s]
He #1	C3 in	0.1000	0.0370
	C1-C3 in	0.0500	0.0180
	All rods in	0.0250	0.0110
	Shutdown	0.0125	0.0060
	Shutdown+P	0.0100	0.0050
He #2	C3 in	0.1000	0.0370
	C1-C3 in	0.0500	0.0180
	All rods in	0.0250	0.0110
	Shutdown	0.0125	0.0060
	Shutdown+P	0.0100	0.0050

次に、面積比法による実験結果を以下の表 4.3 に示す。表 4.3 における即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値は塩澤氏の修士論文[44]より引用しており、面積比の値は式(4.2.1)および式(4.2.2)に基づいて別途に解析したものである。不確かさは標準偏差の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲を示している。

表 4.3 実験結果

検出器	体系	$A'$	$A'_{d+B}$	$A'_B$	$AR$ [%]	$\alpha$ [ $s^{-1}$ ]
He #1	C3 in	1008 $\pm$ 4	891 $\pm$ 4	233.2 $\pm$ 1.8	0.178 $\pm$ 0.004	224.2 $\pm$ 2.9
	C1-C3 in	261.1 $\pm$ 0.8	138.0 $\pm$ 0.7	35.22 $\pm$ 0.16	1.197 $\pm$ 0.008	420.8 $\pm$ 2.3
	All rods in	231.0 $\pm$ 0.5	83.5 $\pm$ 0.4	17.53 $\pm$ 0.06	2.237 $\pm$ 0.012	671.4 $\pm$ 2.6
	Shutdown	217.8 $\pm$ 0.4	40.02 $\pm$ 0.22	7.817 $\pm$ 0.013	5.52 $\pm$ 0.034	1329.6 $\pm$ 7.4
	Shutdown+P	159.7 $\pm$ 0.3	24.52 $\pm$ 0.17	6.251 $\pm$ 0.011	7.40 $\pm$ 0.060	1595.1 $\pm$ 7.7
He #2	C3 in	1244 $\pm$ 4	1093 $\pm$ 5	275.3 $\pm$ 2.2	0.184 $\pm$ 0.004	217.4 $\pm$ 2.6
	C1-C3 in	276.6 $\pm$ 0.8	136.1 $\pm$ 0.7	34.69 $\pm$ 0.16	1.385 $\pm$ 0.009	422.0 $\pm$ 1.6
	All rods in	234.1 $\pm$ 0.5	73.0 $\pm$ 0.3	15.36 $\pm$ 0.06	2.793 $\pm$ 0.015	684.4 $\pm$ 2.2
	Shutdown	225.5 $\pm$ 0.4	31.10 $\pm$ 0.20	5.918 $\pm$ 0.011	7.72 $\pm$ 0.053	1372.5 $\pm$ 4.5
	Shutdown+P	178.2 $\pm$ 0.3	18.07 $\pm$ 0.14	4.444 $\pm$ 0.009	11.75 $\pm$ 0.109	1708.1 $\pm$ 3.9
He #4	C3 in	1272 $\pm$ 4	1113 $\pm$ 5	282.4 $\pm$ 2.3	0.191 $\pm$ 0.004	207.5 $\pm$ 2.0
	C1-C3 in	327.3 $\pm$ 0.9	165.8 $\pm$ 0.8	42.42 $\pm$ 0.19	1.310 $\pm$ 0.008	415.7 $\pm$ 1.7
	All rods in	255.4 $\pm$ 0.5	84.7 $\pm$ 0.4	17.82 $\pm$ 0.06	2.550 $\pm$ 0.013	692.0 $\pm$ 2.8
	Shutdown	204.6 $\pm$ 0.4	31.41 $\pm$ 0.20	6.110 $\pm$ 0.011	6.85 $\pm$ 0.047	1350.3 $\pm$ 5.4
	Shutdown+P	160.6 $\pm$ 0.3	18.72 $\pm$ 0.14	4.730 $\pm$ 0.010	10.14 $\pm$ 0.094	1689.5 $\pm$ 7.4

表 4.3 の結果を利用し、式(4.2.4)および式(4.2.5)に基づいて計算した、各体系の即発中性子減衰定数 $\alpha$ の測定値の平均とその不確かさを表 4.4 に示す。

表 4.4 即発中性子減衰定数の測定値の平均

体系	平均値 $\alpha$ [s <sup>-1</sup> ]	標準偏差 $\sigma_\alpha$ [s <sup>-1</sup> ]
C3 in	214.2	1.4
C1-C3 in	419.4	1.0
All rods in	682.4	1.4
Shutdown	1357.4	3.1
Shutdown+P	1685.8	3.2

### 4.3 実験体系の解析と不確かさ評価

#### 4.3.1 解析方法・条件

##### 4.3.1.1 解析の概要

本節では、バイアス因子法の適用評価に先立ち、実験体系の解析と不確かさ評価を行う。

本章の検討においても、解析の不確かさ評価は核データに起因する不確かさのみを取り扱う。不確かさ評価・共分散評価の手順には、第3章にて用いたものを踏襲し、図 4.11 に示す流れで行う。

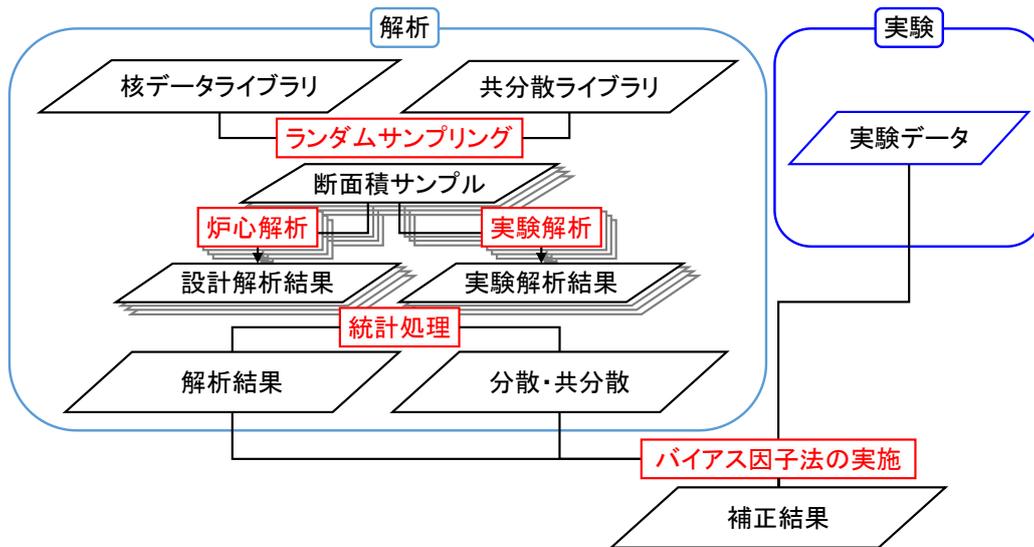


図 4.11 バイアス因子法の適用手順

ランダムサンプリングおよび少数群均質化断面積の評価には、汎用核計算コードシステム SCALE6.2 の新しいバージョン SCALE 6.2.2[48]を利用する。また、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ 面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析には、 $S_N$ 法による3次元中性子輸送計算コード PARTISN5.97[49]を用いる。また、本研究にて用いる核データライブラリは、V7.1-252 ライブラリ(ENDF-B/VII.1 に基づく 252 群微視的断面積ライブラリ)[48]であり、このランダムサンプリングには 56groupcov7.1 共分散ライブラリ[48]を用いる。

核データのランダムサンプリングは 300 サンプル行う。ただし、PARTISN による計算にて超臨界となるような摂動が加えられた核データサンプルを用いた場合、面積比の値を計算できないため、該当するサンプルを評価の対象から除外する。

解析手順の概要を以下に述べる。

1. SCALE6.2.2/Sampler により、核データのランダムサンプリングを 300 回実施する。
  2. 得られた 300 サンプルの核データそれぞれに対し、SCALE6.2.2/TRITON を利用して少数群均質化断面積を評価する。また、遅発中性子割合についても SCALE6.2.2/TRITON にて同時に評価する。
  3. 得られた 300 サンプルの少数群均質化断面積および遅発中性子割合それぞれを用いて、PARTISN5.97 によって実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ 、面積比 $AR$ および即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析を行う。
  4. 得られた解析結果のサンプルのうち、 $k_{\text{eff}} < 1$ となるサンプルすべてを利用し、 $k_{\text{eff}} \cdot \beta_{\text{eff}} \cdot AR \cdot \alpha$ の不偏分散および不偏共分散を評価する。
  5. 得られた $k_{\text{eff}}$ および $\beta_{\text{eff}}$ の解析結果に対し、KUCA 未臨界実験による $AR$ および $\alpha$ の実験結果を利用してランダムサンプリング法に基づいたバイアス因子法の適用を行い、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさ低減が可能であるか確認する。
- 以下では、解析の各手順により詳細な説明を加え、具体的な計算条件の説明を行う。

#### 4.3.1.2 SCALE6.2.2/TRITON による少数群均質化断面積の評価

本研究で必要となる $k_{\text{eff}} \cdot \beta_{\text{eff}} \cdot AR \cdot \alpha$ の解析の際に、図 4.2 や図 4.3 のような詳細な構造を模した計算を、詳細なエネルギー群で行うは非常に計算コストが高い。そこで本研究における解析では、燃料集合体の燃料セル部分・反射体・検出器入り反射体・制御棒については、図 4.12 に示すように、それぞれを鞘管や格子間のギャップも含めて 1 領域ずつに均質化を行った体系にて計算を行う。また、エネルギーについても、8 群への群縮約を行う。そして、均質化と群縮約を行った体系における、少数群均質化断面積を利用して解析を行う。

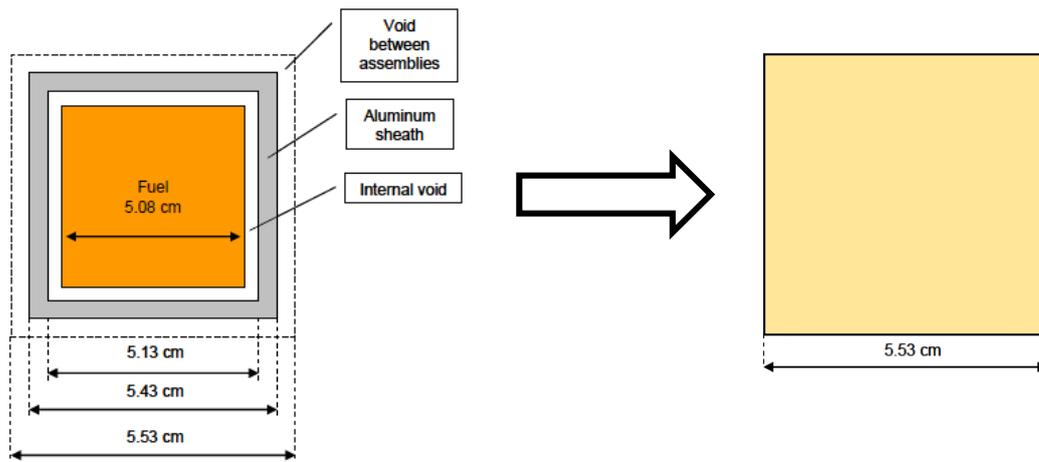


図 4.12 燃料セルの 1 領域への均質化の概念図

これらの少数群均質化断面積の評価は、SCALE6.2.2/TRITON モジュールによって行う。このモジュールでは、詳細な構造に対する中性子輸送計算によって得られた中性子束と、各詳細領域の原子数密度及び体積を重みとして、均質化領域ごとの平均の巨視的断面積を計算する。少数群均質化断面積としては、各領域・各エネルギー群での、輸送断面積 $\Sigma_{tr}$ ・吸収断面積 $\Sigma_a$ ・生成断面積 $\nu\Sigma_f$ 、散乱断面積 $\Sigma_s$ を得る。

SCALE6.2.2/TRITON による断面積評価は、以下の 2 段階で行われる。

1. XSPROC モジュール[48]による実効断面積評価
2. 二次元中性子輸送計算コード NEWT[48]を利用した、少数群均質化断面積の評価
  1. 実効断面積の評価 では、簡易な計算体系における中性子輸送計算コード CENTRM[31]による超詳細群計算の結果を利用し、物質・核反応・詳細エネルギー群ごとに定まっている断面積を基に、次の 2. の段階にて行う中性子輸送計算で用いる多群断面積を得る。
  2. 少数群均質化断面積の評価 においては、詳細な構造を模擬した体系における中性子輸送計算によって得られた多群の各詳細領域の中性子束を重みとして、少数群の各均質化領域の巨視的断面積を計算する。

● 少数群均質化断面積の評価に用いる計算体系の設定

1. 実効断面積の評価 においては、燃料セルを模擬した 1 次元体系にて実効断面積の評価を行う。図 4.3 に示した燃料セル(高濃縮ウラン板・天然ウラン板・ポリエチレン板を重ねたもの)1 組について、両端を周期境界条件とすることで燃料セルを無限に積み重ねた体系を再現した。その他の領域については、均質体系での計算が自動で行われる。
2. 少数群均質化断面積の評価 においては、決定論的 2 次元輸送計算コード NEWT[48]を用いる。この計算コードは、2 次元の体系に対して Extended Step Characteristic approach を利用した  $S_N$  法(輸送方程式に対し、空間の離散化に加えて、角度についてもいくつかの代表的な方向に離散化を行うことで解く方法)による中性子輸送計算を行うコードであり、2 次元

の $x$ - $y$ 無限直方体体系は扱えるものの、3次元 $x$ - $y$ - $z$ 体系を直接取り扱うことができない。そこで、KUCAA 架台の3次元の体系を2次元 $x$ - $y$ 直方体体系へ変換する必要がある。

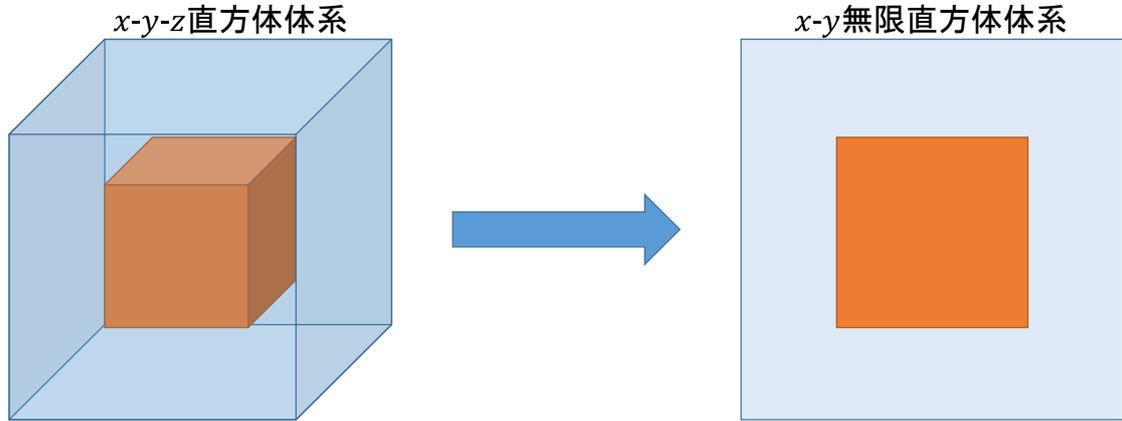


図 4.13 座標変換のイメージ

この座標変換は、燃料板と他の領域との間における中性子輸送のバランスを保つように行う。このため各集合体の燃料セルや反射体セルおよびこれらの鞘管の幅は、第3章と同じく平均弦長を保存するように決定する。本研究にて用いる KUCAA の3次元体系は、元の体系を横から見て体系の高さを維持したまま奥行き方向が無限となるように、2次元に変換する。また、燃料セルや反射体セルを並べる個数についても、燃料セルと反射体セルの間における中性子輸送のバランスを保つため、平均弦長保存を意識して決定した。ある領域の平均弦長 $l$ は、表面積 $S$ と体積 $V$ を用いて以下の式(4.3.6)で表せる。

$$l \equiv \frac{4V}{S} \quad (4.3.6)$$

まず、燃料板やポリエチレン板などの直方体について、幅 $x$ ・奥行き $y$ ・高さ $z$ として、高さ $z$ を保ったまま奥行き $y$ 無限の体系とするために必要な、新たな幅 $x'$ を計算する。 $x$ - $y$ - $z$ の直方体の平均弦長 $l$ は以下の式(4.3.7)にて計算できる。

$$l = \frac{4V}{S} = \frac{4xyz}{2(xy + yz + zx)} \quad (4.3.7)$$

そして、2次元直方体の平均弦長 $l$ は、幅 $x'$ 高さ $z$ に対して奥行き $y$ は無限となるため、式(4.3.8)に示す形となる。

$$l = \frac{4V}{S} = \frac{4x'yz}{2(x'y + yz + zx')} = \frac{4x'z}{2\left(x' + z + \frac{zx'}{y}\right)} \rightarrow \frac{2x'z}{x' + z}, \quad (y \rightarrow \infty) \quad (4.3.8)$$

両者の平均弦長を保存するという条件から、2次元直方体の幅 $x'$ は式(4.3.9)で示す値となる。

$$x' = \frac{xy}{x+y} \quad (4.3.9)$$

なお、燃料板やポリエチレン板は正方形の板で幅 $x$ と奥行き $y$ が一致しているので、幅 $x'$ は式(4.3.10)の通りとなる。

$$x' = \frac{x}{2} \quad (4.3.10)$$

次に、鞘管や空隙などの一定の肉厚の角筒を、2枚の無限平板に変換する。角筒の外側の幅および奥行きが $X$ で、内部の幅が $x$ であるとき、高さ $z$ を保ったまま幅 $x'$ の無限角柱2本とする。肉厚は $(X-x)/2$ である。このとき角筒の平均弦長は式(4.3.11)で示す値となる。

$$l = \frac{4V}{S} = \frac{4(X^2 - x^2)z}{4(X+x)z + 2(X^2 - x^2)} \quad (4.3.11)$$

二枚の無限平板の平均弦長は式(4.3.12)に示す値となる。

$$l = \frac{4V}{S} = \frac{4x'yz \times 2}{2(x'y + yz + zx') \times 2} \rightarrow \frac{x'z}{(x' + z)}, \quad (y \rightarrow \infty) \quad (4.3.12)$$

平板の幅 $x'$ は式(4.3.13)で示す値となる。

$$x' = \frac{X-x}{2} \quad (4.3.13)$$

つまり、平板の幅 $x'$ は角筒の肉厚と一致する値となる。

燃料集合体内の燃料セルについては、図 4.14 に示すように、ポリエチレン板と2種類のウラン板の繰り返される部分を1組のみ模擬する。そして、上下の境界条件を周期境界条件として、無限に積み重ねた体系を模擬した計算を行う。



図 4.14 燃料セル

反射体セルについては、実験体系では組成が異なる新旧2種類のポリエチレンが用いられている。しかし旧ポリエチレンは全て体系の外側に配置されているため、組成の差異が計算内容に影響を及ぼさないと考え、全て新ポリエチレンとして扱う。



図 4.15 反射体セル

また、 $\text{He}^3$ 検出器入りの穴あき反射体は、反射体セルの中心を円柱形にくり抜いて検出器を入れたものである。穴あき反射体の幅は燃料や穴なし反射体と一致させ、そのうえで内部構造は体積比を維持するように幅を決め、図 4.16 のように再現する。体積比が維持されていれば、領域ごとの巨視的断面積の関係が維持され、この結果として反応率が保たれることを期待できる。

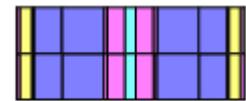


図 4.16 穴あき反射体

制御棒は、周囲の空洞の幅を燃料や穴なし反射体と一致させ、そのうえで体積比を維持するように幅を決め、図 4.17 の形で再現する。



図 4.17 制御棒

体系の反射体よりも外側は空洞(void)となっている。また、Shutdown 体系および Shutdown+P 体系では、引き抜かれた中心架台

部分が空洞となる。この中心架台の空洞については、別途の検証の結果、空気の断面積を評価しても実効増倍率に収束条件程度の差異しか生まれなため、PARTISN の計算では Void 領域(真空領域)として扱う。

少数群均質化断面積の評価は、以下の図 4.18 に示すように集合体セルを合わせて 8 体並べた多集合体体系で計算を行う。

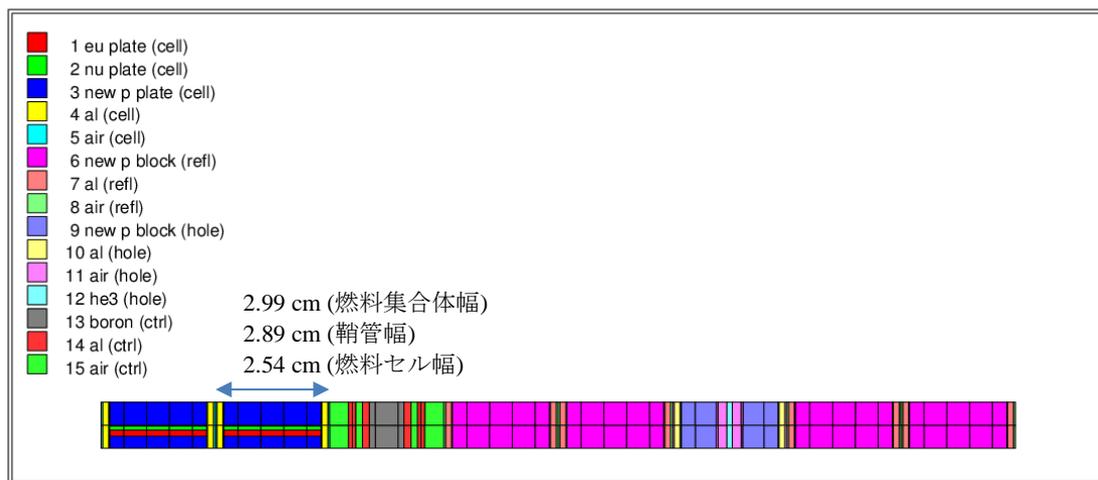


図 4.18 SCALE6.2.2 における計算体系

燃料集合体は図 4.18 の左 2 つの領域であり、1 体は燃料セルと鞘管、その内外のギャップ(空洞)から成っている。燃料集合体 2 つの右側のセルは制御棒領域であり、その横 5 つは反射体である。特に、反射体のうち右から 3 番目の領域は検出器の入る穴あき反射体である。体系の上下端は周期境界条件とし、左右端は完全反射境界条件としている。

図 4.1 の体系ではおよそ  $5 \times 8$  体の燃料集合体格子が並んでいる。燃料領域の大きさは 43.6 cm つまり幅 8 個分程度であり、3 次元の直方体を一次元平板に変換することを考えると、変換前のおよそ 2 体分の幅、変換後のおよそ 4 体分の幅となる。そこで、変換後の燃料を 2 体並べて一方の端を完全反射境界条件とすることで、実質的に 4 体並んだ状態とする。

反射体については、燃料の外側に 3 体以上の燃料集合体が配置されており、この幅は体系変換後の反射体 6 体分に相当する。制御棒や穴あき反射体を配置することも考慮し、これらを合わせて 6 体並べることとする。別途の解析の結果、反射体の個数を変更したり、外側の境界条件を真空境界条件に変更したりしても、燃料集合体の断面積や無限増倍率に与える影響は十分に小さいことを確認している。

制御棒は、図 4.18 のように燃料と隣接させた状態で配置する。図 4.1 の体系では、制御棒は燃料の外周に隣接して配置されているが、制御棒と隣接しない外周燃料も多い。また、燃料や反射体と同じ四角形の領域の中央のみに円柱形の制御棒がある構造となっている。

このため、燃料領域から出て制御棒の領域に入る中性子には、図 4.19 に示すように、制御棒に直接当たるものだけでなく、反射体を通してから制御棒に当たるもの、また制御棒に当たらず反射体や空洞を通り抜けるものがある。しかし、ここで用いる 2 次元の計算体系では、これらのすべてを再現することはできない。別途検討を行った結果、燃料と制御棒の間に反射体を挟んで少数群均質化断面積の評価を行う場合、PARTISN で計算した際の結果がより臨界に近づくことが分かった。これは、ランダムサンプリング時に超臨界となるサンプルを増やす原因となる。そこで、本章にて利用する断面積の評価時には、図 4.18 のように制御棒と燃料を隣接させた状態での計算を行う。反射体を挟んだ場合に臨界に近づく断面積が得られるのは、反射体による中性子の減速により、少数群均質化断面積を評価する体系での中性子束分布が低エネルギー側にシフトすることで、 $^{235}\text{U}$ の核分裂しやすい低エネルギーでの断面積に大きな重みが付き、核分裂断面積が大きくなるためである。

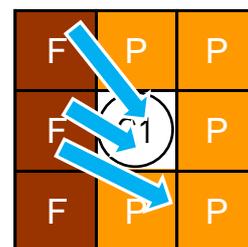


図 4.19 制御棒領域を通過する中性子の経路

KUCA の A 架台には、右の図 4.20 における 13-14 列目間や「た」行および「れ」行の間のように、鞘管同士の間隙が通常の 1 mm ではなく、より広い 3 mm となった“菓子折り”と呼ばれている部分がある。本来は、菓子折りギャップを通じた中性子ストリーミング効果により、中性子の体系外への漏れ量が増加することで負の反応度効果があるものの、少数群均質化断面積の評価に用いる計算体系は上下および奥行き方向は無限であり、ギャップを通じた体系外への中性子の漏れが起こらないため、この部分の影響は小さいものと考えられる。そのため、NEWT においては菓子折り部分のギャップの他の鞘管間と同様のギャップ幅として計算を行い、入力を簡略化する。

	12	13	14	15	16
か	P	P			
よ	P	P			
た	P	P			
れ	●	F	F	F	F
そ	P	F	F	F	F
つ	●	F	F	F	F

図 4.20 菓子折りの例

検出器の反応率の計算に必要な検出反応断面積は、穴あき反射体セルの空洞の中心部に配置したヘリウム検出器の領域の吸収断面積を用いる。ランダムサンプリングの際にも、この断面積の変動を考慮して検出反応断面積を設定する。

- エネルギー群の設定

エネルギー群の縮約については、SCALE の 252 群ライブラリから 8 群への縮約を行う。この際に用いるエネルギーの分割を表 4.5 に示す。

表 4.5 252 群から 8 群へのエネルギー分割

群	エネルギー幅	252 群中の群数(対応する範囲)
1	20.00 MeV ~13.84 MeV	4(1-4 群)
2	13.84 MeV ~ 1.356 MeV	13(5-17 群)
3	1.356 MeV ~ 9.500 keV	40(18-57 群)
4	9.500 keV ~ 4.100 eV	100(58-157 群)
5	4.100 eV ~ 0.6250 eV	56(158-213 群)
6	0.6250 eV ~ 0.1500 eV	15(214-228 群)
7	0.1500 eV ~ 0.0500 eV	7(229-235 群)
8	0.0500 eV ~ 0.0000 1eV	17(236-252 群)

この表 4.5 に示した 8 群のエネルギー群の構造は、同じ A 架台の別体系で行われた ADS ベンチマーク実験の解析にて用いられている 7 群構造[17]をもとに、DT 中性子源の発する中性子エネルギーである 14 MeV の含まれているエネルギー群以上とそれ未満のエネルギーでさらに分割したものである。この分割により、中性子源から放出された中性子と、核反応を起こして減速された中性子を区別する。KUCA の実験体系は、ポリエチレンによって減速された低エネルギーの中性子が多い熱炉心であり、表 4.5 にて示した 8 群構造は、これに対応して低エネルギー群の分割が細かくなっているのが特徴である。

- 体系の核種組成

各領域の核種組成を表 4.6 に示す。

表 4.6 炉心材質の核種組成

材質	核種	原子数密度 [ $10^{24} \text{ cm}^{-3}$ ]	材質	核種	原子数密度 [ $10^{24} \text{ cm}^{-3}$ ]
高濃縮ウラン	$^{234}\text{U}$	$1.13659 \times 10^{-5}$	10”ポリエチレン (反射体)	H	$7.96244 \times 10^{-2}$
	$^{235}\text{U}$	$1.50682 \times 10^{-3}$		D	$9.15786 \times 10^{-6}$
	$^{236}\text{U}$	$4.82971 \times 10^{-6}$		C	$4.08115 \times 10^{-2}$
	$^{238}\text{U}$	$9.25879 \times 10^{-5}$	アルミニウム鞘管	Al	$6.00385 \times 10^{-2}$
	Al	$5.56436 \times 10^{-2}$	空気	$^{14}\text{N}$	$3.95551 \times 10^{-5}$
天然ウラン	$^{235}\text{U}$	$3.25792 \times 10^{-4}$		$^{16}\text{O}$	$1.05391 \times 10^{-5}$
	$^{238}\text{U}$	$4.48577 \times 10^{-2}$	検出器	$^3\text{He}$	$1.22316 \times 10^{-4}$
1/8”ポリエチレン (燃料セルの減速材)	H	$7.87235 \times 10^{-2}$	制御棒	$^{10}\text{B}$	$3.87448 \times 10^{-3}$
	D	$9.05424 \times 10^{-6}$		$^{11}\text{B}$	$1.68447 \times 10^{-2}$
	C	$4.05424 \times 10^{-2}$		$^{16}\text{O}$	$3.10787 \times 10^{-2}$

表 4.6 中にて原子数表記の無いものは天然組成を使用している。また、ポリエチレン中の水

素Hは散乱断面積に化学形態への依存性があり、ポリエチレン中のものであることを指定している。各領域の温度は 300K とする。

- その他の計算条件

今回の検討で用いる核データライブラリは、V7.1-252 ライブラリ(ENDF-B/VII.1 に基づく 252 群微視的断面積ライブラリ)[48]である。NEWT による中性子輸送計算では、上述の体系とエネルギー群の設定に加え、以下の条件を用いる。

- 収束条件は $1.0 \times 10^{-5}$ (中性子束)、 $1.0 \times 10^{-6}$ (実効増倍率)とする。
- メッシュの分割は座標変換後の体系にて幅約 0.5 cm、高さ約 0.6 cm ごとに行っている。ただし、鞘管や空洞など、これよりも小さな幅・高さの領域は、その幅・高さを 1 メッシュの幅とする。
- NEWT 標準の Gauss-Legendre 分点を利用し、方位角は 9 分割、極角は 5 分割とする。
- 非等方散乱については、 $P_5$ (5 次)まで考慮する。

なお、記述の無い条件は、SCALE6.2.2 の既定の条件を使用する。この条件で得られた中性子束の空間・エネルギー分布を利用し、図 4.14 から図 4.17 の各領域について、中性子束と原子数密度を重みとして、8 群に群縮約した均質化断面積を計算する。

#### 4.3.1.3 PARTISN5.97 による炉心解析・実験解析

PARTISN5.97 は、 $S_N$  法による 3 次元での計算が可能な中性子輸送計算コードである[49]。

PARTISN5.97 による $k_{\text{eff}} \cdot \beta_{\text{eff}} \cdot AR \cdot \alpha$ の解析では、図 4.1 に示した KUCA 炉心体系に対し、以下に示す近似を適用した上で、SCALE6.2.2/TRITON にて得られた 8 群の均質化断面積や核分裂スペクトルおよび 6 群の遅発中性子割合を入力して計算を行う。

- 燃料、反射体、制御棒および検出器領域の均質化

燃料については、先に SCALE6.2.2/TRITON によって鞘管やギャップ、燃料セルを均質化した巨視的断面積を用いる。反射体についても同様に均質化した巨視的断面積を用いる。

また、検出器の領域についても、内部の構造は詳細に取り扱わず、まとめて 1 領域として扱う。 $^3\text{He}$ 検出器は穴あき反射体とともに均質化した断面積を使用し、炉外周にあるその他の検出器は Void 領域として扱う。

- 制御棒領域の均質化

KUCA の制御棒は図 4.5 に示した通り円柱形であり、直方体である燃料集合体や反射体と形状が異なっている。しかし、PARTISN による計算においては、炉心を  $x$ - $y$ - $z$  体系でモデル化した場合、 $x$ - $y$ - $z$  体系内に円柱体系を直接取り扱うことができない。このため、制御棒の領域も直方体として取り扱う。また、制御棒の周囲の空洞について、制御棒のある行・列

について詳細にメッシュを区切ることで再現可能であるが、計算コストへの悪影響が懸念され、新たに断面積評価での取り扱いの検討が必要となるため、図 4.21 に示すように空洞と制御棒をまとめて1領域として扱う。

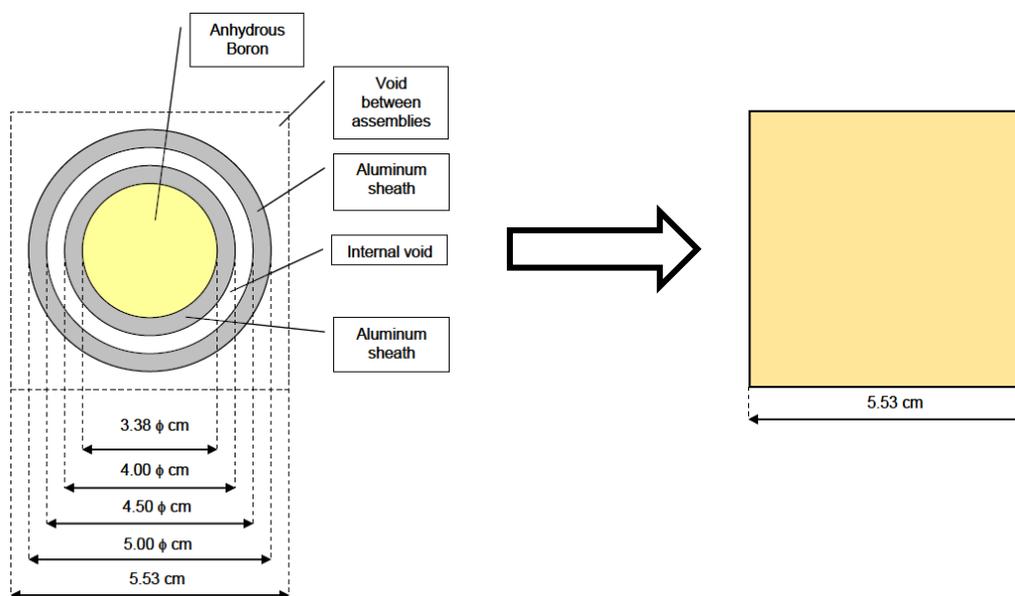


図 4.21 制御棒の均質化

- 部分長燃料集合体の軸方向上部/下部にある AI セルの省略

A3/8”p20EU-NU 燃料集合体の外端には、図 4.4 に示した通り、高さ調整のためにアルミニウム板を用いた AI セルが配置されている。AI セルが配置された領域は、燃料領域の上部および下部に配置された、それぞれ厚さ 50.8 cm の反射体よりもさらに外側である。このため、体系内の中性子束分布や実効増倍率などへの AI セルの影響は小さいと判断し、反射体で置き換えて計算を行う。

- “菓子折り” の省略

KUCA の A 架台には、図 4.1 および図 4.20 における 13-14 列目間や「た」行および「れ」行の間のように、鞘管同士の隙間の広い“菓子折り”と呼ばれている厚さ 3 mm のギャップがある。本来はこの菓子折りギャップを通じた中性子ストリーミング効果により、中性子の体系外への漏れ量が増加することで負の反応度効果となっている。本研究ではこの菓子折りギャップによる負の反応度効果は小さいものとみて、菓子折りギャップを無視して計算を行う。

- 計算メッシュ及び境界条件の設定

体系の外周は真空境界条件とする。ただし、体系には高さ方向におおよそ対称であるため、

体系の上半分のみを再現し、境界面を完全反射境界条件として計算を行う。

燃料集合体等の領域は、横方向および奥行き方向については 5.53 cm 四方ごとに設定を行う。計算に用いるメッシュは、横方向および奥行き方向については集合体の 5.53 cm 四方の領域を 5x5(およそ 1.1 cm 幅)に分割する。この一例として、All rods in 体系の解析における計算体系の上面図を図 4.22 に示す。

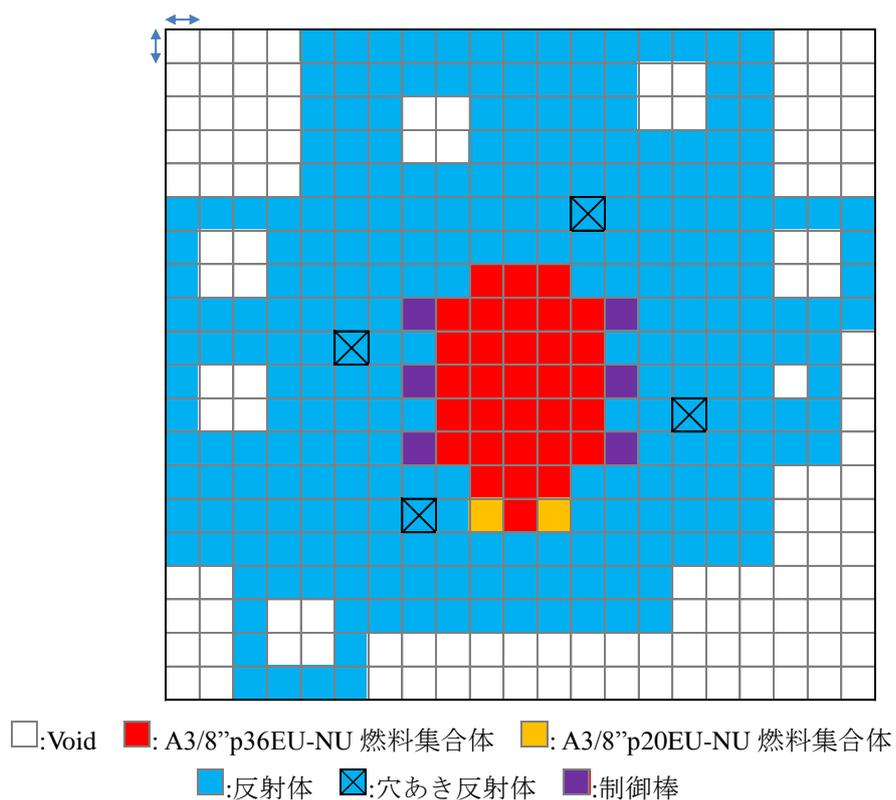


図 4.22 PARTISN の入力体系上面図(All rods in 体系)

体系の高さ方向については、A3/8''p20EU-NU 燃料集合体と A3/8''p36EU-NU 燃料集合体の燃料領域の高さの違いがあり、また中性子源が高さ方向の中心付近の位置に存在する。一例として、All rods in 体系にて A3/8''p20EU-NU 燃料集合体のある「む」行を加速器中性子源側から見た図を図 4.22 に示す。

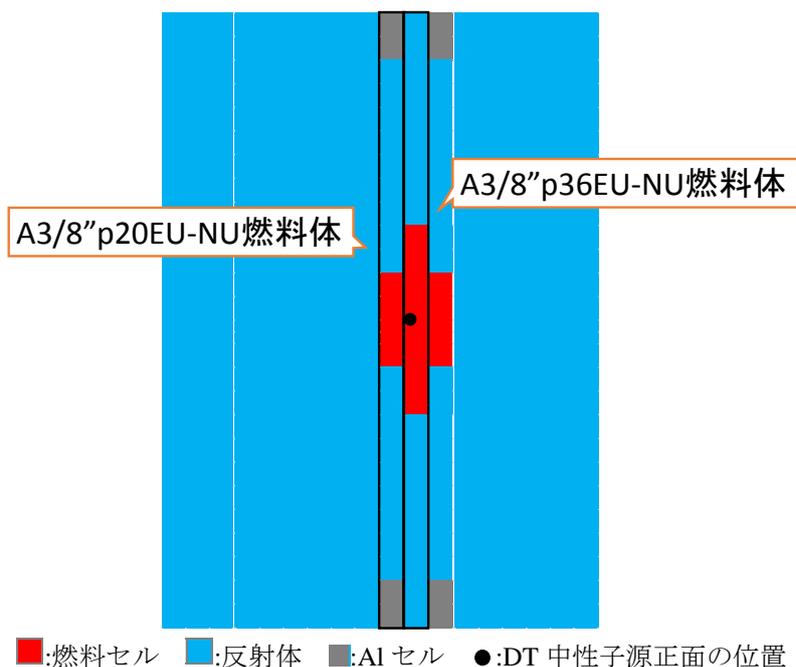


図 4.23 体系の断面図(All rods in 体系、む行)

この高さの違いを考慮するため、高さ方向については図 4.24 に示すように、中性子源の領域、A3/8”p20EU-NU 燃料集合体の燃料セル端までの領域、A3/8”p36EU-NU 燃料集合体の燃料セル端までの領域、体系端までの領域の合計 4 領域に分けて設定を行う。

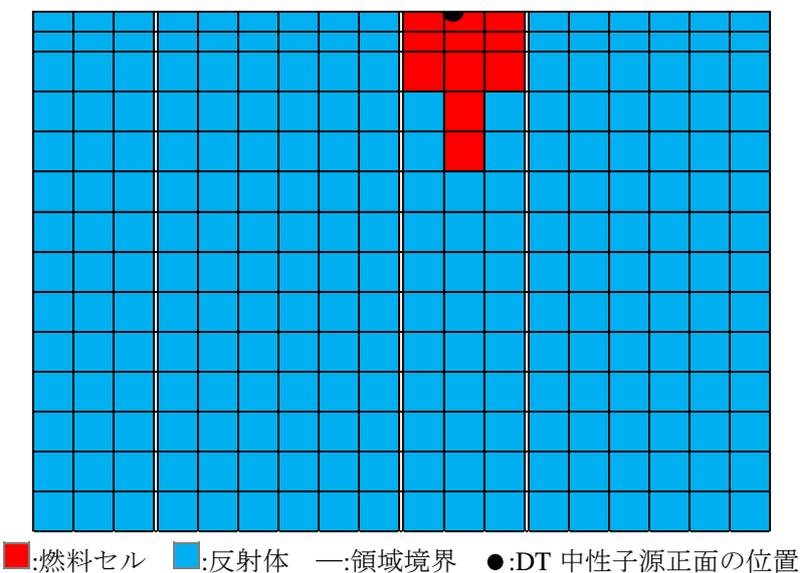


図 4.24 PARTISN の入力体系断面図(All rods in 体系、む行)

また、計算に用いるメッシュの高さ方向については、中性子源の入る中心部のみ 0.5 cm 幅 (完全反射境界条件であるため実質的に 1 cm 相当)として設定し、その他の領域についても

燃料がある2つの領域は1 cm 幅、下端の反射体のみの領域は2 cm 幅に分割する。

なお、PARTISN5.97 を利用した計算の際、この入力による計算は大きなメモリ容量を必要とするため、PARTISN 本体を64bit 版としてコンパイルしておく必要がある。

- 輸送断面積を用いた非等方散乱の近似

PARTISN では、ルジャンドル展開した高次の散乱断面積を入力することで、中性子の散乱の方向依存性を厳密に取り扱うことができる。しかし、高次の散乱は計算コストが高いため、この検討では高次の散乱を直接取り扱わず、全断面積 $\Sigma_t$ を輸送断面積 $\Sigma_{tr}$ で置き換えることで、散乱の方向依存性を取り込んだ計算を行う。

全断面積を輸送断面積で置き換えた場合、断面積のバランスが崩れるため、SCALE6.2.2/TRITON にて得られた輸送断面積や散乱断面積をそのまま用いることはできない。そこで、輸送断面積が他の断面積の和となるように、自群散乱の断面積 $\Sigma_{s,g \rightarrow g}$ を以下の式(4.3.14)に基づいて調整する。

$$\Sigma_{s,g \rightarrow g} = \Sigma_{tr} - \left( \Sigma_a + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s,g \rightarrow g'} \right) \quad (4.3.14)$$

ただし、上の方法で自群散乱断面積が負となる場合、計算の収束性が悪くなるのを防ぐため、式(4.3.15)に基づき自群散乱断面積を0とし、輸送断面積 $\Sigma_{tr}$ を調整してバランスをとる。

$$\Sigma_{s,g \rightarrow g} = 0, \quad \Sigma_{tr} = \Sigma_a + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s,g \rightarrow g'} \quad (4.3.15)$$

#### 4.3.1.4 実効増倍率の解析

実効増倍率の解析については、以下の計算条件で行う。

- 収束条件 `epsi` は $1.0 \times 10^{-7}$ とする。これは角度中性子束および核分裂源分布の収束条件となる。
- 重み付きダイヤモンド差分の重みはすべてのエネルギー群について2.0とする。
- `SN`分点はEO8分点[50]を入力した。

この解析は、PARTISN の入力にて`ievt=1`を指定することで実施できる。

#### 4.3.1.5 実効遅発中性子割合の解析

実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ については、第1章にて述べたとおり、式(4.3.16)から(4.3.20)に基づいて、PARTISN を利用して計算することができる[17]。

$$\beta_{\text{eff}} = \sum_i \frac{\int I_{d,i}^{\dagger}(x) F_{d,i}(x) dV}{\int I^{\dagger}(\vec{r}) F(\vec{r}) dV} \quad (4.3.16)$$

$$F(x) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} dE' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \quad (4.3.12)$$

$$F_{d,i}(\vec{r}) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} dE' \nu_{d,i}\Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \quad (4.3.13)$$

$$I^{\dagger}(\vec{r}) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} dE' \chi_p(\vec{r}, E) \psi^{\dagger}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \quad (4.3.14)$$

$$I_{d,i}^{\dagger}(\vec{r}) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} dE' \chi_{d,i}(\vec{r}, E) \psi^{\dagger}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \quad (4.3.20)$$

ここで、 $\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')$ は角度中性子束を示し、 $\psi^{\dagger}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')$ は式に対する随伴角度中性子束を示す。

角度中性子束及び随伴角度中性子束の計算条件は、実効増倍率の解析と同じである。随伴中性子束の解析は、PARTISNの入力にて `ievt=1` および `ith=1` を指定することで実施できる。

遅発中性子のエネルギースペクトルについては、SCALE6.2.2/TRITONの計算結果の出力には、`prompt spectrum`のみが出力されており、遅発中性子のエネルギースペクトルを利用することができない。そこで本研究では、ENDF-B/VII.1の核データ[11]の中から、KUCA炉心内の燃料において主要な核分裂核種である $^{235}\text{U}$ の値を利用する[17]。

なお、核データのランダムサンプリングを行う際、遅発中性子のエネルギースペクトルについてはSCALE6.2.2/Samplerと連携した適切なランダムサンプリングを行うことができないため、遅発中性子のエネルギースペクトルに起因する不確かさは評価しない。

#### 4.3.1.6 面積比の解析

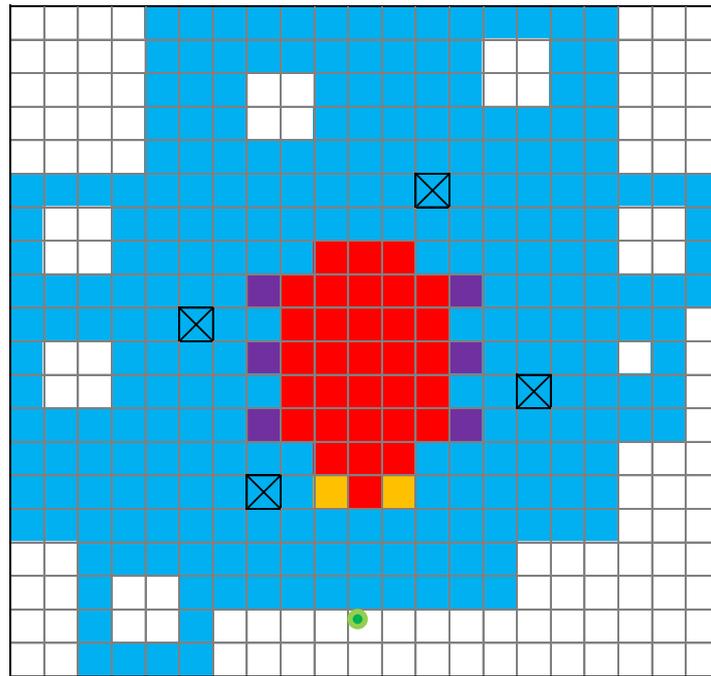
面積比の解析については、PARTISN5.97は面積比を直接得ることはできないものの、外部中性子源を考慮した反応率の計算は実施できる。そこで、 $^3\text{He}$ 検出器の反応率について、全中性子成分の計算と即発中性子成分の計算を行った結果を利用して面積比を得る。このことについて、面積比ARは第2章にて示したように、検出器の位置を $\vec{r}_d$ として、中性子束を $\phi_p$ 、中性子束の即発中性子成分を $\phi_p$ と表わせば、式(4.3.16)によって求められる[28]。

$$AR \equiv \frac{A_p}{A_d} = \frac{A_p}{(A_p + A_d) - A_p} = \frac{\Sigma_a(\vec{r}_d) \phi_p(\vec{r}_d)}{\Sigma_a(\vec{r}_d) \phi(\vec{r}_d) - \Sigma_a(\vec{r}_d) \phi_p(\vec{r}_d)} \quad (4.3.16)$$

本研究では、検出器入りの穴あき反射体領域のうち、体系中央の領域の反応率を計算し、これを利用して面積比を求めた。

検出反応率の計算における、中性子束の計算条件は以下の通りである。

- $S_N$ 分点にはEO16分点[50]を入力した。
- 中性子源は、放出される中性子数や速度の非等方性を考慮せず、ターゲット位置の1点から14 MeVの中性子が等方的に放出されるとして扱う。設定した中性子源の位置を図4.25に示す。中性子源位置は、横x方向に51メッシュ目(11領域目の始めのメッシュ)、奥行きy方向に91メッシュ目(上から19領域目の始め、反射体すぐ外側のvoid領域)、高さz方向には1メッシュ目(完全反射境界条件により体系中央に相当)である。また、エネルギーについては、1群(20 - 13.84 MeV)のみに1.0の強度で与える。



:Void  
: A3/8”p36EU-NU 燃料集合体  
: A3/8”p20EU-NU 燃料集合体  
:反射体  
X:穴あき反射体  
:制御棒  
:中性子源

図 4.25 PARTISN の入力体系上面図(All rods in 体系、面積比計算時)

その他の計算条件は、実効増倍率の解析と同じである。PARTISN において、外部中性子源を考慮した中性子束の計算は、入力にて `ievt=0` を指定することで実施できる。また、検出器領域での反応率は、各領域の 1 番目の断面積データ(PARTISN のマニュアルにて EDIT 用断面積として指定されているもの)に検出反応断面積を入力し、PARTISN 入力にて `zned=1`(領域ごとの反応率計算の実施)および `edxs=1`(利用する断面積の指定)の設定を行うことで計算を行った。

All rods in 体系内にて、中性子源の高さにおける集合体ごとの面積比の分布を計算した例を図 4.26 に示す。

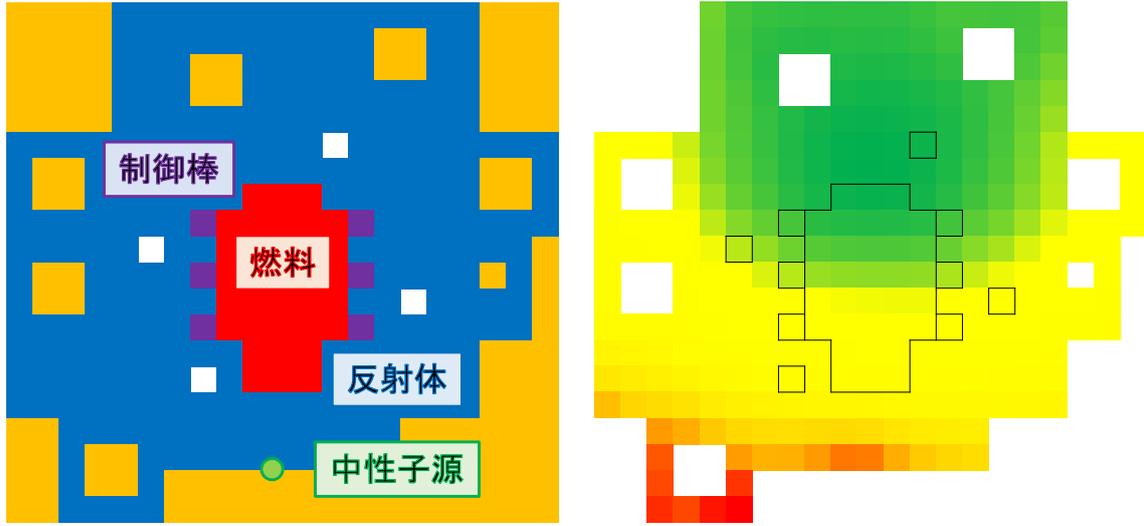


図 4.26 集合体ごとの面積比の解析結果の例  
(左:体系設定、右:面積比の分布、赤いほど大・緑ほど小)

#### 4.3.1.7 即発中性子減衰定数の解析

即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析は、PARTISN5.97 の alpha search 機能を用いて計算を行う。この alpha search は、即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を、実効増倍率の計算機能に応用した反復解法で求める手法である[49]。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ を求めるためには、即発中性子のみで近似した $\omega_p$ 固有値方程式である式(4.3.17)を解く必要がある[17]。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_p}{v(\vec{r}, E)} \phi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= -\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &+ \frac{\chi_p(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' (1 - \beta) v \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi_p(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ &+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_p(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \end{aligned} \quad (4.3.17)$$

式(4.3.17)にて、 $\omega_p$ を $-\alpha$ で置き換えた上で、右辺の中性子の漏えいと吸収の項を左辺に移動し、そして核分裂項を定数 $\lambda$ で割る。さらに、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を含む項と吸収項をまとめると、以下の式(4.3.18)が得られる。

$$\begin{aligned} &\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \left\{ \Sigma_t(\vec{r}, E) - \frac{\alpha}{v(\vec{r}, E)} \right\} \phi_p(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &= + \frac{1}{\lambda} \frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' v \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ &+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_p(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \end{aligned} \quad (4.3.18)$$

この式(4.3.18)は、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を求める固有値計算に用いる式(4.3.19)について、全断面積

$\Sigma_t(\vec{r}, E)$ を $\Sigma_t - \alpha/v$ に置き換え、実効増倍率を $\lambda$ としたものと同じ。

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &= \frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' v \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ &+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \end{aligned} \quad (4.3.19)$$

仮に $\alpha$ が正しい値であるとする、式(4.3.17)が成立することから、 $\lambda$ の値は1となる。

PARTISN の alpha search は、この式(4.3.18)を利用し、以下の手順で行われる。

1. 初めに即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値として何らかの初期値 $\alpha_0$ を与える。
2. 実効増倍率を求める要領で式(4.3.18)の計算を行い、初めの $\lambda$ の値 $\lambda_0$ を計算する。
3. 次に、 $\alpha_0$ にある量 $\Delta\alpha_0$ の差分を加えた新たな即発中性子減衰定数 $\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta\alpha_0$ を用いて、新たな $\lambda$ の値 $\lambda_1$ を計算する。
4. 得られた $\alpha$ と $\lambda$ の関係を内外挿し、 $\lambda$ の値が1に近くなるように、さらなる $\alpha$ の値 $\alpha_2$ を求め、 $\alpha_2$ に対応するさらなる $\lambda$ の値 $\lambda_2$ を計算する。
5. これ以降、 $\alpha_i$ に対応する $\lambda_i$ を計算して $\alpha$ と $\lambda$ の関係を内外挿する、という反復を収束条件が満たされるまで続ける。(図 4.27)

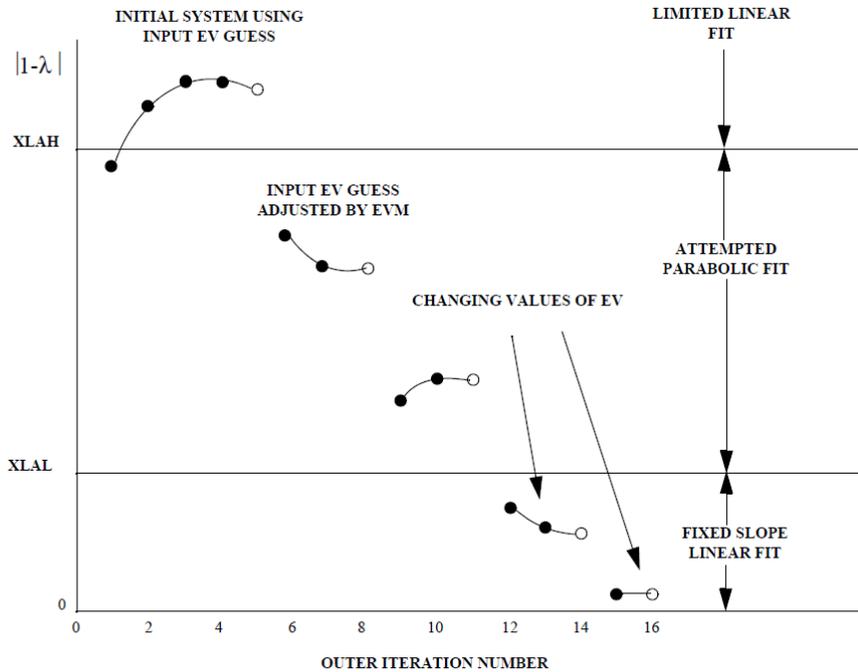


図 4.27 alpha search における反復ごとの固有値 $\lambda$ の変化(参考文献[49]より引用)

この alpha search に対しては、初期条件として $\alpha_0$ および $\Delta\alpha_0$ (それぞれインプット中の ev お

よび  $\text{evm}$ )を入力する必要がある。このとき、これらの初期条件が真値から大きく外れていた場合には、計算精度を高くした場合に正しい解を得られないことがある。そこで、初めに計算精度の低い計算を行った後に、その結果をもとに段階的に計算精度を上げた計算を行う[17]。計算条件は以下の通りである。

- 初めの計算では $\lambda$ の収束条件を $1.0 \times 10^{-3}$ とし、最終的には $1.0 \times 10^{-5}$ まで変化させる。
- $\alpha$ の収束条件は $4.0 \times 10^{-4}$ から $5.0 \times 10^{-7}$ まで変化させる。
- 差分初期値 $\Delta\alpha_0$ は $20 \text{ s}^{-1}$ から $0.025 \text{ s}^{-1}$ まで変化させる。
- 即発中性子減衰定数の初期値 $\alpha_0$ には、3つの検出器で得られている実験値の平均を2桁に丸めて入力する。

その他の計算条件は実効増倍率の計算条件と同じである。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析(alpha search)は、PARTISNの入力にて  $\text{ievt}=2$  を指定することで実施できる。PARTISNの alpha search は、体系の未臨界度が深く即発中性子減衰定数 $\alpha$ が大きな正の値(alpha search 計算における $\omega$ が負側に大きな値)となる場合、全断面積 $(\Sigma_t - \alpha/v) < 0$ となることで計算が不安定となるため、計算が中断される仕様になっている。このため、 $(\Sigma_t - \alpha/v) < 0$ となる場合にも計算が中断されないように、ソースコードに修正を加えたもの[17]を使用する。

また、ランダムサンプリング法を利用した計算の際には、サンプルによって $\alpha$ の真値が大きく変わるため、すべてのサンプルについて正しく計算ができるとは限らない。そこで、類似の体系において即発中性子減衰定数 $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の間には強い相関があることが示されている[17]ことを利用し、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を相関通りに正しく推定できていることを確認する。手順は以下の通りである。

1. まず、ランダムサンプリング法による $\alpha$ の計算の後に、図 4.28 に示す形で $\alpha$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ との相関図を作る。

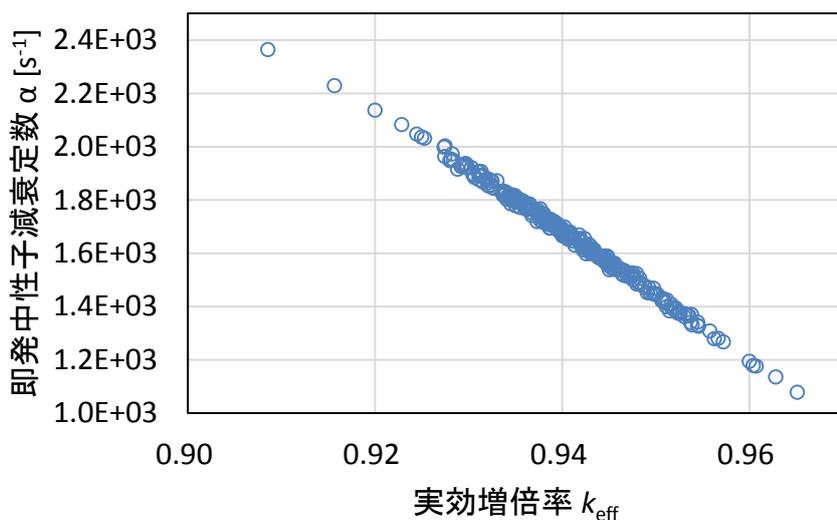


図 4.28 Shutdown+P 体系における実効増倍率と即発中性子減衰定数の相関図

2. 相関図上の $\alpha$ と $k_{\text{eff}}$ の分布は直線もしくは曲線上に現れるため、この $\alpha$ と $k_{\text{eff}}$ の分布から外れ1桁以上大きな値をとっているサンプルを即発中性子減衰定数 $\alpha$ の計算に失敗しているサンプルとして扱う。(なお、図 4.28 は初期条件を修正した再計算後の相関を示しており、計算に失敗しているサンプルは存在しない。)
3. 計算に失敗したサンプルについて、同程度の $k_{\text{eff}}$ を持つ別サンプルにおける $\alpha$ の計算結果を新たな初期条件 $\alpha_0$ として再計算を行う。

#### 4.3.1.8 ランダムサンプリング法による分散共分散評価の高速化

ランダムサンプリング法により、各核データのサンプルや少数群均質化断面積のサンプルを用いた計算を行う際には、サンプリングを行っていない未摂動の断面積を利用した中性子束や随伴中性子束の計算結果を初期値として与えることで、計算時間を短縮する。

SCALE6.2.2 においては、未摂動の計算にて `restart` ファイルを出力した後、これを「=shell」コマンドを用いて各サンプルの計算領域にコピーする操作を実施<sup>2</sup>し、各サンプルの計算条件に `restart=yes` の設定を加えることで利用させることができる。

PARTISN5.97 においては、未摂動の計算にて出力された `rtflux` ファイルや `atflux` ファイルを各サンプルの計算領域にコピーし、入力に `influx=1` を加えることで利用できる。

### 4.3.2 SCALE6.2.2/PARTISN5.97 による解析結果の妥当性の評価

#### 4.3.2.1 実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の連続エネルギーモンテカルロ法による解析結果との比較

本節では、4.3.1 節にて述べた方法と条件による実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ についての解析結果を、連続エネルギーモンテカルロ法による計算結果と比較し、解析結果の妥当性を評価する。連続エネルギーモンテカルロ法による解析結果は、統計誤差が小さい限りは、輸送方程式の解として計算手法に起因する不確かさが極めて小さいと考えられるため、これを基準として考える。

All rods in 体系および Shutdown+P 体系における、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の解析結果を表 4.7 に示す。この表 4.7 には、①SCALE6.2.2/PARTISN5.97 による解析についてランダムサンプリング法によって得られた解析結果の平均値と不偏標準偏差を示し、さらに②連続エネルギーモンテカルロ法計算コード MCNP6.1[36]にて核データライブラリとして ENDF-B/VII.1 を用いた解析結果[51]を示す。

<sup>2</sup> =shell を用いると、=shell ブロック内に書き込んだコマンド(Windows であればコマンドプロンプト、Linux であれば bash 等のシェルのコマンド)を実施できる。

表 4.7 各未臨界体系の炉心解析結果

対象	体系	①SCALE6.2.2/PARTISN5.97		②MCNP6.1		平均値の差 (①-②)/②
		平均値	不偏標準偏差s	平均値	統計標準偏差	
$k_{\text{eff}}$	All rods in Shutdown+P	0.98391	0.00738 (0.74%)	0.98681	0.00003	-293 pcm
		0.94041	0.00733 (0.78%)	0.94209	0.00003	-178 pcm
$\beta_{\text{eff}}$	All rods in Shutdown+P	0.007315	0.000349 (4.8%)	0.00778	0.00006	-6.0%
		0.007389	0.000353 (4.8%)	0.00774	0.00006	-4.5%

表 4.7 における①SCALE6.2.2/PARTISN5.97 による計算結果は、300 サンプルの計算を行ったうち、超臨界となり面積比の計算を行えなかった 6 サンプルを除いた 294 サンプルのものである。このとき、不偏標準偏差に伴う統計的不確かさは、各解析結果のサンプルの従う分布が正規分布であることを仮定すると  $1/\sqrt{2(N-1)} \approx 4\%$  と見積もられる。つまり統計的不確かさは核データ起因の不確かさと比べて十分小さい(不偏標準偏差の 4% の大きさ)といえる。以降では、この不偏標準偏差  $s$  を核データ起因の不確かさの標準偏差  $\sigma$  として扱う。

表 4.7 における①と②の平均値の差は、計算手法に起因する不確かさとなる。本研究においては、面積比  $AR$  および即発中性子減衰定数  $\alpha$  の計算手法に起因する不確かさは評価できず、また実効増倍率や実効遅発中性子割合についても計算手法に起因する共分散を評価できていないため、計算手法に起因する不確かさは 0 として扱う。

実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  の解析結果を図 4.29 に示す。

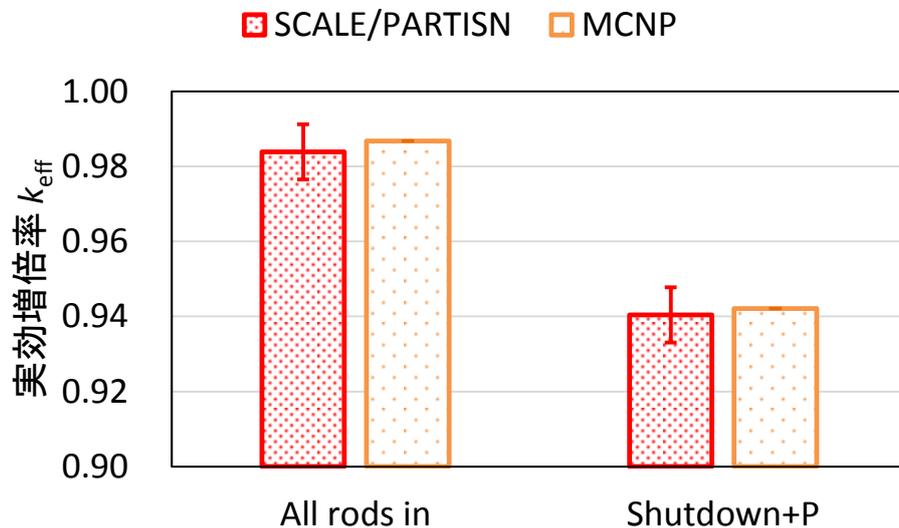


図 4.29 実効増倍率の解析結果

表 4.7 の結果より、①SCALE6.2.2/PARTISN5.97 による計算結果と②MCNP6.1 による計算結果の間の差異は All rods in 体系にて -293 pcm である。よって両者の差異は、ランダムサンプリング法によって評価された核データ起因の標準偏差  $\sigma_k = 0.74\% = 740 \text{ pcm}$  と比較し、2分

の1以下の小さなものである。Shutdown+P体系においても、①と②の差異は-178 pcmであり、核データ起因の標準偏差 $\sigma_k = 0.78\% = 780 \text{ pcm}$ の4分の1程度となっている。このため、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ については、計算手法に起因する不確かさの影響は小さいと考えられる。

実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の解析結果を図 4.30 に示す。

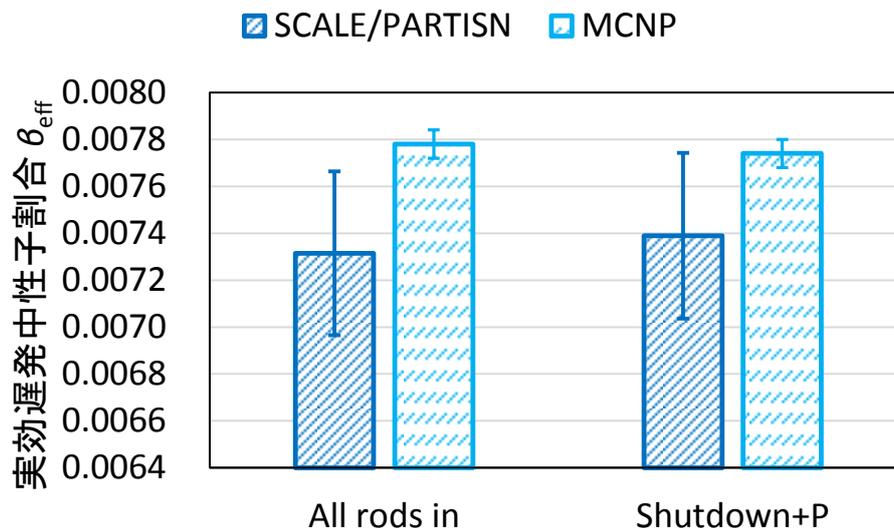


図 4.30 実効遅発中性子割合の解析結果

実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ については、①SCALE6.2.2/PARTISN5.97 による計算結果と②MCNP6.1 による計算結果の間の差異は、All rods in 体系にて-6.0%、Shutdown+P 体系にて-4.5%であり、それぞれの核データ起因の標準偏差と同等の値となっている。

計算手法に起因する不確かさを無視してバイアス因子法を適用した場合には、適用後の不確かさにも、この計算手法に起因する不確かさが残る点に注意が必要となる。

#### 4.3.2.2 面積比ARおよび即発中性子減衰定数 $\alpha$ の実験結果との比較

次に、実験対象の面積比ARおよび即発中性子減衰定数 $\alpha$ について、実験結果と比較する。

All rods in 体系における面積比ARおよび即発中性子減衰定数 $\alpha$ について、ランダムサンプリング法によって得られた解析結果の平均値と不偏標準偏差および実験結果を表 4.8 に示す。

表 4.8 All rods in 体系における面積比ARおよび即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析結果

パラメータ		平均値	不偏標準偏差 $\sigma$	実験結果
面積比AR [\$]	#1	2.145	0.923 (43 %)	2.237 $\pm$ 0.012
	#2	2.66	1.13 (48 %)	2.793 $\pm$ 0.015
	#3	5.05	2.93 (58 %)	-
	#4	2.41	1.10 (46 %)	2.550 $\pm$ 0.013
即発中性子減衰定数 $\alpha$ [s <sup>-1</sup> ]		606	193 (32 %)	682.4 $\pm$ 1.4 (#1#2#4 平均)
	#1			671.4 $\pm$ 2.6
	#2			684.4 $\pm$ 2.2
	#3			-
	#4			692.0 $\pm$ 2.8

これらの結果のうち、面積比ARの解析結果と実験結果を図 4.31 に示す。

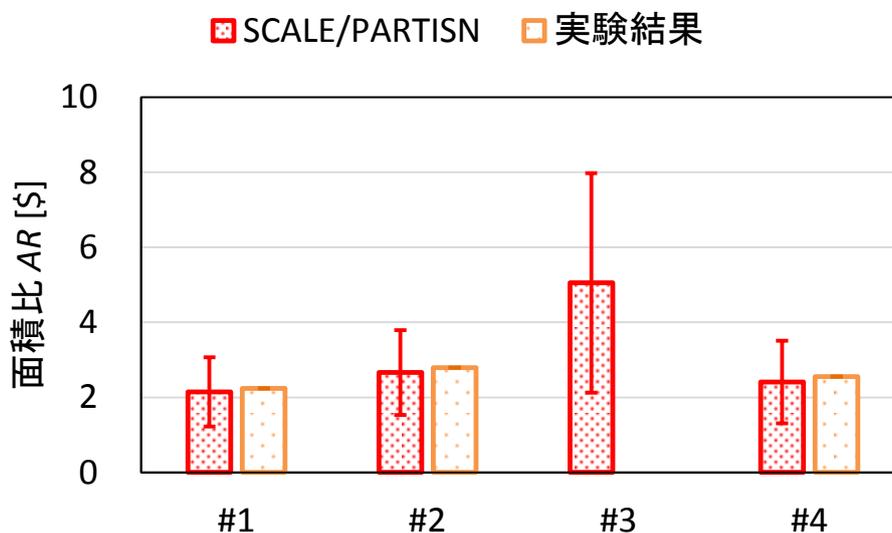


図 4.31 面積比の解析結果と実験結果の比較(All rods in)

面積比ARについては、#1・#2・#4の全ての検出器について、実験結果は解析結果の核データ起因の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲内に含まれており、解析結果は妥当なものである。

面積比ARに関連し、ドル単位の未臨界度 $-\rho_\beta \equiv (1 - k_{\text{eff}})/k_{\text{eff}}\beta_{\text{eff}}$ を計算すると、この値は $-\rho_\beta = (2.19 \pm 1.2) \$$ となる(不確かさはランダムサンプリング法による核データ起因の標

準偏差 $\pm 1\sigma$ )。#1 検出器の面積比の解析結果はドル単位の未臨界度の 0.98 倍の値であり、#2 検出器では 1.2 倍、#3 検出器では 2.4 倍、#4 検出器では 1.1 倍となる。よって、#1 検出器での面積比の解析結果がドル単位の未臨界度に最も近く、また、#1 検出器では未臨界度を過小評価し、その他の 3 つの検出器では過大評価するという解析結果となった。#3 以外の検出器の相加平均をとる場合にも未臨界度を 1 割ほど大きく見積もる。また、実験で測定を全く行っていない#3 検出器の面積比の解析値は、未臨界度よりも 2 倍以上大きな値となっている。#2 から#4 の検出器で未臨界度が過大評価される原因は、これらの検出器は中性子源から見て体系の側面(#2,#4)や正面(#3)にあり、中性子源から発生した中性子の一部が炉心で増倍されずに直接検出され、これらの成分が即発中性子成分に加わるためである[51]。#1 検出器は中性子源から見て炉心の裏側にあるため、中性子源から直接到達する中性子がほとんど存在せず、炉心から発生した中性子のみを検出するため、面積比がドル単位の未臨界度とほぼ一致する解析結果となった。

次に、即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析結果と実験結果を図 4.32 に示す。

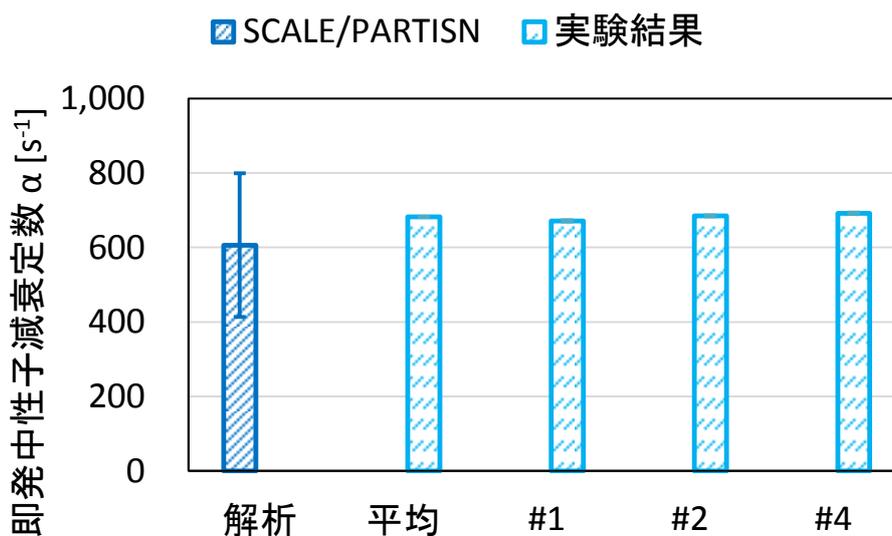


図 4.32 即発中性子減衰定数の解析結果と実験結果の比較(All rods in)

即発中性子減衰定数 $\alpha$ については、解析結果は $(606 \pm 193) \text{ s}^{-1}$ であり、#1・#2・#4 における実験結果の平均値を核データ起因の不確かさ $\pm 1\sigma$ 内に含んでおり、妥当な解析結果であると考えられる。実験結果の平均値と解析結果の平均値の差は、核データ起因の不確かさ $\sigma$ の 0.40 倍である。また、この解析結果は#1 から#4 の各実験結果も核データ起因の不確かさ $\pm 1\sigma$ 内に含んでいる。ただし、実験結果自体は、ある 1 つの検出器の測定結果は他の検出器による測定結果を測定の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲内に含まず、検出器位置に依存する様子が見られる。この点は解析モデルの不確かさになる可能性がある。

次に、Shutdown+P 体系における面積比ARおよび即発中性子減衰定数 $\alpha$ についての解析結果を同様に表 4.9 に示す。

表 4.9 Shutdown+P 体系における面積比ARおよび即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析結果

パラメータ		平均値	不偏標準偏差 $\sigma$	実験結果
面積比AR [\$]	#1	7.823	0.982 (12 %)	7.40±0.060
	#2	11.72	1.82 (15 %)	11.75±0.109
	#3	39.78	7.90 (20 %)	-
	#4	9.92	1.44 (14 %)	10.14±0.094
即発中性子減衰定数 $\alpha$ [ $s^{-1}$ ]		1672	172 (10 %)	1685.8±3.2 (#1#2#4 平均)
	#1			1595.1±7.7
	#2			1708.1±3.9
	#3			-
	#4			1689.5±7.4

表 4.9 の結果のうち、面積比ARの解析結果と実験結果を図 4.33 に示す。

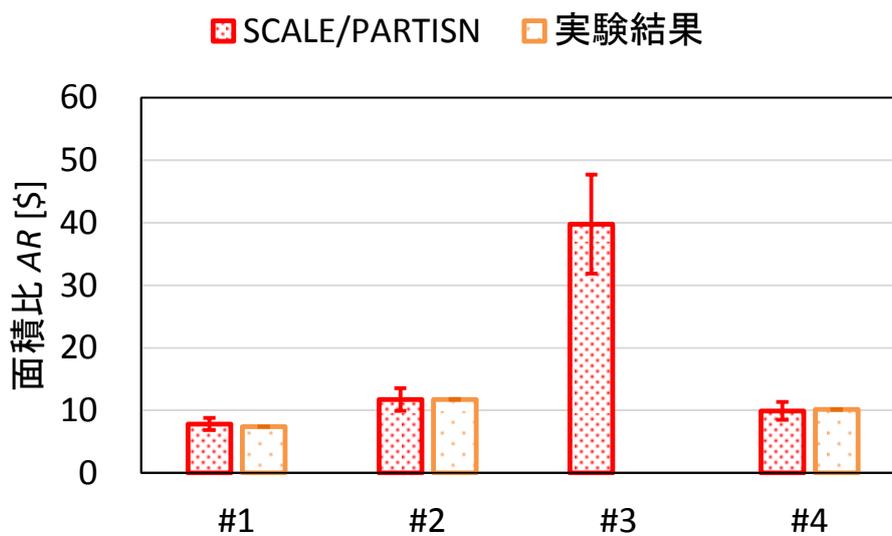


図 4.33 面積比の解析結果と実験結果の比較(Shutdown+P)

次に、即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析結果と実験結果を図 4.34 に示す。

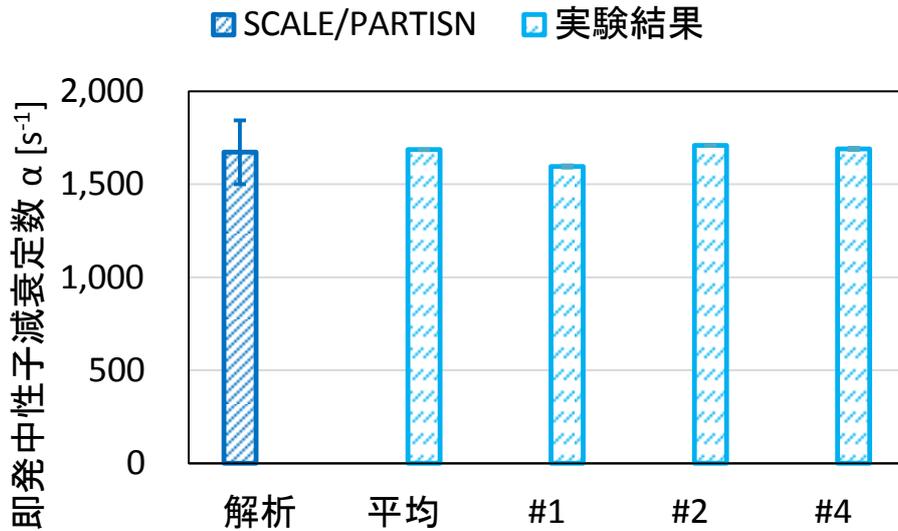


図 4.34 即発中性子減衰定数の解析結果と実験結果の比較(Shutdown+P)

これらの結果より、Shutdown+P 体系においても、即発中性子減衰定数 $\alpha$ については#1・#2・#4 における実験結果の平均値を核データ起因の不確かさ $\pm 1\sigma$ 内に含んでおり、面積比ARについては#1・#2・#4 のすべての検出器について実験結果を核データ起因の不確かさ $\pm 1\sigma$ 内に含んでおり、妥当な解析結果であると考えられる。

また、All rods in 体系と Shutdown+P 体系の双方とも、各実験結果の不確かさは対応する解析結果の核データに起因する不確かさよりも 1 桁以上小さな値となっており、これらの実験結果を用いたバイアス因子法により、不確かさを低減できることが見込まれる。

## 4.4 未臨界実験データを利用したバイアス因子法の適用性評価

### 4.4.1 概要

本節では、Shutdown+P 体系における実験において測定された面積比ARや即発中性子減衰定数 $\alpha$ の測定値を利用して、ランダムサンプリング法に基づいたバイアス因子法を適用し、同じ体系である All rods in 体系および別の未臨界体系である Shutdown+P 体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ や実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ について、核データ起因の不確かさがどれだけ低減可能であるか調査する。また、提案手法の妥当性について確認するため、All rods in 体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対するバイアス因子法による補正の結果を、KUCA 未臨界実験における測定結果と比較する。以上により、提案手法の適用性について評価する。

### 4.4.2 適用性の評価結果と考察

#### 4.4.2.1 相関係数の評価結果

各未臨界体系の各パラメータ( $k_{\text{eff}}$ と $\beta_{\text{eff}}$ 、ARや $\alpha$ )について、相関係数の評価結果を表 4.10

に示す。この表 4.10 では、相関係数の値が正の値であれば青、負の値であれば橙色に塗りつぶしている。また、相関係数の絶対値が 1 に近いものを濃く塗りつぶして示している。

表 4.10 相関係数の解析結果

体系		All rods in							Shutdown+P						
		$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$\alpha$	AR				$k_{\text{eff}}$	$\beta_{\text{eff}}$	$\alpha$	AR			
対象					#1	#2	#3	#4				#1	#2	#3	#4
All rods in	$k_{\text{eff}}$	1.00	-0.08	1.00	-0.99	-0.99	-0.99	-0.99	1.00	-0.08	1.00	-0.92	-0.95	-0.97	-0.94
	$\beta_{\text{eff}}$	-0.08	1.00	-0.12	-0.04	-0.02	0.00	-0.03	-0.07	1.00	-0.12	-0.32	-0.23	-0.15	-0.26
	$\alpha$	1.00	-0.12	1.00	-0.99	-0.99	-0.98	-0.99	1.00	-0.13	1.00	-0.90	-0.94	-0.96	-0.93
	AR #1	-0.99	-0.04	-0.99	1.00	1.00	0.98	1.00	-0.99	-0.03	-0.99	0.96	0.98	0.99	0.97
	AR #2	-0.99	-0.02	-0.99	1.00	1.00	0.99	1.00	-0.99	-0.02	-0.99	0.95	0.98	0.99	0.97
	AR #3	-0.99	0.00	-0.98	0.98	0.99	1.00	0.99	-0.99	0.01	-0.98	0.93	0.96	0.98	0.96
	AR #4	-0.99	-0.03	-0.99	1.00	1.00	0.99	1.00	-0.99	-0.02	-0.99	0.95	0.98	0.99	0.97
Shut down +P	$k_{\text{eff}}$	1.00	-0.07	1.00	-0.99	-0.99	-0.99	-0.99	1.00	-0.08	1.00	-0.92	-0.95	-0.97	-0.94
	$\beta_{\text{eff}}$	-0.08	1.00	-0.13	-0.03	-0.02	0.01	-0.02	-0.08	1.00	-0.13	-0.31	-0.22	-0.14	-0.25
	$\alpha$	1.00	-0.12	1.00	-0.99	-0.99	-0.98	-0.99	1.00	-0.13	1.00	-0.90	-0.94	-0.96	-0.93
	AR #1	-0.92	-0.32	-0.90	0.96	0.95	0.93	0.95	-0.92	-0.31	-0.90	1.00	0.99	0.98	1.00
	AR #2	-0.95	-0.23	-0.94	0.98	0.98	0.96	0.98	-0.95	-0.22	-0.94	0.99	1.00	0.99	1.00
	AR #3	-0.97	-0.15	-0.96	0.99	0.99	0.98	0.99	-0.97	-0.14	-0.96	0.98	0.99	1.00	0.99
	AR #4	-0.94	-0.26	-0.93	0.97	0.97	0.96	0.97	-0.94	-0.25	-0.93	1.00	1.00	0.99	1.00

この表 4.10 の結果からは、同じ体系同士の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の間の相関係数の値は、体系によらず 1.00 となり、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ との相関が強いことが分かる。これらの結果は、KUCA 架台の類似した体系における研究[17]において示されているものと同様の傾向を示している。また、異なる体系間でも $k_{\text{eff}}$ と $\alpha$ の間の相関係数の値は、体系によらず 1.00 となり、非常に相関が強いことを示している。このため、即発中性子減衰定数 $\alpha$ を用いることで実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の不確かさ低減が可能であることが見込まれる。

また、面積比ARと実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ の間の相関係数は All rods in 体系においては-0.98 以下、Shutdown+P 体系においても-0.90 以下の負に大きな値であり、非常に強い負の相関があることが分かる。このため、面積比ARを用いることで、即発中性子減衰定数 $\alpha$ には劣るものの、やはり実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の不確かさ低減が可能であることが見込まれる。

一方、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ については、他のパラメータとの相関係数はほとんど 0 付近であり、非常に弱い。また、Shutdown+P 体系における面積比ARと $\beta_{\text{eff}}$ の間の相関は、Shutdown+P 体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ と $\beta_{\text{eff}}$ の間よりも相関が強くなっている。一方、All rods in 体系における面積比ARと $\beta_{\text{eff}}$ の間の相関は、All rods in 体系の即発中性子減衰定数 $\alpha$ と $\beta_{\text{eff}}$ の間の相関よりも劣っており、これは Shutdown+P 体系や、第 3 章における MA 装荷 ADS 炉心の解析結果と異なっている。

よって、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ については、やはり面積比ARや即発中性子減衰定数 $\alpha$ を

単独で用いた不確かさ改善は困難であると予想される。しかし、面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の間の相関係数は、All rods in 体系にて-0.98 以下、Shutdown+P 体系にて-0.90 以下の強い相関がある。このため、Shutdown+P 体系における面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の双方を併用した場合には、 $AR$ と $\alpha$ の相関によって不確かさを低減する効果を得つつ、 $AR$ と $\alpha$ の相関によって補正を打ち消す効果は $\alpha$ と $\beta_{\text{eff}}$ の相関の弱さによって生じないため、第3章と同様に不確かさ改善が可能であると予想される。ただし、All rods in 体系における面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用する場合には、面積比 $AR$ と $\beta_{\text{eff}}$ との相関が弱いため、All rods in 体系の測定値によって $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさを低減させることができるか、検証する必要がある。

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ や実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ 、即発中性子減衰定数 $\alpha$ は、それぞれ違う体系の間でも相関係数はほぼ1となっている。このことから、2つの体系間には非常に強い相関があることが分かる。このため、一方の実験体系における実験結果を用いることで、もう一方の体系の解析結果の不確かさを低減することは、十分に可能であることが予想される。

#### 4.4.2.2 実験体系自身の $k_{\text{eff}}$ および $\beta_{\text{eff}}$ に対するバイアス因子法の適用性の評価

まず、最も深い未臨界状態にある、Shutdown+P 体系において、#1 および#2 検出器にて測定された面積比 $AR$ や、#1・#2・#4 にて測定された即発中性子減衰定数 $\alpha$ の平均値を利用し、同じ Shutdown+P 体系自身の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の解析結果の不確かさを低減を試みる。本研究においては、不確かさとして核データに起因する不確かさと測定の不確かさのみを取り扱い、手法起因の不確かさは考慮しない。また、バイアス因子法の適用に必要な共分散については、核データに起因するもののみを考慮し、実験値間の相関は0であるとする。

4.3 節にて述べた SCALE6.2.2 と PARTISN5.97 を用いた解析結果に対し、4.2 節にて示した KUCA 未臨界実験の実際の測定結果を利用してバイアス因子法を適用した結果を、表 4.11 および図 4.35 に示す。図 4.35 の横軸のうち右 4 項目のラベルは、補正に利用した Shutdown+P 体系における実験対象を表す。

表 4.11 Shutdown+P 体系におけるバイアス因子法適用結果

Shutdown+P 体系	$k_{\text{eff}}$	$\sigma_k$	$\beta_{\text{eff}}$	$\sigma_\beta$
補正前	0.940410	0.00733 (0.73 %)	0.007389	0.000353 (4.8 %)
$\alpha$ 利用時	0.93983	0.00052 (0.055 %)	0.00739	0.00035 (4.8 %)
$AR$ (#1)利用時	0.94330	0.0029 (0.31 %)	0.00744	0.00034 (4.5 %)
$\alpha$ & $AR$ (#1)併用時	0.94025	0.00036 (0.038 %)	0.00778	0.000087 (1.1 %)
$AR$ (#1&#2)併用時	0.93601	0.0019 (0.20%)	0.00817	0.00025 (3.1 %)

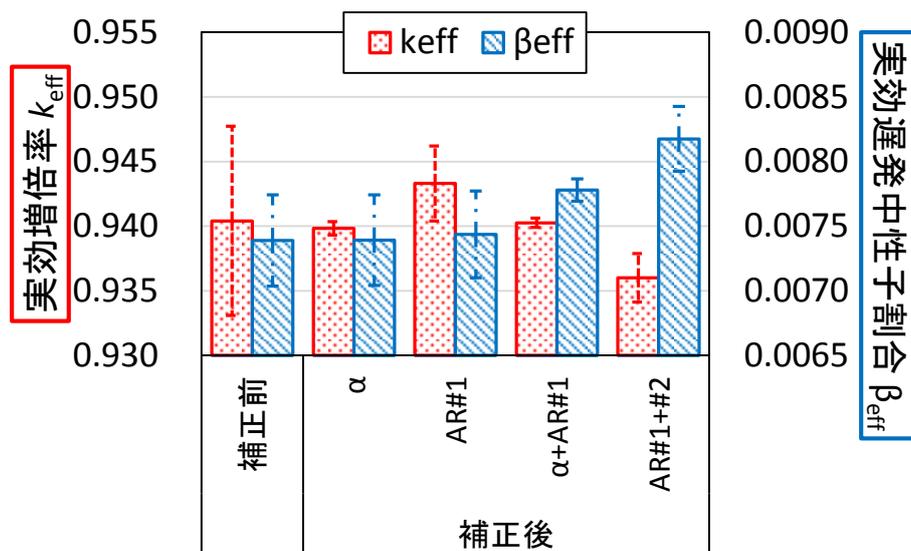


図 4.35 Shutdown+P 体系における  $\alpha$  と AR 実験値を利用したバイアス因子法の適用結果

これらの結果より、第 3 章で述べた結果と同じく、本検討で利用している KUCAA 架台の体系についても、面積比 AR や即発中性子減衰定数  $\alpha$  の値を用いることで実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  の核データの起因する不確かさの低減が可能であることが分かる。

また、実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  についても、第 3 章でも議論したように、面積比 AR や即発中性子減衰定数  $\alpha$  を単独で利用しても不確かさはあまり減少しないものの、面積比 AR と即発中性子減衰定数  $\alpha$  を併用することで不確かさの低減が可能であることが分かった。 $\beta_{\text{eff}}$  については、面積比 AR と即発中性子減衰定数  $\alpha$  を併用した場合や、#1 および #2 の面積比を併用した場合において、補正後の期待値が補正前の値の不確かさ  $1\sigma$  の範囲を超えて大きくなっている。この結果、図 4.30 にて示した MCNP6.1 を用いた解析結果と近い値となっており、核データ起因の不確かさに対する補正により、計算手法に伴う不確かさも打ち消した形となっている。

次に、不確かさの低減の度合いをより具体的に確認するため、実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  と実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  それぞれの補正後の標準偏差について、補正前の標準偏差に対する比率を % で表示した結果を図 4.36 に示す。図 4.36 中の各凡例は補正に利用した実験値を示している。

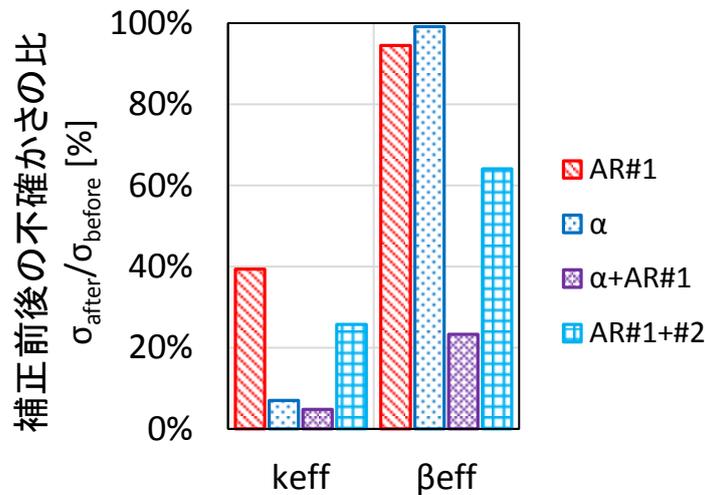


図 4.36 Shutdown+P 体系における実験を利用した不確かさの低減の度合い

図 4.36 の結果より、実効増倍率 $k_{eff}$ は面積比ARや即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用することで核データに起因する不確かさの低減が可能であり、特に即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用した場合には補正後/補正前の不確かさの比率は約 7 %まで減少することが確認できる。また、実効遅発中性子割合 $\beta_{eff}$ については、面積比ARと即発中性子減衰定数 $\alpha$ を併用することで、不確かさの比率は約 23%程度まで減少することが分かる。

次に、All rods in 体系についても同様の検討を行う。All rods in 体系では、実効遅発中性子割合 $\beta_{eff}$ に対する面積比ARの相関が、実効遅発中性子割合 $\beta_{eff}$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ との相関に劣っており、不確かさ低減の効果が劣る可能性があるためである。All rods in 体系にて測定された All rods in 体系において測定された面積比ARや即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を利用し、All rods in 体系自身の実効遅発中性子割合 $\beta_{eff}$ の解析結果の不確かさ改善を試みた結果を、表 4.12 に示す。

表 4.12 All rods in 体系におけるバイアス因子法適用結果

All rods in 体系	$k_{eff}$	$\sigma_k$	$\beta_{eff}$	$\sigma_\beta$
補正前	0.98391	0.00738 (0.74 %)	0.007315	0.000349 (4.8 %)
α利用時	0.98101	0.00034 (0.035 %)	0.00733	0.00035 (4.7 %)
AR(#1)利用時	0.98318	0.00096 (0.10 %)	0.00731	0.00035 (4.8 %)
α&AR(#1)併用時	0.98153	0.00015 (0.016 %)	0.00788	0.00013 (1.7 %)
AR(#1&#2)併用時	0.98314	0.00081 (0.083%)	0.00732	0.00034 (4.7 %)

表 4.12 の結果をグラフにしたものを図 4.37 に示す。

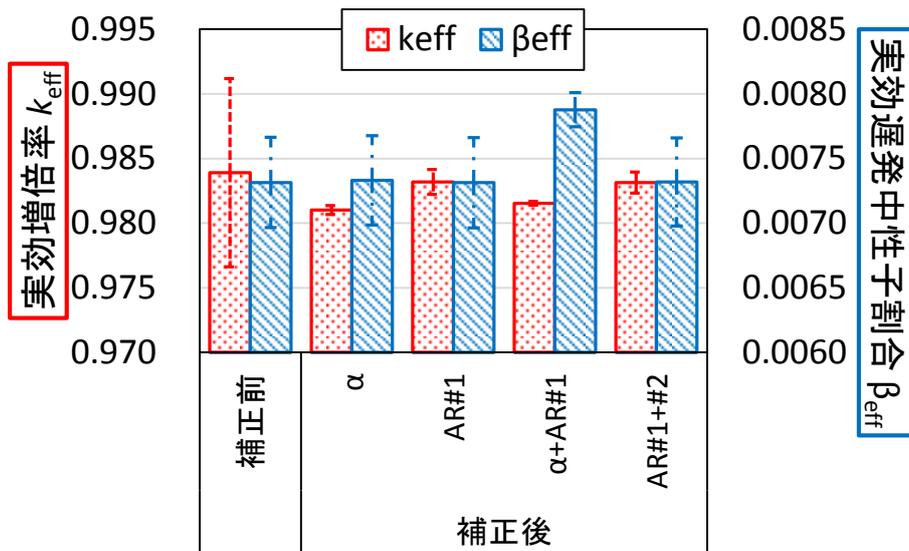


図 4.37 All rods in 体系における  $\alpha$  と AR 実験値を利用したバイアス因子法の適用結果

さらに、不確かさの低減の度合いをより具体的に確認するため、実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  と実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  それぞれの補正後の標準偏差について、補正前の標準偏差に対する比率を%で表示した結果を、図 4.38 に示す。

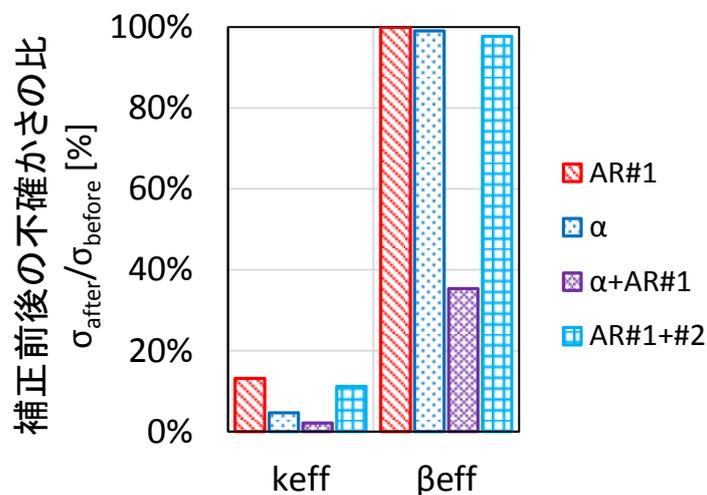


図 4.38 All rods in 体系における実験を利用した不確かさの低減の度合い

これらの結果から、All rods in 体系においても Shutdown+P 体系と同様に、面積比 AR や即発中性子減衰定数  $\alpha$  の実験結果を用いて実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  の不確かさ低減が可能であり、実効遅発中性子割合  $\beta_{\text{eff}}$  については面積比 AR と即発中性子減衰定数  $\alpha$  の値を併用することによって不確かさ低減を行えることが分かった。

また、図 4.36 と図 4.38 を比較すると、面積比 $AR$ を利用した実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の不確かさ低減の際に、Shutdown+P 体系では不確かさの低減の度合いは 40%程度にとどまったところ、All rods in 体系では 20%未満まで低減できている。これは All rods in 体系のほうが面積比 $AR$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の相関が強いためである。

一方、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ については、All rods in 体系では面積比 $AR$ を利用した場合にも不確かさが低減されづらい。また、面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を併用した場合にも不確かさの低減度合いは約 36%に留まっている。これは面積比 $AR$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の相関が弱いためである。

#### 4.4.2.3 実験体系と異なる未臨界体系に対するバイアス因子法の適用性の評価

次に、実験体系として Shutdown+P 体系を利用し、実験体系とは異なる未臨界体系である All rods in 体系を設計体系とみなすことで、実験体系と異なる体系に対するバイアス因子法の適用性について評価する。本節では、設計対象における実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ だけではなく、即発中性子減衰定数 $\alpha$ についてもバイアス因子法の適用を行うことで、設計対象における補正結果と実験結果を比較した検討を試みる。

まず、All rods in 体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ 、即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対するバイアス因子法の適用結果を表 4.13 に示す。

表 4.13 Shutdown+P 体系実験結果を用いた All rods in 体系のバイアス因子法適用結果

	$k_{\text{eff}}$	$\sigma_k$	$\beta_{\text{eff}}$	$\sigma_\beta$	$\alpha [s^{-1}]$	$\sigma_\alpha [s^{-1}]$
補正前	0.98391	0.00728(0.74%)	0.007315	0.000349(4.8%)	606	193(32%)
$\alpha$	0.98333	0.00051(0.052%)	0.007318	0.00035(4.7%)	621.0	9.5(1.5%)
AR(#1)	0.9868	0.0029(0.30%)	0.007362	0.00033(4.5%)	531	85(16%)
$\alpha, AR(\#1)$	0.98369	0.00040(0.040%)	0.007702	0.000085(1.1%)	621.2	9.5(1.5%)
AR(#1, #2)	0.9792	0.0018(0.19%)	0.008093	0.00025(3.0%)	749	54(7.3%)
実験結果(#1)	-	-	-	-	682.4	1.4(0.21%)

また、表 4.13 の結果のうち実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ および実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ についての結果を図 4.39 に示す。図 4.39 においても、横軸のうち右 4 項目のラベルは、補正に利用した Shutdown+P 体系における実験対象を表す。

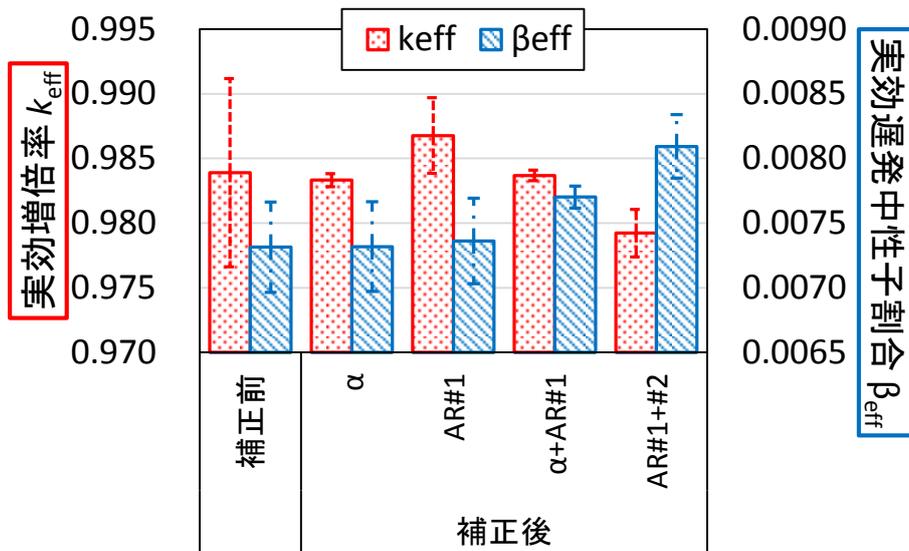


図 4.39 All rods in 体系に対するバイアス因子法の適用結果

図 4.39 の結果より、Shutdown+P 体系における実験結果を利用した場合、All rods in 体系に対しても Shutdown+P 体系と同様に、面積比ARや即発中性子減衰定数 $\alpha$ の値を用いることで実効増倍率 $k_{eff}$ の不確かさが低減することができ、実効遅発中性子割合 $\beta_{eff}$ については面積比ARと即発中性子減衰定数 $\alpha$ を併用することで不確かさが低減できることが確認された。

次に、不確かさの低減の度合いをより具体的に確認するため、実効増倍率 $k_{eff}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{eff}$ それぞれの補正後の標準偏差について、補正前の標準偏差に対する比率を%で表示した結果を図 4.40 に示す。図 4.40 中の各凡例は補正に利用した実験値を示している。

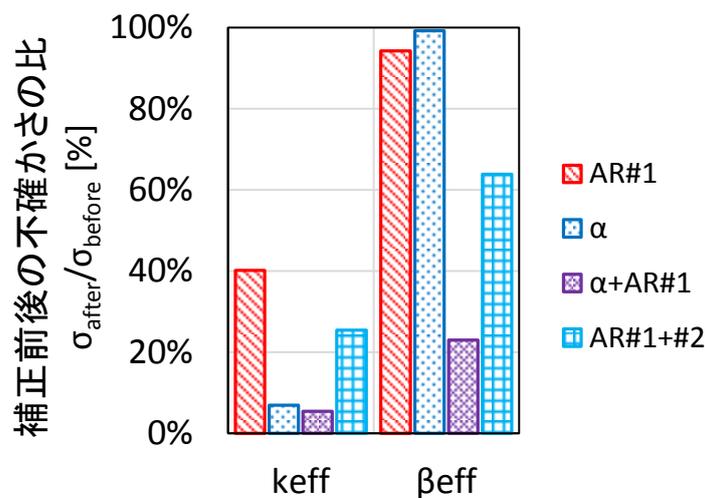


図 4.40 Shutdown+P 体系の実験結果を利用した All rods in 体系の不確かさ低減度合い

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ については、特に即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用した場合には補正後/補正前の不確かさの比率は約7%まで減少することが確認できる。また、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ は、面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ を併用することで、不確かさの比率は約23%程度まで減少することが分かる。

これらの結果は、Shutdown+P 体系自身に対する適用結果とほぼ同等である。これは、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ や実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ は、異なる体系の間でも相関係数はほぼ1となっており、体系間の相関が強いためである。

次に、All rods in 体系における、即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対するバイアス因子法の適用結果を以下の図4.41に示す。この図4.41の縦軸は、 $\alpha$ の補正後の値と真値の差を補正後の標準偏差 $\sigma$ で割った値を示し、これが1以下であれば補正後の値の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲内に実験結果が含まれることを示す。また、図4.41の横軸のうち、補正後の4項目のラベルは、補正に利用したShutdown+P 体系における実験対象を表す。

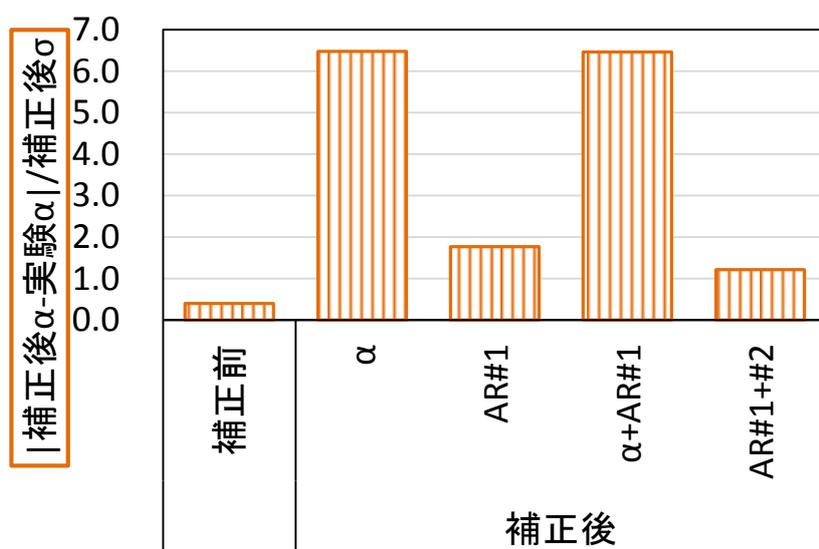


図 4.41 All rods in 体系の即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対するバイアス因子法の適用結果

図4.41の結果より、Shutdown+P 体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ の実験値を利用した場合、All rods in 体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ の補正後の値の不確かさ $\pm 1\sigma$ の範囲内には、実験結果が含まれないという結果が得られた。面積比 $AR$ の実験値を用いた場合には、利用した検出器が1つの場合と2つの場合ともに実験結果は補正後の不確かさ $\pm 2\sigma$ の範囲内に含まれている。即発中性子減衰定数 $\alpha$ の実験値を用いた場合には、実験結果と補正結果の期待値の差は、補正後の不確かさ $\sigma$ に対して $6.5\sigma$ となり、実験結果と補正結果は一致しない。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ の補正が上手くいかない原因について、即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析結果と実験結果について比較することで、考察を行う。以下の図4.42に、All rods in 体系

と Shutdown+P 体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ について、ランダムサンプリングした解析結果の一部と実験による測定結果を示す。

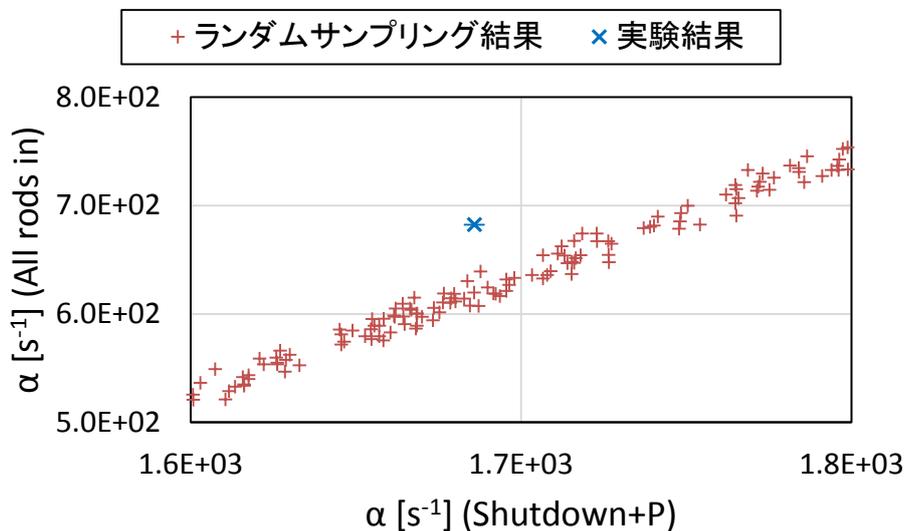


図 4.42 All rods in 体系と Shutdown+P 体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ のランダムサンプリング結果と実験結果の比較

図 4.42 から、2つの体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ の実験結果は、ランダムサンプリングにて得られた即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析結果の存在する範囲に含まれていないことが分かる。よって、実験や解析の際に、即発中性子減衰定数 $\alpha$ やその不確かさを適切に評価できていないことが原因である。バイアス因子法を適用する前の不確かさ評価では、それぞれの体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ の実験結果は解析結果の核データ起因の不確かさの範囲内に入っていたため適切としたものの、体系間の相関を考慮すると実際には核データ起因の不確かさのみを考慮するのは不適切であったといえる。

即発中性子減衰定数 $\alpha$ の評価の不確かさの要因には、以下に挙げるようなものがある。

① 測定の不確かさ

即発中性子減衰定数の解析の際には式(4.3.17)の即発中性子のみを考慮した固有値方程式を解いた際の、基本モードの固有値として得ている。一方、実験時の測定においては、図 4.10 のように、中性子入射直後の一部の期間を除いた、1 周期分の計数率の変化について指数関数へのフィッティングを行っている。フィッティングの結果には、減衰が早い高次モードの成分や、減衰の遅い遅発中性子の影響が含まれているため、基本モードの固有値とは完全には一致せず、実験結果の不確かさとして考慮しているフィッティングの不確かさとは別の不確かさがある。これを改善するためには、高次モードや遅発中性子の影響が小さな範囲にて即発中性子減衰定数をフィッティングする必要がある。

② 計算手法起因の不確かさ

即発中性子減衰定数の解析の際には、即発中性子減衰定数 $\alpha$ の計算手法に起因する不確かさが存在する。4.3.2.1において、SCALE/PARTISNによる解析結果とMCNP6.1による解析結果の比較により、実効増倍率については核データ起因の不確かさよりも小さな誤差が生じ、実効遅発中性子割合については同等の不確かさが生ずることが確認できた。この原因としては、1.体系の均質化や菓子折りギャップの省略といった体系設定の簡略化や、2. SCALE6.2.2/NEWTやPARTISN5.97による計算時のメッシュ幅や角度分点の設定など、本研究にて解析を行う際に加えた様々な近似が考えられる。そして、本研究においては、即発中性子減衰定数や面積比の計算手法に起因する不確かさを評価できておらず、この不確かさを考慮していない。このため、計算手法起因の不確かさ・相関の評価が課題となる。

ここで、即発中性子減衰定数へのバイアス因子法の適用について、計算手法に起因する不確かさを仮定して考慮した検討を行う。ここでは、①即発中性子減衰定数および面積比について、計算手法に起因する分散を実験値と解析結果の差の2乗と設定し、②計算手法に起因する相関係数を2体系の即発中性子減衰定数間では1、その他のパラメータ間では0と設定する。このとき、Shutdown+P体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ の実験結果を用いた、All rods in体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対するバイアス因子法の適用結果を図4.43に示す。

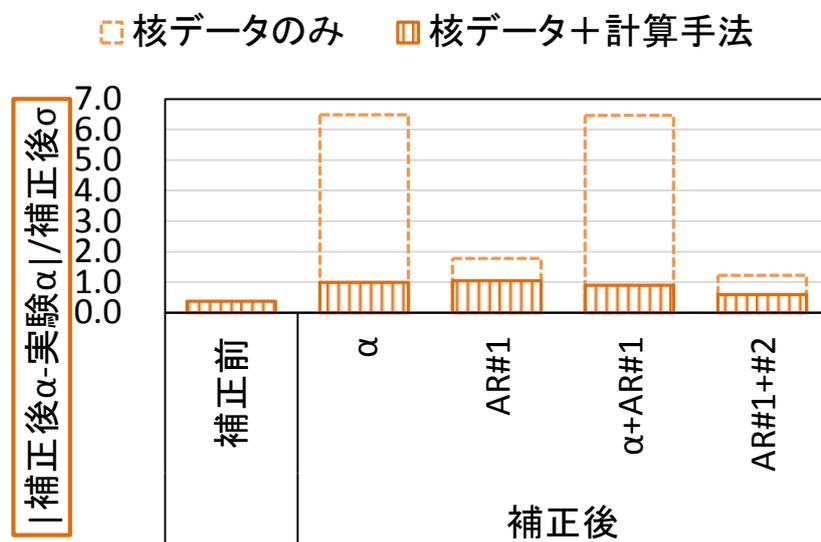


図 4.43 計算手法に起因する不確かさを仮定した  
即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対するバイアス因子法の適用結果

図 4.43 より、All rods in 体系における即発中性子減衰定数の補正結果は、いずれの実験結果を用いた場合にも、不確かさ $\pm$ 約 $1\sigma$ の範囲内に実験値を含むようになることが分かった。このため、即発中性子減衰定数の計算手法に起因する不確かさの大きさは、実験値と解析結

果の差と同程度であると推測される。

### ③ 核データ以外の入力パラメータに起因する不確かさ

解析の不確かさの要因として、核データや計算手法の不確かさの他には、体系の形状や大きさ(製造公差)や、体系を構成する物質の組成の不確かさが存在する。これらの入力パラメータに起因する不確かさや相関の評価も、今後の課題となる。

## 4.5 本章のまとめ

本章では、京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)において実施された未臨界実験の結果を用いて、提案手法の適用性を評価した。

まず、4.2節においては、本研究にて利用した KUCA 架台におけるパルス中性子法実験について、その概要と結果を述べた。本研究にて利用した未臨界実験は、A3/8”p36-EU-NU(3)という構成の炉心にて、DT 中性子源を用いて行われたものであり、パルス中性子法によって面積比 $AR$ と即発中性子減衰定数 $\alpha$ の測定が行われている。

次に、4.3節では KUCA の実験体系の解析手順および解析条件について述べた。本研究では、SCALE6.2.2 の Sampler モジュールによる核データのランダムサンプリング、TRITON モジュールによる少数群均質化断面積の評価と、PARTISN5.97 による中性子輸送計算を組み合わせ、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ ・実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ ・面積比 $AR$ ・即発中性子減衰定数 $\alpha$ の解析を行った。また、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ については過去の研究にて行われた連続エネルギーモンテカルロ法による解析と比較して、妥当性の検証を行った。また、面積比 $AR$ ・即発中性子減衰定数 $\alpha$ については、実験結果と比較することで妥当性の検証を行った。

そして4.4節においては、4.3節にて行った解析に対し、4.2節にて述べた未臨界実験結果を用いることで、バイアス因子法による不確かさ低減への未臨界実験結果の適用性評価を行った。本章においては、解析の不確かさとしては核データに起因する不確かさのみを考慮し、実験で用いられた複数の体系の核特性パラメータに対して提案手法を適用した。この結果として、未臨界実験によって測定された面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ を測定した結果を用いることで、測定体系と同一の体系に限らず、実験対象との相関が強い実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の解析の核データ起因の不確かさを低減可能であることを実証することができた。さらに、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ を併用した場合には、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ に加えて、相関の弱い実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさを低減可能であることを確認した。定量的には、本研究で使用した KUCA 未臨界実験の場合には、 $\alpha$ と $AR$ を併用してデータ同化した場合には $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさを約23%まで減少できることが分かった。

また、Shutdown+P 体系にて測定された即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用し、別途測定が行われた All rods in 体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対して提案手法を適用することで、実験値との比較を行い、提案手法による即発中性子減衰定数の補正の妥当性を評価した。その結

果、即発中性子減衰定数の補正結果は、バイアス因子法適用後の不確かさ  $6.5\sigma$ 内に測定結果が存在する結果となり、不確かさが大きく過小評価される問題が明らかとなった。この原因は、即発中性子減衰定数や面積比を用いた解析において、不確かさとして核データに起因する不確かさのみを考慮することでは不十分となることを考察した。影響を及ぼす不確かさの要因としては、即発中性子減衰定数の測定における高次モードおよび遅発中性子の影響や、計算手法に起因する不確かさ、核データ以外の入力パラメータに起因する不確かさが考えられる。

## 第5章 結論

### 5.1 まとめ

本研究の背景として、ADS の炉心解析に伴う不確かさを改善するために、未臨界実験データの ADS 設計改善への応用が期待されている。しかしこれまでは、未臨界実験で得られる即発中性子減衰定数や面積比といった物理量は、原子炉の性能評価に用いられる実効増倍率や反応度(制御棒反応度値など)といった核特性パラメータと直接一致するものではなく、複雑な換算を行う必要があることから、バイアス因子法によって臨界体系の設計精度改善に用いることが難しいとされてきた。また、バイアス因子法による不確かさ改善にて必要な、未臨界実験で測定される物理量の、解析不確かさや核特性パラメータとの相関評価の方法も未確立であった。

そこで本研究では、未臨界実験で測定される物理量と核特性パラメータの相関を、ランダムサンプリング法を利用することで評価し、これを核特性パラメータに変換せず直接利用する、未臨界実験データを用いたバイアス因子法を開発した。

第2章においては、本研究にて提案する手法の基礎となる、ランダムサンプリング法を用いたバイアス因子法と、未臨界実験の測定値に対する数値解析の方法について述べ、これに基づいて提案手法についての説明を行った。本研究においては、未臨界実験にて得られるパラメータについて、実験値を実効増倍率などに変換することなく、ランダムサンプリング法を用いて直接の解析を行うことで利用する手法を提案した。

第3章においては、MA 装荷 ADS 炉心を模した1次元の炉心体系を対象として、数値実験を用いてデータ同化の妥当性を評価する、双子実験による未臨界実験データの適用性の検証を行った。この結果、面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ を測定した結果を用いることで、同じ体系の実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の解析の核データ起因の不確かさを半分程度に低減することが可能であることが分かった。さらに、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ を併用することにより、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の不確かさをさらに低減するだけでなく、これまで不確かさ改善が難しいとされてきた実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ についても、不確かさを4割程度低減可能であることを明らかにした。ただし、実験対象である $\alpha$ や $AR$ と補正対象である $k_{\text{eff}}$ や $\beta_{\text{eff}}$ の関係の非線形性が原因で、実験結果が解析結果と大きく異なる場合に、補正対象の真値が補正結果の不確かさの範囲に入らない可能性が高くなることが分かった。これに対しては、不確かさ $\pm 1\sigma$ の被覆確率が正規分布における値よりも高くなるため、実験結果と解析結果の差が大きすぎなければ、実用上は問題にならないことを確認した。また、実験対象である $\alpha$ や $AR$ 自身の不確かさが正規分布から外れることから、補正対象である $k_{\text{eff}}$ や $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさの分布も正規分布から外れるようになることが分かった。

第4章においては、京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)にて複数の体系において実施された未臨界実験の結果を用いて、提案手法の適用性を評価した。この結果として、未臨界実

験によって測定された面積比 $AR$ や即発中性子減衰定数 $\alpha$ を測定した結果を用いることで、測定体系と同一の体系に限らず、実験対象との相関が強い実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ の解析の核データ起因の不確かさを低減可能であることを実証することができた。さらに、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ を併用した場合に、相関の弱い実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさも8割近く低減可能であることを確認した。また、ある体系にて測定された即発中性子減衰定数 $\alpha$ を利用し、別途測定が行われた体系における即発中性子減衰定数 $\alpha$ に対して提案手法を適用することで、実験値との比較を行い、提案手法による即発中性子減衰定数の補正の妥当性を評価した。その結果、即発中性子減衰定数の補正結果は、バイアス因子法適用後の不確かさ $6.5\sigma$ 内に測定結果が存在する結果となり、不確かさが大きく過小評価される問題が明らかとなった。この原因は、即発中性子減衰定数や面積比を用いた解析において、不確かさとして核データに起因する不確かさのみを考慮することでは不十分となることである。この原因としては、即発中性子減衰定数の測定における高次モードおよび遅発中性子の影響や、計算手法に起因する不確かさ、核データ以外の入力パラメータに起因する不確かさが考えられる。

これらの基礎的な検証の結果、本手法を利用することで、未臨界実験データを利用した未臨界体系の炉心解析における、核データに起因する不確かさの低減が可能であることが分かった。また、即発中性子減衰定数 $\alpha$ と面積比 $AR$ の測定結果を併用することで、実効遅発中性子割合 $\beta_{\text{eff}}$ の不確かさを低減することが可能であることを発見した。ただし、本手法の適用には複数の課題があり、さらなる手法の改良を行う必要があることが分かった。これらの課題を次節に記す。

## 5.2 今後の課題

本研究を通じて、未臨界実験の結果を活用してランダムサンプリング法に基づくバイアス因子法を適用する際には、以下に挙げるいくつかの課題が明らかとなった。

- 核データ以外に起因する不確かさの評価と考慮

第4章における実際の実験を利用した検討においては、即発中性子減衰定数に対する本手法の適用において、補正結果が実験値と合わず、不確かさを大きく過小評価することが分かった。この原因として、即発中性子減衰定数の値を核データに起因する不確かさの範囲内では解析できていないことが挙げられる。この問題を解決するためには、核データ以外の入力パラメータや、利用する解析手法、モデルの近似に伴う不確かさを適切に評価する必要がある。

- 利用する実験対象と補正対象の関係の非線形性

第3章における双子実験の結果から、即発中性子減衰定数や面積比と実効増倍率の核データ起因の不確かさには、非線形性が存在することが分かった。この結果、実験結果と解析結果が大きく乖離していた場合に、高確率で補正後の結果が真値から外れることが確認

された。この原因は、バイアス因子法において、実験対象と補正対象の関係を線形に近似して取り扱うためである。そこで、このような非線形性を考慮した補正を行えるよう、手法を改良する必要がある。この改良方法の一つとして、実験対象と補正対象の関係を多次関数で取り扱えるようにすることや、粒子フィルタを用いたデータ同化手法の利用[52]が挙げられる。

- ランダムサンプリングにおける超臨界サンプルの取り扱い

ランダムサンプリング法に基づいた核データ起因の不確かさおよび相関の評価を行う際には、数値計算上の問題点として、核データに摂動を与えたサンプルを生成した際に、体系が超臨界となるサンプルが生じることがある。未臨界実験解析において、面積比の測定値の解析は超臨界となったサンプルでは正しく行えないため、この取り扱いを検討する必要がある。また、超臨界体系での解析が不要な、未臨界実験解析の不確かさおよび相関の評価手法を開発する必要がある。

## 参考文献

- [1] 高野秀機, ”高レベル放射性廃棄物処分としての加速器駆動核変換技術の現状と展望,” RIST ニュース, No.35, <http://www.rist.or.jp/mews/35/02-18.pdf> (2003) (2015/10 アクセス).
- [2] 大井川宏之, ”放射性廃棄物の核変換技術への挑戦,” 原子力機構 第 9 回東海フォーラム, <https://www.jaea.go.jp/04/tokai/forum2014/oigawa.pdf> (2013) (2016/01 アクセス).
- [3] K. Shibata, et al, “JENDL-4.0: A New Library for Nuclear Science and Engineering,” *J. Nucl. Sci. Technol.* **48**, pp. 1-30 (2011).
- [4] “1 原子炉物理 (シリーズ: 現代核科学の基礎),” 日本原子力学会 (2008).
- [5] 「未臨界実験データ評価」研究専門委員会, “未臨界実験データ評価研究専門委員会報告書,” 日本原子力学会, (2011).
- [6] 小林啓祐, “原子炉物理,” コロナ社, ISBN 4-339-06583-8 (1996).
- [7] K. Tsujimoto, T. Sasa, K. Nishihara, H. Oigawa, H. Takano, “Neutronics Design for Lead-Bismuth Cooled Accelerator-Driven System for Transmutation of Minor Actinide,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **41**, pp.21-36 (2004).
- [8] 佐藤駿介, “燃焼度クレジット導入に資するための不確かさ評価,” 修士論文, 名古屋大学大学院 (2014).
- [9] G. Chiba, C. H. Pyeon, W. F. G. van Rooijen, T. Endo, “Nuclear data-induced uncertainty quantification of neutronics parameters of accelerator-driven system,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **53**, pp.1653-1661 (2016).
- [10] H. Iwamoto, K. Nishihara, T. Sugawara, K. Tsujimoto, “Sensitivity and uncertainty analysis for an accelerator-driven system with JENDL-4.0,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **50**, pp.856-862 (2013).
- [11] “ENDF/B-VII.1 Nuclear Data for Science and Technology: Cross Sections, Covariances, Fission Product Yields and Decay Data,” *Nucl. Data Sheets*, **112**, 12, pp. 2887–2996 (2011).
- [12] 日本原子力研究開発機構, “未来を拓く原子力 原子力機構の研究開発成果 8-1 大規模模擬実験に頼らず核設計予測精度を確認する,” [http://jolifukyu.tokai-sc.jaea.go.jp/fukyu/revview\\_jp/2010/8\\_1f8\\_3.html](http://jolifukyu.tokai-sc.jaea.go.jp/fukyu/revview_jp/2010/8_1f8_3.html) (2010) (2017/4 アクセス).
- [13] 山本章夫, “不確かさ評価の基礎,” 第 44 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp.21-63 (2012).
- [14] 千葉豪, “決定論的感度解析手法,” 第 44 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp.101-120 (2012).
- [15] 原昭浩, 竹田敏一, 菊池康之, “SAGEP: 一般化摂動論に基づく二次元感度解析コード,” JAERI-M 84-027, 日本原子力研究所 (1984).
- [16] A. Yamamoto, et al., “Uncertainty Quantification of LWR Core Characteristics Using Random Sampling Method,” *Nucl. Sci. Eng.*, **181**, 2, pp. 160-174 (2015).
- [17] T. Endo, G. Chiba, W. F. G. van Rooijen, M. Yamanaka, C. H. Pyeon, “Experimental analysis and

- uncertainty quantification using random sampling technique for ADS experiments at KUCA,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, (accepted).
- [18] N. G. Sjöstrand, “Measurements on a Subcritical Reactor Using a Pulsed Neutron Source,” *Arkiv för Fysik*, **11**, 13, pp.233-246 (1956).
- [19] A. Talamo, et al., “Impact of the neutron detector choice on Bell and Glasstone spatial correction factor for subcriticality measurement,” *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A*, **668**, pp.71-82 (2012).
- [20] B. E. Simmons and J. S. King, “Neutron Technique for Reactivity Determination,” *Nucl. Sci. Eng.*, **3**, pp.595-608 (1958).
- [21] R. P. Feynman, F. De Hoffmann, R. Serber, “Dispersion of the Neutron Emission in U-235 Fission,” *J. Nucl. Eng.*, **3**, pp. 64- 69 (1956).
- [22] T. Kamei, T. Yoshida, “Error Due to Nuclear Data Uncertainties in the Prediction of Large Liquid-Metal Fast Breeder Reactor Core Performance Parameters,” *Nucl. Sci. Eng.*, **84**, pp. 83-97 (1983).
- [23] T. Sano, T. Takeda, “Generalized bias factor method for accurate prediction of neutronic characteristics,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **43**, 1465 (2006).
- [24] T. Kugo, T. Mori, T. Takeda, “Theoretical study on new bias factor methods to effectively use critical experiments for improvement of prediction accuracy of neutronics characteristics,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**, pp.1509-1517 (2007).
- [25] G. Chiba, T. Endo, W. F. G. van Rooijen, C. H. Pyeon, “On prediction accuracy of neutronics parameters of accelerator-driven system,” *Proc. Int. Conf. ND2016*, Bruges, Belgium, Sep. 11-16, 2016, Semico nv (2016).
- [26] T. Kugo, et al., “Prediction Accuracy Improvement of Neutronic Characteristics of a Breeding Light Water Reactor Core by Extended Bias Factor Methods with Use of FCA-XXII-1 Critical Experiments,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **45**, pp.288-303 (2008).
- [27] Tomohiro Endo, Akio Yamamoto and Tomoaki Watanabe, “Bias factor method using random sampling technique,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **53**, 10, pp.1494-1501 (2016).
- [28] G. I. Bell and S. Glasstone, *Nuclear Reactor Theory*, Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 546-554 (1970).
- [29] 樋口知之, “データ同化入門 一次世代のシミュレーション技術,” 朝倉書店, 東京都, p.125-131, ISBN978-4-254-12786-7 (2011).
- [30] 岩元 大樹, 西原 健司, 方野 量太, 福島 昌宏, 辻本 和文, “核変換物理実験施設を用いた炉物理実験による加速器駆動核変換システム炉物理パラメータの不確かさの低減効果,” JAEA-Research 2014-033, 日本原子力研究開発機構 (2015).
- [31] “SCALE Code System,” ORNL/TM-2005/39, Version 6.2.1, Oak Ridge National Laboratory (2016).
- [32] 山本章夫, “拡散方程式の数値解法の基礎,” 第36回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本

- 原子力学会, pp.47-80 (2004).
- [33] Gaël Guennebaud, “Eigen: a c++ linear algebra library,” Libraries for scientific computing, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, May 15th, 2013 (2013).
- [34] “ENDF/B-VII.0: Next Generation Evaluated Nuclear Data Library for Nuclear Science and Technology,” *Nucl. Data Sheets*, **107**, 12, pp. 2931-3060 (2006).
- [35] “ENDF/B-VII Nuclear Data Libraries for SCALE 6,” *ANS*, April 12–15, 2009, Hilton Head, SC (2009).
- [36] T. GOORLEY, et al., “Initial MCNP6 Release Overview – MCNP6 Version 1.0,” LA-UR-13-22934, Los Alamos National Laboratory (2013).
- [37] “高速炉用 ORIGEN ライブラリーの作成,” PNC-TJ9164 96-024, p.18, 東芝 (1996).
- [38] 千葉豪, “共鳴自己遮蔽効果と実効断面積,” [http://roko.eng.hokudai.ac.jp/studentadm/chiba\\_data/resonance/sse.r2.pdf](http://roko.eng.hokudai.ac.jp/studentadm/chiba_data/resonance/sse.r2.pdf) (2016) (2017/10 アクセス).
- [39] 東京大学教養学部統計学教室 編, “統計学入門,” 東京大学出版会, 東京都, p.120-123, ISBN978-4-13-042065-5 (1991).
- [40] Jarque, Carlos M., Bera, Anil K., “A test for normality of observations and regression residuals,” *International Statistical Review*, **55**, 2, pp.163-172 (1987).
- [41] 三澤毅, 宇根崎博信, 卞哲浩, “原子炉物理実験,” 京都大学術出版会, 京都府, ISBN 978-4876989775 (2010).
- [42] Thanh MaiVu, et al., “Accuracy of thorium cross section of JENDL-4.0 library in thorium based fuel core evaluation,” *Ann. Nucl. Energy*, **57**, pp.173-178 (2013).
- [43] 京都大学原子炉実験所, “原子炉実験所における共同利用 | 京都大学原子炉実験所”, <http://www.rri.kyoto-u.ac.jp/inter-univ/intro> (2018/1 アクセス).
- [44] 塩澤武司, “固有中性子源を用いた中性子源増倍法と Feynman- $\alpha$ 法による未臨界度測定に関する研究,” 修士論文, 名古屋大学大学院 (2015).
- [45] 塩澤武司, 遠藤知弘, 山本章夫, “検出中性子増倍率に基づく固有中性子源増倍法の補正,” 日本原子力学会 2014 年秋の大会, 京都大学, 9 月 8 日-10 日, N52 (2014).
- [46] T. Shiozawa, T. Endo, A. Yamamoto, C. H. Pyeon, T. Yagi, “Subcriticality Measurement Technique Using Inherent Neutron Source in Uranium Fuel,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **109**, pp. 826-829 (2013). [CD-ROM]
- [47] “京都大学臨界集合体実験装置における加速器駆動システムの実験ベンチマーク,” KURRI-TR-444, ISSN 0287-9808 (2012).
- [48] B. T. Rearden and M.A. Jessee, Eds., “SCALE Code System,” ORNL/TM-2005/39, Version 6.2.2, Oak Ridge National Laboratory (2017).
- [49] R. E. Alcouffe, R. S. Baker, J. A. Dahl, et al., “PARTISN: A Time-Dependent, Parallel Neutral Particle Transport Code System,” LA-UR-08-07258, Los Alamos National Laboratory (2008).
- [50] T. Endo, A. Yamamoto, “Development of New Solid Angle Quadrature Setsto Satisfy E

- ven- and Odd-Moment Conditions,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**, pp. 1249-1258 (2007).
- [51] T. Endo, A. Yamamoto, “Theoretical Expression of Area Ratio Method Using Detected-Neutron Multiplication Factor,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **113**, pp. 1208-1211 (2015). [CD-ROM]
- [52] 遠藤知弘, 山本章夫, “未臨界実験を活用したデータ同化手法に関する研究,” 日本原子力学会 2017 年秋の大会, 北海道大学, 9 月 13 日-15 日, 3G11 (2017).

## 公刊論文リスト

- [1] T. Kimura, T. Endo, A. Yamamoto, "Uncertainty Quantification of Spatial Correction Factor for Sjöstrand Method due to Cross-Section Data," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **115**, pp.1081-1084 (2016).
- [2] 木村俊貴, 遠藤知弘, 山本章夫, “ADS 炉心におけるベル因子の不確かさ評価,” 日本原子力学会 2017 年春の年会, 東北大学, 3 月 27 日-29 日, 1F01 (2017).
- [3] T. Kimura, T. Endo, A. Yamamoto, "Uncertainty Quantification of Bell Factor for Sjöstrand Method due to Cross-section Data for MA core," *Proc. M&C2017*, Apr.16-20, 2017, Jeju, Korea (2017).
- [4] 木村俊貴, 遠藤知弘, 山本章夫, “未臨界実験データを用いた実効遅発中性子割合に対するバイアス因子法の適用,” 日本原子力学会 2017 年秋の大会, 北海道大学, 9 月 13 日-15 日, 3G13 (2017).

## B.4 自作一次元中性子拡散計算コード

### B.4.1 差分化による中性子拡散方程式の行列演算化

第 3 章で用いた自作拡散計算コードについて、中性子拡散方程式の差分化について本項で述べる。

本研究にて ADS を模した 1 次元円柱体系における炉心解析( $k_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}$ の解析)および実験解析( $\alpha, AR$ の解析)を行うにあたり、1 次元多群の拡散計算コードを整備しこれを利用した。この計算コードは、遠藤先生によって作成された、行列演算ライブラリ Eigen[33]を用いた 1 次元 2 群拡散計算コードを参考に作成している。

実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ を求める臨界計算においては、式(1.1.1)に示す 1 次元の拡散方程式を解く。

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial}{\partial r} \phi(r, E) + \Sigma_t(r, E) \phi(r, E) \\ & = \frac{\chi(r, E)}{k_{\text{eff}}} \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(r, E') \phi(r, E) + \int_0^\infty dE' \Sigma_s(r, E' \rightarrow E) \phi(r, E) \end{aligned} \quad (\text{B.4.1})$$

式(B.4.1)において、 $r$ は中心からの半径を示す。

また、外部中性子源を考慮した中性子束の計算であれば、式(B.4.2)を解く。

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial}{\partial r} \phi(r, E) + \Sigma_t(r, E) \phi(r, E) \\ & = \chi(r, E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(r, E') \phi(r, E) + \int_0^\infty dE' \Sigma_s(r, E' \rightarrow E) \phi(r, E) + S(r, E) \end{aligned} \quad (\text{B.4.2})$$

式(B.4.1)や式(B.4.2)の左辺第 1 項目を拡散項と呼び、これを差分近似によって離散化するこ

とを、差分化と呼ぶ。中性子拡散方程式の差分化は、第 36 回炉物理夏期セミナーにおける山本先生の講義資料[32]を参考に、以下の手順で行っている。

まず、ある $j$ 番目のメッシュの幅を $\Delta r_j$ として、1次元空間を1番から $N$ 番まで全部で $N$ 個のメッシュに分割する。このメッシュの分割は等間隔でなくてもよいが、メッシュ内での断面積が一定となるように分割する。ある $j$ 番目の空間メッシュは、メッシュの内面の位置を $r_j$ として、以下の範囲に設定する。

$$r_j \leq r \leq r_j + \Delta r_j \quad (\text{B.4.3})$$

$$r_j \equiv \sum_{i=1}^{j-1} \Delta r_i \quad (\text{B.4.4})$$

また、エネルギーについても $G$ 個の群に分割し、 $g$ 群のエネルギーを以下の範囲に設定する。

$$E_{g-1} \leq E \leq E_g \quad (\text{B.4.5})$$

$$\Delta E_g = E_g - E_{g-1} \quad (\text{B.4.6})$$

次に、ある $g$ 群 $j$ 番目のメッシュにおいて差分化された中性子束を $\phi_{g,j}$ と定義する。 $\phi_{g,j}$ はメッシュ内の平均値として、式(B.4.7)によって定義する値である。

$$\phi_{g,j} \equiv \frac{1}{\Delta E_g} \int_{E_{g-1}}^{E_g} dE \frac{1}{\pi(r_j + \Delta r_j)^2 - \pi r_j^2} \int_{r_j}^{r_j + \Delta r_j} dr 2\pi r \phi(r, E) \quad (\text{B.4.7})$$

ある反応 $n$ の断面積 $\Sigma_n(r, E)$ や中性子源 $S_g(r, E)$ なども、中性子束と同様にメッシュ内の平均値を $\Sigma_{n,g,j}$ 、 $S_{g,j}$ と定義する。例えば中性子源 $S_{g,j}$ は式(B.4.8)によって表される。

$$S_{g,j} \equiv \frac{1}{\Delta E_g} \int_{E_{g-1}}^{E_g} dE \frac{1}{\pi(r_j + \Delta r_j)^2 - \pi r_j^2} \int_{r_j}^{r_j + \Delta r_j} dr 2\pi r S_g(r, E) \quad (\text{B.4.8})$$

式(B.4.1)および式(B.4.2)の左辺第1項目を拡散項と呼び、この項について拡散近似をもとにメッシュ両端での中性子流 $J$ の出入りを保存するように近似を行う。ただしこの近似を行うにあたり、式(B.4.1)や式(B.4.2)の拡散方程式は項が多く煩雑であるため、簡略に拡散項以外の項を $Q(r, E)$ としてまとめた、式(B.4.9)を利用して説明する。

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial}{\partial r} \phi(r, E) = Q(r, E) \quad (\text{B.4.9})$$

ある $g$ 群のある $j$ 番目のメッシュにて、正味の中性子流を $J_{g,j}$ 、外面からの正味の流出量を $J_{+,g,j}$ 、内面からの正味の流入量を $J_{-,g,j}$ とする。中性子流の保存を考えると、 $j$ 番目のメッシュにおいて内面および外面の中性子流(中性子流の各面上での積分値)、および発生量(メッシュ内での積分値)の収支が一致する必要があるため、式(B.4.10)の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
& J_{+,g,j} \times 2\pi(r_j + \Delta r_j) - J_{-,g,j} \times 2\pi r_j \\
&= \frac{1}{\Delta E_g} \int_{E_{g-1}}^{E_g} dE \frac{1}{\pi(r_j + \Delta r_j)^2 - \pi r_j^2} \int_{r_j}^{r_j + \Delta x_j} dr 2\pi r Q \\
&= \left\{ \pi(r_j + \Delta r_j)^2 - \pi r_j^2 \right\} Q_{g,j} \\
&= \pi(2r_j \Delta r_j + \Delta r_j^2) Q_{g,j}
\end{aligned} \tag{B.4.10}$$

この式(B.4.10)は、式(B.4.11)の形に変形できる。

$$\begin{cases} \frac{J_{+,g,j}}{\Delta r_j} \times \frac{2(r_j + \Delta r_j)}{2r_j + \Delta r_j} - \frac{J_{-,g,j}}{\Delta r_j} \times \frac{2r_j}{2r_j + \Delta r_j} = Q_{g,j} & (r \neq 0) \\ \frac{J_{+,g,j}}{\Delta r_j} \times 2 = Q_{g,j} & (r = 0) \end{cases} \tag{B.4.11}$$

式(B.4.11)は、式(B.4.9)に対して式(B.4.7)および式(B.4.8)と同様にエネルギーおよび空間の離散化を行った形である。よって、拡散項は式(B.4.12)のように置き換えられる。

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial}{\partial r} \phi(r, E) \approx \begin{cases} \frac{J_{+,g,j}}{\Delta r_j} \times \frac{2(r_j + \Delta r_j)}{2r_j + \Delta r_j} - \frac{J_{-,g,j}}{\Delta r_j} \times \frac{2r_j}{2r_j + \Delta r_j} & (r \neq 0) \\ \frac{J_{+,g,j}}{\Delta r_j} \times 2 & (r = 0) \end{cases} \tag{B.4.12}$$

中性子流の保存を考えると、 $j$ 番目の流出量 $J_{+,g,j}$ と流入量 $J_{-,g,j}$ はそれぞれ $j+1$ 番目からの流出量 $J_{-,g,j+1}$ および $j-1$ 番目からの流入量 $J_{+,g,j-1}$ と一致し、式(B.4.13)および式(B.4.14)の関係が成り立つ。

$$J_{+,g,j} = J_{-,g,j+1} \tag{B.4.13}$$

$$J_{-,g,j} = J_{+,g,j-1} \tag{B.4.14}$$

ここで $j$ 番目のメッシュと $j+1$ 番目のメッシュの境界での中性子束 $\phi_{g,j+1/2}$ を考え、中性子流 $J_{+,g,j}$ および $J_{-,g,j+1}$ をそれぞれ前進差分近似と後退差分近似によって式(B.4.15)および式(B.4.16)によって表す。

$$J_{+,g,j} = -D_{g,j} \left. \frac{d\phi_{g,j}}{dr} \right|_{j=j+1/2} \approx -D_{g,j} \frac{\phi_{g,j+1/2} - \phi_{g,j}}{\frac{\Delta r_j}{2}} \tag{B.4.15}$$

$$J_{-,g,j+1} = -D_{g,j+1} \left. \frac{d\phi_{g,j}}{dr} \right|_{j=j+1/2} \approx -D_{g,j+1} \frac{\phi_{g,j+1} - \phi_{g,j+1/2}}{\frac{\Delta r_{j+1}}{2}} \tag{B.4.16}$$

この2式の近似と式(B.4.13)の関係から $\tilde{\phi}_{g,j+1/2}$ を打ち消すと、 $J_{+,g,j}$ は式(B.4.17)のように表せる。

$$J_{+,g,j} \approx \frac{-2D_{g,j}D_{g,j+1}}{D_{g,j}\Delta r_{j+1} + D_{g,j+1}\Delta r_j} (\phi_{g,j+1} - \phi_{g,j}) \quad (\text{B.4.17})$$

同様のことを  $j-1$  番目のメッシュと  $j$  番目のメッシュについて考えることで、 $J_{-,g,j}$  は式 (B.4.18) のように近似できる。

$$J_{-,g,j} \approx \frac{-2D_{g,j-1}D_{g,j}}{D_{g,j-1}\Delta r_j + D_{g,j}\Delta r_{j-1}} (\phi_{g,j} - \phi_{g,j-1}) \quad (\text{B.4.18})$$

こうして近似された  $J_{+,g,j}$  および  $J_{-,g,j}$  を用いて、拡散項はさらに式 (B.4.19) のように置き換えられる。

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial}{\partial r} \phi(r, E) \approx \begin{cases} \frac{J_{+,g,j}}{\Delta r_j} \times \frac{2(r_j + \Delta r_j)}{2r_j + \Delta r_j} - \frac{J_{-,g,j}}{\Delta r_j} \times \frac{2r_j}{2r_j + \Delta r_j} & (r \neq 0) \\ \frac{J_{+,g,j}}{\Delta r_j} \times 2 & (r = 0) \end{cases} \quad (\text{B.4.19})$$

$$= \begin{cases} \frac{-2}{\Delta r_j} \left\{ \frac{D_{g,j}D_{g,j+1}(\phi_{g,j+1} - \phi_{g,j})}{D_{g,j}\Delta r_{j+1} + D_{g,j+1}\Delta r_j} \frac{2r_j + 2\Delta r_j}{2r_j + \Delta r_j} - \frac{D_{g,j-1}D_{g,j}(\phi_{g,j} - \phi_{g,j-1})}{D_{g,j-1}\Delta r_j + D_{g,j}\Delta r_{j-1}} \frac{2r_j}{2r_j + \Delta r_j} \right\} & (r \neq 0) \\ \frac{-2}{\Delta r_j} \frac{2D_{g,j-1}D_{g,j}}{D_{g,j-1}\Delta r_j + D_{g,j}\Delta r_{j-1}} (\phi_{g,j} - \phi_{g,j-1}) & (r = 0) \end{cases}$$

これらの考え方により、ある  $g$  群のある  $j$  番目のメッシュにおける、差分化された中性子束  $\phi_{g,j}$  について、固有値計算であれば式 (B.4.20) が成立する。

$$A_{0,g,j}\phi_{g,j} + A_{p,g,j}\phi_{g,j+1} + A_{m,g,j}\phi_{g,j-1} = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \sum_{g' \in G} F_{g,g',j}\phi_{g',j} + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,j}\phi_{g',j} \quad (\text{B.4.20})$$

また、外部中性子源を考慮した計算については式 (B.4.21) が成立する。

$$A_{0,g,j}\phi_{g,j} + A_{p,g,j}\phi_{g,j+1} + A_{m,g,j}\phi_{g,j-1} = \sum_{g' \in G} F_{g,g',j}\phi_{g',j} + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,j}\phi_{g',j} + S_{g,j} \quad (\text{B.4.21})$$

ただし、これらの式 (B.4.20) および式 (B.4.21) 中の定数  $A_{m,g,j}$ ,  $A_{p,g,j}$ ,  $A_{0,g,j}$ ,  $F_{g,h,j}$  は、外側を真空境界条件とした場合には以下のように表される値である。

$$A_{p,g,j} \equiv \begin{cases} \frac{-2D_{g,j}D_{g,j+1}}{\Delta r_j (D_{g,j}\Delta r_{j+1} + D_{g,j+1}\Delta r_j)} \left( \frac{2r_j + 2\Delta r_j}{2r_j + \Delta r_j} \right) & (j \neq N) \\ \frac{-D_{g,j}}{\Delta r_j \left( 2.1312 \times D_{g,j} + \frac{\Delta r_j}{2} \right)} \left( \frac{2r_j + 2\Delta r_j}{2r_j + \Delta r_j} \right) & (j = N) \end{cases} \quad (\text{B.4.22})$$

$$A_{m,g,j} \equiv \begin{cases} \frac{-2D_{g,j-1}D_{g,j}}{\Delta r_j (D_{g,j-1}\Delta r_j + D_{g,j}\Delta r_{j-1})} \left( \frac{2r_j}{2r_j + \Delta r_j} \right) & (j \neq 1) \\ 0 & (j = 1) \end{cases} \quad (\text{B.4.23})$$

$$A_{0,g,j} \equiv \Sigma_{r,g,j} - (A_{m,g,j} + A_{p,g,j}) \quad (\text{B.4.24})$$

$$F_{g,h,j} \equiv \chi_{g,j} \nu \Sigma_{f,h,j} \quad (\text{B.4.25})$$

なお、 $A_{m,g,j}$ ,  $A_{p,g,j}$  に含まれる  $2.1312 \times D_{g,j}$  の部分は、真空境界条件における外挿距離に起因

する項である

以上の差分化を行った後、メッシュ番号 $j$ 及びエネルギー群 $g$ ごとの中性子束 $\phi_{g,j}$ を並べたベクトル $\vec{\phi}$ を考える。このとき、すべての $g$ 群のすべての $j$ 番目のメッシュについて連立させると、式(B.4.1)の臨界計算は式(B.4.26)の行列演算で表される。

$$\mathbf{A}\vec{\phi} = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \mathbf{F}\vec{\phi} \quad (\text{B.4.26})$$

また、式(B.4.2)の外部中性子源を考慮した計算であれば、式(B.4.27)の行列演算で表される。

$$\mathbf{A}\vec{\phi} = \mathbf{F}\vec{\phi} + \vec{S} \quad (\text{B.4.27})$$

よって、差分化された拡散方程式は行列とベクトルの演算となる。

式(B.4.26)および式(B.4.27)について、行列 $\mathbf{A}$ は拡散と吸収および散乱を表す行列として、式(B.4.28)のように4つに区分けして表す。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,1} & \mathbf{A}_{1,2} \\ \mathbf{A}_{2,1} & \mathbf{A}_{2,2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4.28})$$

このうち左上及び右下の小行列 $\mathbf{A}_{g,g}$ について、 $i$ 行 $j$ 列の成分 $A_{g,g,ij}$ は式(B.4.29)のように表される。

$$A_{g,g,ij} = \begin{cases} A_{0,g,j} & (i = j) \\ A_{p,g,j} & (j = i + 1) \\ A_{m,g,j} & (j = i - 1) \\ 0 & (|j - i| > 1) \end{cases} \quad (\text{B.4.29})$$

これは、同メッシュ内にて吸収により消滅する中性子と、隣接メッシュからの拡散にて現れる中性子を示し、3重対角行列となる。また、右上及び左下の小行列 $\mathbf{A}_{g,g'} (g' \neq g)$ の $i$ 行 $j$ 列成分 $A_{g,g',ij}$ は式(B.4.30)のように表される。

$$A_{g,g',ij} = \begin{cases} -\Sigma_{s,g' \rightarrow g,j} & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (\text{B.4.30})$$

これは、同メッシュ内にて他群からの散乱によって現れる中性子を示す部分である。

行列 $\mathbf{F}$ は核分裂による中性子発生を表す。こちらも行列 $\mathbf{A}$ と同様に4つに区分けし、式(B.4.31)の形にて表す。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{1,1} & \mathbf{F}_{1,2} \\ \mathbf{F}_{2,1} & \mathbf{F}_{2,2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4.31})$$

小行列 $\mathbf{F}_{g,g'}$ について、 $i$ 行 $j$ 列の成分 $F_{g,g',ij}$ は式(B.4.32)のように表される。

$$F_{g,g',ij} = \begin{cases} F_{g,g',j} & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (\text{B.4.32})$$

これは、同メッシュ内での全核分裂中性子のうち、自群に現れる中性子を表す。

即発中性子減衰定数を計算する $\omega_p$ 固有値方程式の場合、式(B.4.33)の行列演算を解いている。この方程式は、①数式に速度の項がかかっている点と、②生成断面積は即発中性子成

分のみである点の違いがある。

$$\omega_p \vec{\phi} = (-\mathbf{A}' + \mathbf{F}') \vec{\phi} \quad (\text{B.4.33})$$

行列 $\mathbf{A}'$ について $\mathbf{A}$ と同様に4つに区別し式(B.4.34)のように表す。

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{1,1} & \mathbf{A}'_{1,2} \\ \mathbf{A}'_{2,1} & \mathbf{A}'_{2,2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4.34})$$

各小行列 $\mathbf{A}'_{g,g}$ について、 $i$ 行 $j$ 列の成分 $A'_{g,g,ij}$ は式(B.4.35)にて表される。

$$A'_{g,g,ij} = v_g \times A_{g,g,ij} \quad (\text{B.4.35})$$

同様に、行列 $\mathbf{F}'$ を式(B.4.36)の形で表す。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{1,1} & \mathbf{F}_{1,2} \\ \mathbf{F}_{2,1} & \mathbf{F}_{2,2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4.36})$$

このとき、小行列 $\mathbf{F}_{g,g'}$ について、 $i$ 行 $j$ 列の成分 $F_{g,g',ij}$ は式(B.4.37)のように表される。

$$F'_{g,g',ij} = v_g \times \begin{cases} \chi_{g,j}(1 - \beta_i) v \Sigma_{f,g',i} & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (\text{B.4.37})$$

なお、 $\beta_i$ は $i$ 番目のメッシュにおける全遅発中性子割合を示す。

## B.4.2 行列演算ライブラリ Eigen による行列演算

今回用いた自作2群拡散計算コードでは、行列演算ライブラリ“Eigen” [33]に実装されている機能を用いて行列演算を行った。例えば臨界計算の際には、式(B.4.26)を式(B.4.38)のように固有値問題の形に変形し、固有値の演算を行うソルバーによって計算を行った。

$$k_{\text{eff}} \vec{\phi} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \vec{\phi} \quad (\text{B.4.38})$$

まず、fullPivHouseholderQr()関数を用いて行列 $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}$ を求め、次に EigenSolver クラスを用いて行列 $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}$ の固有値 $k$ および固有ベクトル $\vec{\phi}$ を求める。この fullPivHouseholderQr()関数における行列の演算はハウスホルダー変換による QR 分解法に基づくアルゴリズムによって行われ、EigenSolver クラスにおける固有値計算のアルゴリズムは行列のシュール分解に基づくものである。なお、 $k$ および $\vec{\phi}$ は複素数の値が計算されうるが、固有値 $k$ のうち実数部が最大の値を実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ とし、これに対応する固有ベクトル $\vec{\phi}$ を基本モードの中性子束 $\vec{\phi}$ として扱う。虚数部は実数部と比べて十分小さいため、無視する。

即発中性子減衰定数についても、実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と同様に固有値問題として解析を行っており、EigenSolver クラスを用いて式(B.4.33)の計算を行った。

また、外部中性子源を考慮した中性子束の計算は、式(B.4.27)を式(B.4.39)のように変形して計算を行う。

$$\vec{\phi} = (\mathbf{A} - \mathbf{F})^{-1} \vec{S} \quad (\text{B.4.39})$$

この場合、式(B.4.39)中の $(\mathbf{A} - \mathbf{F})^{-1}$ を、fullPivHouseholderQr()関数によって計算することで、中性子束 $\vec{\phi}$ を求める。