固有直交分解を利用したデータ駆動型中性子輸送計算手法の開発

名古屋大学工学部エネルギー理工学科　山本研究室　寺谷俊哉

1. 緒言　炉心解析とは、炉心内の中性子束分布(中性子の集団的挙動)を求める計算のことであり、炉心の安全性評価や効率の良い燃料運用の検討に関わる非常に重要な解析である。この炉心解析コストを低減する手法として固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)が近年注目されている。POD を利用すると、中性子束分布を少数の POD 基底とその展開係数で表現することができる。例えば、拡散計算($\mathbf{A}\vec{\phi} = \vec{S}$)の場合には、POD 基底行列$\mathbf{U}$を用いることで、体系の形状や物質によって決まる係数行列$\mathbf{A}$に対して左右から$\mathbf{U}$の行列積をとる Sandwich 法により、係数行列サイズを$\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{r\times r}$に圧縮でき、解くべき未知数の数を全中性子束$\vec{\phi}$の数$N$から展開係数$\vec{f} = \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\vec{\phi}$の数$r$まで削減できる。しかし、拡散近似を適用しない厳密な輸送計算の場合には、中性子漏洩に関する項が$\vec{\phi}$を用いた行列形式で表現できず、従来の Sandwich 法が適用できない。加えて、様々な計算条件に対して POD を利用した炉心解析を実施する場合、その計算精度を統計的に評価する方法論を確立する必要もある。以上の課題を解決するため、本研究ではデータ駆動型の POD 輸送計算手法を新たに考案し、ノンパラメトリック手法である Wilks の手法に基づいた計算誤差評価について検討した。

2. 考案手法　圧縮後の輸送方程式は$\boxed{(\tilde{\mathbf{L}} + \tilde{\mathbf{R}})\vec{f} = \vec{q} \cdots (1)}$と形式的に表現できる($\vec{f}$は展開係数ベクトル、$\tilde{\mathbf{L}}$と$\tilde{\mathbf{R}}$は漏洩項と除去項の圧縮行列、$\vec{q}$は中性子源の圧縮ベクトル)。除去項の圧縮行列$\tilde{\mathbf{R}}$は Sandwich 法で求めることができ、$\boxed{\tilde{\mathbf{L}}\vec{f} = \left(\vec{q} - \tilde{\mathbf{R}}\vec{f}\right) \cdots (2)}$のように変形できる。計算条件$i$を変えた輸送計算を$I$回実施し、展開係数ベクトル$\vec{f}_i$と式(2)右辺$\left(\vec{q}_i - \tilde{\mathbf{R}}\vec{f}_i\right)$をそれぞれ並べ、データ行列$\mathbf{F}, \mathbf{Q}$を準備する。ここで$\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{F} = \mathbf{Q}$の関係を満たすため、漏洩項の圧縮行列$\tilde{\mathbf{L}}$は一般化逆行列$\mathbf{F}^{\dagger}$を用いて$\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{Q}\mathbf{F}^{\dagger}$により推定できる。こうして求めた$\tilde{\mathbf{L}}$と別の計算条件$j$における$\tilde{\mathbf{R}}_j$および $\vec{q}_j$を用いて式(1)を解けば$\vec{f}_j$が得られ、$\vec{\phi}_j = \mathbf{U}\vec{f}_j$により中性子束が再構成できる。

3. 適用結果　計算体系は、長さ 12 cm の一次元平板の均質炉心、空間メッシュ幅は0.05 cm(メッシュ数$N = 240$)、外部境界面の中性子反射率(アルベド値)は左端で0.7、右端で1.0とした。中性子源と吸収断面積を変化させて輸送計算を 14 回実施し、14 条件の中性子束を並べた行列を特異値分解することで POD 基底($1 \leq r \leq 14$)を推定した。ここで、中性子源は、$q(x) = a(x/6)^2 + b(x/6) + c$ の二次関数形とし、各係数は$-1 \leq a, b \leq 1,\ 2 \leq c \leq 3$の範囲で一様乱数により与えた。同様に、吸収断面積$\Sigma_{\mathrm{a}}$も$0.025 \leq \Sigma_{\mathrm{a}} \leq 0.25$の範囲で一様乱数により与えた。さらに$I$回条件を変えた MOC 輸送計算を実施し、提案手法により圧縮行列 $\tilde{\mathbf{L}}$を推定した。最後に、POD 輸送計算の精度を検証するため、①使用する基底数rを 1, 2, 5, 14 本、②$\tilde{\mathbf{L}}$計算時に使用するデータ数Iを 1, 2, 5, 14 と変化させ、Wilks の手法に基づき 59 回条件を変えて参照解(MOC 輸送計算で求めた中性子束)との相対平均二乗誤差(RMSE)を求め、確率$p = 95\%$/信頼度$q = 95\%$の RMSE 上限値を評価した(表 1)。一例として、9 回目の検証で得られた POD 輸送計算と参照解との比較を図 1 に示す。図 1 と表 1 より、基底数rを増やすことで参照解に近づき、$r = I = 5$の条件で精度良く計算可能であることを確認した。以上により、本研究で考案したデータ駆動型 POD 輸送計算結果の妥当性を検証できた。

表 1 相対 RMSE の上限値 [%]

		圧縮行列計算時に使用するデータ数I			
		1	2	5	14
基底数r	1	34.93	34.93	34.92	34.87
	2	30.90	1.07	1.08	1.09
	5	32.06	5.78	0.04	0.03
	14(=rank)	32.13	7.43	2.42	0.01未満

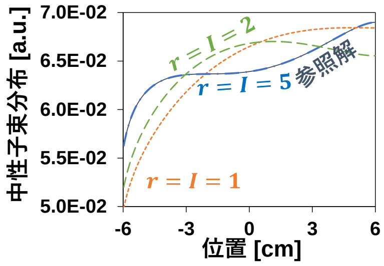

図 1 POD 輸送計算の例

口頭発表：[1] 寺谷俊哉, 伊藤雅人, 遠藤知弘, 山本章夫, 日本原子力学会 2022 秋の大会, 1G13, 9 月 7–9 日 (2022).

[2] 寺谷俊哉, 遠藤知弘, 山本章夫, 第 54 回日本原子力学会中部支部研究発表会, R06, 12 月 15 日 (2022).

[3] 寺谷俊哉, 伊藤雅人, 遠藤知弘, 山本章夫, 日本原子力学会 2023 春の年会, 1K02, 3 月 13–15 日 (2023). (発表予定)

[4] S. Teratani, M. Ito, T. Endo, A. Yamamoto, *Proc. M&C2023*, August 13–17, (2023). (submitted)