Krylov 部分空間法を用いた原子炉動特性方程式の解法

エネルギー量子制御工学グループ 伴　雄一郎

1. 背景と目的　原子炉動特性方程式を空間に関して差分化したものは一階の連立微分方程式で表記でき、この連立微分方程式の解は指数部が行列の形、すなわち指数行列となる。指数行列の数値計算方法として、近年、Krylov 部分空間法が注目されている。Krylov 部分空間法を動特性方程式の計算に適用し、現在、動特性方程式に利用されている計算方法と、計算精度・計算時間の観点から比較することによって、Krylov 部分空間法の有用性を検討した。

2. Krylov 部分空間法　Krylov 部分空間法を利用した数値計算手法としては、大規模連立方程式の解法の一つである共役勾配法などの非定常反復法が有名であるが､本研究では、指数行列の計算手法として Krylov 部分空間法を用いた。Krylov 部分空間法が既存の方法よりも高速に計算可能であると期待ができる理由として、空間に関して反復を必要しないことと、Fig.1 に示すように、行列サイズを圧縮することがある。Krylov 部分空間とは、行列とベクトルの積のから作られた直交ベクトルから成る部分空間のことである。

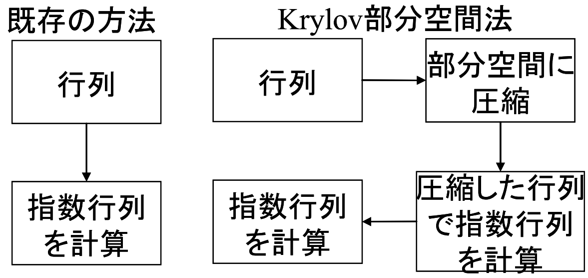

Fig.1　計算手順

このKrylov 部分空間に変換する方法をアーノルディ法と呼ぶ。アーノルディ法を用いることで、行列を部分空間に圧縮することができる。そして、圧縮した行列で指数行列を計算して、もとの行列の指数行列を計算する。

3. 検証計算　本研究では、Krylov 部分空間法と既存の方法であるθ法の 2 種類の計算手法で計算できる 2 次元動特性計算コードを作成した。Krylov 部分空間法を適用した動特性解析コードの有用性を検討するために、Fig.1 に示す 2 次元体系において動特性計算を行った。Krylov 部分空間法とθ法の検証計算の結果を Table.1 、Table.2 に示す。Table.1 ではθ法の方が計算時間は短いが、Table.2 では Krylov 部分空間法の方が計算時間は短かった。これはタイムステップ幅が小さくなると、展開次数をより小さくできることに起因する。タイムステップ幅が小さいと、行列サイズを十分に小さくできるので計算量が減少して、高速に計算ができる。

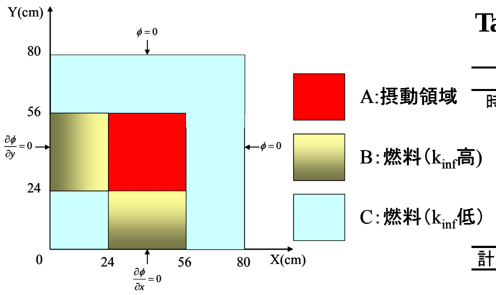

Fig.2　計算体系

Table.1　計算結果 (⊿t=5.0×10^{-3}秒)

時間[s]	θ法 出力	θ法 誤差[%]	Krylov部分空間法 出力	Krylov部分空間法 誤差[%]
0.0	1.000	0.00	1.000	0.00
0.1	2.061	0.15	2.062	0.10
0.2	2.079	0.14	2.079	0.14
0.3	2.097	0.10	2.096	0.05
0.4	2.114	0.09	2.114	0.09
0.5	2.132	0.09	2.132	0.09
計算時間	3分		7分	

Table.2 計算結果 (⊿t=5.0×10^{-4}秒)

時間[s]	θ法 出力	θ法 誤差[%]	Krylov部分空間法 出力	Krylov部分空間法 誤差[%]
0.0	1.000	0.00	1.000	0.00
0.1	2.062	0.10	2.062	0.10
0.2	2.079	0.14	2.079	0.14
0.3	2.096	0.05	2.096	0.05
0.4	2.114	0.09	2.114	0.09
0.5	2.132	0.09	2.132	0.09
計算時間	20分		15分	

5. 結論　本研究では､動特性方程式の新しい解法としてKrylov部分空間法を用いた動特性計算コードを作成し､Krylov部分空間法の有用性を検討した。その結果、Krylov 部分空間法を動特性方程式に適用して、動特性計算が可能であることを確認した。計算精度は既存の解法と比べても遜色ないことが分かったが、計算時間の観点からは部分空間への展開次数を十分に小さく出来ていないので、十分な改善の余地がある。

6. 今後の課題

Krylov 部分空間法で行列サイズをより小さくするために、動特性方程式を数値計算に適した形に変形していくことを検討していく｡そのアプローチ方法として､計算理工学的アプローチと原子炉物理学的アプローチの 2 種類がある。計算理工学的アプローチとしては、行列の前処理技術の開発がある。前処理技術を開発することによって、条件数、行列ノルムを小さくする。一方、原子炉物理学的アプローチは、より数値計算に適した新しい動特性方程式の導出を行う。

7. 参考文献

(1) R. B. Sidje, “A Software Package for Computing Matrix Exponentials,” Math. Softw. , ACM Trans., 24(1), 130-156, (1998).